

伝送電力最適化問題

榊原 悠[†] タンザ カン[†] 荒木 純道[†]

[†] 東京工業大学 〒152-8550 東京都目黒区大岡山 2-12-1

E-mail: †{sakakibara,khanhtg,araki}@mobile.ee.titech.ac.jp

あらまし 無線電力伝送において、伝送回路についての解析は様々に行われてきているが、その際に負荷の値はある定数として扱われることが多い。本稿では、そのような負荷の値として最も受信電力を大きくする最適値を求めることを目的とする。その手法として、まずは単一負荷の回路に対して電圧源、伝送回路を固定し、負荷の値を変更することで受信電力を解析する。そしてその例として、ある磁気結合方式の回路を用い、Sパラメータを数値的に解析する。その後そのSパラメータを用い、最適な負荷の値を導出することでその回路系による最大の受信電力を導出する。次に、複数負荷の場合についても同様に解析を行う。2つの負荷を用いた回路を考え、負荷の値を変更して2つの負荷でのトータルの受信電力を最大化するようなそれぞれの負荷の値を求める。

キーワード Sパラメータ, 負荷, 受信電力, 最適化, 磁気結合方式

Transmission Power Optimization Problem

Hisashi SAKAKIBARA[†], Gia KHANH TRAN[†], and Kiyomichi ARAKI[†]

[†] Tokyo Institute of Technology 2-12-1 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8550 Japan

E-mail: †{sakakibara,khanhtg,araki}@mobile.ee.titech.ac.jp

Abstract In wireless power transmission, analysis of transmission circuit is often carried out. But in that case, load is often treated as a constant value. In this paper, we aim to determine the optimum value of the load that maximizes the received power. First, we analyze the received power by changing the load value for fixed voltage source and transmission circuit, in one load circuit. Then, for example, we are analyzed numerically considering the actual magnetic coupling circuit. Finally, we analyze the total received power under the same conditions, in two load circuit.

Key words WPT, S-parameter, Received Power, Matching, Magnetic Coupling

1. はじめに

近年様々なモバイル機器が開発され、技術が発展し続けている。機器の小型化や軽量化に伴い、現在では無線電力伝送の重要性が増大してきている。なぜならば、そのような機器に大量にバッテリーを積むと軽量化の利点が損なわれてしまうことや、頻繁にコンセントから電力を供給する必要があると持ち運びに便利な小型化の利点が損なわれてしまうことが懸念されているからである。永らく、無線電力伝送のアプリケーションとしては、人工衛星によって太陽光発電で得た電力を地上へ伝送する SSPS(Space Solar Power Satellite System) が主であったが、近年では高利得のアンテナを用いることなく、先に述べたような小型の機器に対しても弱い電力密度における無線電力伝送を行うことが実現されている。[1]-[4] 無線電力伝送によって送信できる電力は有線に比べるとまだ小さいが、機器の低消費電力化によって小さい電力でも動作するような機器が増えて

きていることから考えても、今後より一層無線電力伝送が重要になってくるだろう。

本研究では伝送電力を大きくすることを目的とするが、無線電力伝送において、今まで伝送回路に関する研究は様々に行われてきている。しかし、電力を消費する負荷の部分において電力を最大化する議論があまり行われていないといえる。従って、本稿では負荷の値を変更することにより最大の効率で電力を伝送する方法について議論することとする。

2. 目的

本研究では、ある電圧源、伝送回路を想定し、それに対して負荷の値のみを変更することによって受信電力を最大化することを目的とする。まずは、単一負荷の回路において負荷の値を基準インピーダンスに設定し、その場合のSパラメータを設定する。そこから図1においてポート#2の負荷の値を変更し、電圧源駆動にした場合に最も受信電力が大きくなるようなSパ

ラメータを求め、その時の負荷の値、受信電力を求めることとする。また例として、実際の磁気結合方式の回路の損失を考慮し、負荷の値と受信電力について数値的に解析する。

次に、複数の負荷に対しても最も効率的に電力を受信できるように、負荷の値を変更する。本稿では2つの負荷の場合を扱う。そのとき、「受信電力を最大化する」という言葉だけでは複数の場合が考えられるが、本稿では2つの負荷における受信電力の合計を最大化するような負荷の値を求めることとする。

3. 単一負荷

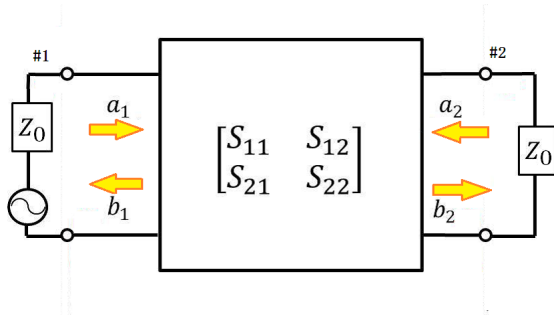


図1 単一負荷

単一の負荷を用いる事を考える。まず、送信電圧を e 、基準インピーダンスを $Z_0 = 50\Omega$ と設定し、そのときの S パラメータを

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \quad (1)$$

と設定する。その後、ポート#1のインピーダンスを変化させずにポート#2のインピーダンスの値を Z_0 から変化させていき、電圧源駆動にした場合の受信電力が最大になるような Z_2 の値を求めることとする。そのとき、負荷の値を Z_0 から Z_2 に変更した場合の S パラメータ S' の値は

$$S' = A^{-1}(S - \Gamma^\dagger)(I - \Gamma S)^{-1}A^\dagger \quad (2)$$

で表すことができる。[5] ただし、 Γ 、 A はそれぞれ

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & r_2 \end{pmatrix}, r_i = \frac{Z_i - Z_0}{Z_i + Z_0}, i = 1, 2 \quad (3)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix}, A_i = \frac{1 - r_i^*}{|1 - r_i|} \sqrt{|1 - |r_i|^2|} \quad (4)$$

となっている。ここで、ポート#1のインピーダンスの値を Z_0 から0として電圧源駆動にすることで、受信電力 P_2 は

$$P_2 = \frac{|S'_{21}|^2}{|1 + S'_{11}|^2} \frac{|e|^2}{Z_0} \quad (5)$$

の式で表せる。本来ならば電圧源駆動の場合には S パラメータを用いて議論することはできないが、このような2段階の手順を踏むことで S パラメータを用いて受信電力を求めることができる。そこで、上の式を用いて計算すると最終的に

$$P_2 = \frac{|S_{21}|^2}{|1 + S_{11}|^2} \frac{|e|^2}{Z_0} \frac{1 - |r_2|^2}{|1 - r_2 K|^2} \quad (6)$$

という値で得られる。{付録1}ただし、 K の値は

$$K = \frac{S_{22} + S_{22}S_{11} - S_{12}S_{21}}{1 + S_{11}} \quad (7)$$

となっている。また、分数関数が極大値を取る場合には、

$$f(x) = \frac{N(x)}{D(x)} = \frac{\frac{\partial N(x)}{\partial x^*}}{\frac{\partial D(x)}{\partial x^*}} \quad (8)$$

となる {付録2} ことを利用して、 P_2 を r_2 について解くと、($r_2 \Rightarrow x$)

$$r_2 = K^* \quad (9)$$

そのため、受信電力 P_2 は

$$P_2 = \frac{|S_{21}|^2}{|1 + S_{11}|^2} \frac{|e|^2}{Z_0} \frac{1}{1 - |K|^2} \quad (10)$$

という結果が得られる。この $1/(1 - |K|^2)$ によって負荷最適設計による利得が得られる。この変換は Z パラメータなどへの変換を必要とせず、S パラメータの変形のみで得られることがわかる。そして最後に、

$$Z_2 = Z_0 \frac{1 + r_2}{1 - r_2} \quad (11)$$

を用いて最適な負荷の値である Z_2 を求めることができる。

4. 単一負荷の例

例として、図2のような磁気結合方式による無線電力伝送の回路について考えることとする。

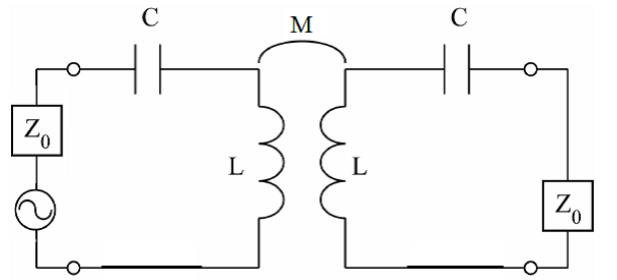


図2 磁気結合方式

まず、 Q 値=100として S パラメータを求めていく。この時、回路が対称相反回路であるため、S パラメータの値を $S_{12} = S_{21}, S_{11} = S_{22}$ とする。

回路のパラメータとしては [6] で示された中で最適とされる $L = 11.3\mu H, C = 2.25nF, M = 1.84\mu H, \omega = 2\pi \times 10^6 rad/s$ の値を用いることとする。この回路の S パラメータは

$$S_{11} = \frac{1}{2} \left(\frac{Z_e - Z_0}{Z_e + Z_0} + \frac{Z_o - Z_0}{Z_o + Z_0} \right) \quad (12)$$

$$S_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{Z_e - Z_0}{Z_e + Z_0} - \frac{Z_o - Z_0}{Z_o + Z_0} \right) \quad (13)$$

という式で求めることができる。ただし、

$$Z_e = \frac{\omega(L+M)}{Q} + j\left(\omega(L+M) - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (14)$$

$$Z_o = \frac{\omega(L-M)}{Q} + j\left(\omega(L-M) - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (15)$$

である。これより、K の値は $K=0.573-0.128j$ と計算でき、 Z_2 の値は $Z_2=165+65j\Omega$ と得られる。

また、このときの受信電力は $0.3533 \times |e|^2 W$ となっている。ちなみに基準インピーダンスの際の受信電力は $0.2315 \times |e|^2 W$ であった。つまり、受信負荷の値の最適化によって受信電力を 1.5 倍程度にできたことがわかる。

受信電力の式 (10) を見ると、 $|K|$ の値が 1 に近づくほど受信電力が大きくなることがわかる。

負荷が一つの場合、以上のような方法で受信電力の大きさを求めることができる。同じ手順を用いて、Q 値が 100 以外の場合についても $|K|$ の値を求め、それを図 3 に表す。この図より、Q 値が 100 以上の範囲では $|K|$ は単調増加し、十分大きければ 1 に近づくことがわかる。また、Q 値が小さい範囲では変動が見られるが、これは Q 値が小さいことによりコイルでの電力損失が大きくなっていることによると考えられる。

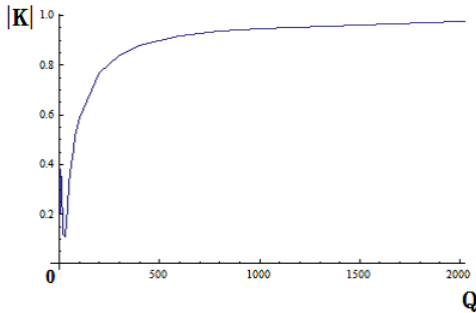


図 3 Q- $|K|$ のグラフ

5. 複数負荷

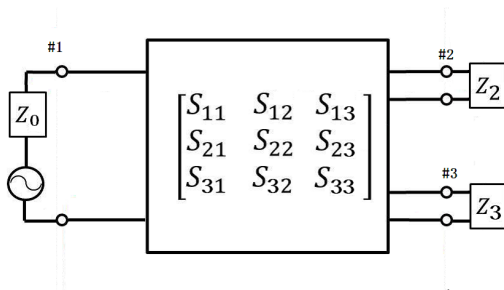


図 4 複数負荷

同じ事を、複数の負荷に対しても行う。ここでは 2 つの負荷の場合を考える。単一負荷の場合と同様に、電圧源と伝送回路を固定し 2 つの負荷それぞれに基準インピーダンスとして $Z_0 = 50\Omega$ を設定する。そこから基準となる S パラメータを求

める。そして同様に対角行列 Γ , A を

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{pmatrix}, r_i = \frac{Z_i - Z_0}{Z_i + Z_0} \quad i = 1, 2, 3 \quad (16)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 \end{pmatrix}, A_i = \frac{1 - r_i^*}{|1 - r_i|} \sqrt{|1 - |r_i|^2|} \quad (17)$$

のように設定し、単一負荷のときと同じ式

$$S' = A^{-1}(S - \Gamma^\dagger)(I - \Gamma S)^{-1}A^\dagger \quad (18)$$

によってそれぞれの負荷の値を Z_2, Z_3 に変更した場合の S パラメータ S' を求めることができる。

2 つの負荷についての最適の値については色々と考えられるが、ここでは 2 つの負荷で消費する電力の総和である $P_2 + P_3$ を最大化することを考える。

ここから、まずは $P_2 + P_3$ は

$$\begin{aligned} P_2 + P_3 &= \frac{|S'_{21}|^2 |e|^2}{|1 + S'_{11}|^2 Z_0} + \frac{|S'_{31}|^2 |e|^2}{|1 + S'_{11}|^2 Z_0} \\ &= \frac{|S'_{21}|^2 + |S'_{31}|^2}{|1 + S'_{11}|^2} \frac{|e|^2}{Z_0} \end{aligned} \quad (19)$$

で与えられるため、それを固定の値である $|e|^2/Z_0$ を除いて計算すると

$$\frac{|S'_{21}|^2 + |S'_{31}|^2}{|1 + S'_{11}|^2} = \frac{|S_{21} - r_3 a|^2 (1 - |r_2|^2) + |S_{31} - r_2 b|^2 (1 - |r_3|^2)}{|1 + S_{11} + r_2 c + r_3 d + r_2 r_3 f|^2} \quad (20)$$

という r_2 と r_3 に関する式となる。ただし、

$$a = S_{23}S_{31} - S_{21}S_{33}, b = S_{32}S_{21} - S_{31}S_{22}$$

$$c = S_{13}S_{31} - S_{11}S_{33} - S_{33}$$

$$d = S_{13}S_{31} - S_{11}S_{33} - S_{33}$$

$$f = (1 + S_{11})(S_{22}S_{33} - S_{23}S_{32})$$

$$+ S_{12}(S_{23}S_{31} - S_{21}S_{33}) + S_{13}(S_{21}S_{32} - S_{22}S_{31})$$

である。

ここで最適化の手順は以下のようにする。

1. まず、 r_3 を固定して r_2 を最適化する。
 2. 得られた r_2 の値を用いて、 r_3 を最適化する。
 3. 再び得られた r_3 を用いて、 r_2 を最適化する。
- これを繰り返すことで、逐次的に r_2, r_3 の最適値を求める。このためには r_2, r_3 の初期値を定める必要がある。仮に $r_2 = 0, r_3 = 0$ と設定する。

r_3 に初期値として 0 を代入する。目的関数 $P_2 + P_3$ が最終的に r_2 についての 2 次の有理関数となっていることに着目すると、極大値を取る場合の条件である式 (8) を利用して、 r_2 について以下のように解くことができる。

$$r_2 = \frac{A}{B} \quad (21)$$

ただし、

$$A = (1 + S_{11}^*)(S_{31}S_{32}^* + S_{21}S_{22}^*) - S_{12}^*(|S_{21}|^2 + |S_{31}|^2)$$

$$B = (1 + S_{11}^*)(S_{21} + S_{22}S_{31}S_{32}^* - S_{21}|S_{31}|^2)$$

$$+ S_{12}^*(S_{21}S_{31}S_{32} - S_{22}|S_{31}|^2)$$

である。

これより、 r_2 の値は初期の S パラメータによる単純な算術計算によって求められるため、求根作業を必要としない。また、得られた r_2 を代入した下で r_3 についての最適値を求める際にも相変わらず r_3 についての 2 次の有理関数となっていることに着目し、同じように解くことで、 r_3 の値を得ることができる。

$$r_3 = \frac{CD^* - EF^*}{C^*F^* - GD^*} \quad (22)$$

ただし、

$$C = S_{21}(S_{23}^*S_{31}^* - S_{21}^*S_{33}^*)(1 - \left|\frac{A}{B}\right|^2)$$

$$D = 1 + S_{11} + \frac{A}{B}(S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22} - S_{22})$$

$$E = |S_{21}|^2 + |S_{31}|^2 + \frac{A}{B}S_{31}(S_{32}S_{21} - S_{31}S_{22})$$

$$+ \frac{A^*}{B^*}(S_{31})(S_{32}^*S_{21}^* - S_{31}^*S_{22}^*)$$

$$+ \left|\frac{A}{B}\right|^2 |S_{32}S_{21} - S_{31}S_{22}|^2$$

$$F = S_{13}S_{31} - S_{11}S_{33} - S_{33} + \frac{A}{B}(S_{11}S_{22}S_{33}$$

$$+ S_{22}S_{33} - S_{13}S_{22}S_{31} + S_{12}S_{23}S_{31}$$

$$+ S_{13}S_{21}S_{32} - S_{11}S_{23}S_{32} - S_{12}S_{21}S_{33} - S_{23}S_{32})$$

$$G = -|S_{31}|^2 + |S_{23}S_{31} - S_{21}S_{33}|^2$$

$$- \frac{A}{B}S_{31}^*(S_{32}S_{21} - S_{31}S_{22}) - \frac{A^*}{B^*}S_{31}(S_{32}^*S_{21}^* - S_{31}^*S_{22}^*)$$

$$- \left|\frac{A}{B}\right|^2 (|S_{23}S_{31} - S_{21}S_{33}|^2 + |S_{32}S_{21} - S_{31}S_{22}|^2)$$

である。この値は複雑な式に見えるが、初期値として与えられた S パラメータのみの式となっているため、単純な算術計算によって求めることができる。さらにこの得られた r_3 を目的関数に代入し、同様に解くことで r_2 の値を再び得ることができる。この計算を繰り返すことで $P_2 + P_3$ の値を最も大きくする r_2 と r_3 の値を逐次的に求めることができる。

6. 結 論

以上より、単一負荷の場合に電圧源、伝送回路を固定し、負荷の値のみを変更して受信電力を最大化するような負荷の値、そしてその場合の受信電力を得ることができた。例として挙げた磁気結合回路においては、負荷の値を最適化することで基準インピーダンスの際の受信電力に比べて 1.5 倍程の受信電力を得られることがわかった。複数負荷の場合についても、2 つの負荷の値を変更して 2 つの合計の受信電力を最大化するような負荷の値を逐次的に求めることができた。

また、今後の課題としては、今回行えなかった複数負荷の場合についての例を考えること、また、実際の機器を用いた実験によって今回の内容の検証を行うことが考えられる。

文 献

- [1] Gutmann, R. J. and J. M. Borrego, "Power Combining in

an Array of Microwave Power Rectifier", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol.27 pp.958-968, 1979

- [2] Berndie, S. and Kai, C. "Highly Efficient C-Band Circularly Polarized Rectifying Antenna for Wireless Microwave Power Transmission". IEEE Trans. Antennas and Propagation. Vol.51, No.6, 2003
- [3] Young-Ho Suh, Kai Chang, "A High-Efficiency Dual-Frequency Rectenna for 2.45- and 5.8-GHz Wireless Power Transmission". IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, Vol.50, No.7, 2002
- [4] Vlad Marian, Cyrille menuudier, Marc Thevenot, Christian Vollaie, Jacques Verdier, Bruno Allard, "Efficient Design of Rectifying Antennas for Low Power Detection". IEEE IMS2011 THPQ-4
- [5] K.Kurokawa, "Power Waves and the Scattering Matrix", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol.13 Issue.2 pp.194-202, 1970
- [6] 粟井 郁雄, 石崎 俊雄, "フィルタ理論による"磁気共鳴型"WPT システムの設計", 電気学会論文誌 C, Vol.132 No.8 pp.1301-1309, 2012

付 録

1. (6) の導出

S' の値が

$$S' = \frac{1}{1 - r_2S_{22}} \begin{pmatrix} S_{11}(1 - r_2S_{22}) + r_2S_{12}S_{21} & S_{12}' \\ (S_{21} - S_{21}|r_2|^2)/A_2 & S_{22}' \end{pmatrix} \quad (A.1)$$

ただし、

$$S_{12}' = S_{12}'(1 - r_2S_{22}), S_{22}' = S_{22}'(1 - r_2S_{22})$$

と得られるので、これを用いて

$$P_2 = \frac{|S_{21}'|^2 |e|^2}{|1 + S_{11}'|^2 Z_0}$$

$$= \frac{|S_{21}(1 - |r_2|^2)|^2}{|1 - r_2S_{22} + S_{11}(1 - r_2S_{22}) + r_2S_{12}S_{21}|^2} \frac{1}{|A_2|^2} \frac{|e|^2}{Z_0}$$

$$= \frac{|S_{21}|^2(1 - |r_2|^2)}{|1 + S_{11} - r_2(S_{22} + S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21})|^2} \frac{|e|^2}{Z_0}$$

$$= \frac{|S_{21}|^2}{|1 + S_{11}|^2} \frac{(1 - |r_2|^2) |e|^2}{|1 - r_2K|^2 Z_0} \quad (A.2)$$

が得られる。ただし、K の値は式 (7) の通りである。

2. (8) の導出

$$f(x) = \frac{N(x)}{D(x)} \quad (A.3)$$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x^*} = \frac{\frac{\partial N(x)}{\partial x^*}D(x) - \frac{\partial D(x)}{\partial x^*}N(x)}{(D(x))^2} \quad (A.4)$$

ここで極値をとるので、

$$\frac{\partial N(x)}{\partial x^*}D(x) - \frac{\partial D(x)}{\partial x^*}N(x) = 0 \quad (A.5)$$

よって、整理すると

$$\frac{N(x)}{D(x)} = \frac{\frac{\partial N(x)}{\partial x^*}}{\frac{\partial D(x)}{\partial x^*}} \quad (A.6)$$

が得られる。