

0 オーム系システムのベクトルネットワークアナライザによる測定 —結合共振器型WPTシステムの設計—

山口 和也[†] 石田 哲也[†] 石崎 俊雄[†] 粟井 郁雄[‡]

[†] 龍谷大学理工学研究科 〒520-2194 滋賀県大津市瀬田大江町横谷 1 番 5

[‡] 株式会社リュウテック 〒520-2194 滋賀県大津市瀬田大江町横谷 1-5 龍谷大学 REC ホール

E-mail: [†] t10m034@mail.ryukoku.ac.jp, [‡] awai@ryutech.com

あらまし ベクトルネットワークアナライザ(VNA)など測定器は 50[Ω]系である。又、高周波回路においては伝送信号を無駄なく送出するため、回路整合が重要で、それは 50[Ω]系で設計する事が多い。しかし、中・大電力を伝送するシステムにおいては 50[Ω]電源では高い効率が望めず、0[Ω]系での設計が必要になる。そこで、設計した 0[Ω]系回路を電源の内部抵抗 50[Ω]で解析して S パラメータで表し、F パラメータに変換することによって、0[Ω]設計での電力・効率を算出し、0[Ω]系で解析した結果と比較する。又、50[Ω]系での測定で得た S パラメータを変換する事で、0[Ω]系での測定結果を算出する。

キーワード 0[Ω]系、50[Ω]系、結合共振器、WPT、S パラメータ、F パラメータ、ベクトルネットワークアナライザ(VNA)

Measurement of 0 ohm system by vector network analyzer — Design of coupled- resonator WPT system —

Kazuya YAMAGUCHI[†] Tetsuya ISHIDA[‡] Toshio ISHIZAKI[‡] and Ikuo AWAI[‡]

[†] Faculty of Engineering, Ryukoku University 1-5 Yokotani, Seta Oe-cho, Otsu City, Siga Prefecture 520-2194 Japan

[‡] Ryutech Corporation 1-5 Yokotani, Seta Oe-cho, Otsu City, Siga Prefecture 520-2194 Japan

E-mail: [†] t10m034@mail.ryukoku.ac.jp, [‡] awai@ryutech.com

Abstract Measuring instruments, such as vector network analyzer (VNA), are 50-ohm systems. And matching of a circuit is important in order to send a transmission signal with zero waste in high frequency. And those are designed for 50-ohm systems. But high efficiency can't be expected with 50-ohm power supply in the system which transmits large power. So that is necessity to design for 0-ohm systems. Then, we analyzed a circuit designed by 0-ohm systems on the conditions that internal resistance of a power supply is 50-ohm. After that, we converted the analysis results expressed in S-parameter into F-parameter, computed the power and efficiency in 0-ohm systems, and compared analysis results in 0-ohm systems. Moreover, the measurement result of 0-ohm systems is predicted by converting S-parameter obtained by measurement.

Keyword 0-ohm system, 50-ohm system, coupled resonator, WPT, S-parameter, F-parameter, VNA

1. 前書き

高周波回路は決められた機能を発揮する為、それぞれ、使用理由にあわせて解析・設計が行われるが、あらゆる高周波回路設計に共通する点は回路整合を行なう事である。それは伝送信号が無駄なく送出されるために必要な条件だからである。従来、整合には 50[Ω]系が用いられ、測定に使われるベクトルネットワークアナライザ (VNA) も 50[Ω]系で設計されている。しかし、中・大電力 WPT システムにおいては電力利用効率が最も重要な課題であり、その一部を構成している電源の効率も例外ではなく、従来用いられてきた 50[Ω]系などの線形電源では効率が低すぎるため最近

100%に近い効率の期待できるスイッチング電源が広く用いられるようになった。このような電源は内部インピーダンスがほぼ 0[Ω]の定電圧電源と考える事ができ、50[Ω]電源とは全く異なっているといえる。しかし、2つの結合共振器を同調させる事によって、効率の良い電力伝送を図るという点では、50[Ω]系、0[Ω]系であっても、2段 BPF と考える事ができる^[1]。そこで、0[Ω]系設計と、50[Ω]設計での電力・効率を、解析・実験によって比較する事により、0[Ω]系、50[Ω]系設計の違いを検討する。また、VNA で測定した S パラメータを F パラメータに変換する事で、計算によって 0[Ω]電源での結果に変換する事を目指す。

2. 設計理論

50[Ω]電源、0[Ω]電源に対するフィルタ理論、WPT理論、設計方法はすでに与えられているため^[2]、ここでは簡単に、用いた設計式を説明する。又、ここでは力率条件、整合条件、帯域条件(詳しくは[2]を参照)を満たすように設計を行っている。

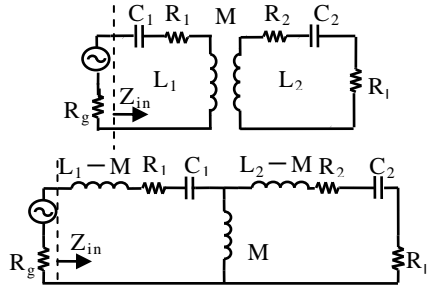


図 1. 結合共振器型 WPT システムの等価回路

まずは 50[Ω]系設計について述べる^[1]。結合共振器型の必要条件は、

$$L_1 C_1 = L_2 C_2 = \frac{1}{\omega_0^2} \quad (1)$$

であるが、これは回路の力率を 1 にする条件と一致している。ここで、電源から最大の電力を取り出す事を考えると

$$R_g = \frac{(\omega_0 M)^2}{R_l} \quad (2)$$

という関係が必要になる(整合条件)。次にこの共振器系には

$$Q_{eg} = \frac{\omega_0 L_1}{R_g}, Q_{el} = \frac{\omega_0 L_2}{R_l}, k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (3)$$

という量が定義されている。(Q_{eg}、Q_{el}はそれぞれ電源側、負荷側共振器の外部 Q、k は共振器間の結合係数)。式(2),(3)から

$$k = \frac{1}{\sqrt{Q_{eg} Q_{el}}} = \sqrt{k_{eg} k_{el}} \quad (4)$$

という関係が得られる。(k_{eg}、k_{el}は外部 Q の逆数であり、外部 k と呼ぶ。設計や、効率を考える時に都合が良い)。

次に図 1 は 2 段の BPF であると考えられるので BPF 理論を適用する。ここでは最大平坦型であると仮定すると

$$k = \frac{1}{Q_{eg}} = \frac{1}{Q_{el}} \quad (5)$$

という関係が得られる。これを帯域条件と名付ける。

また、帯域幅 w は

$$k = \frac{w}{\sqrt{g_1 g_2}} = \frac{w}{\sqrt{2}} \quad (6)$$

という関係式で表す事ができ、(g₁、g₂ は原型ローパスフィルタの g 値と呼ばれる値で、ここでは 2 段 BPF の最大平坦型を採用している為、g₁=g₂=√2 である。また、これらの式はローパスフィルタから BPF への変換により導いているが、ここでは省略した。[2]を参照) 回路自体の損失 Q_u(無負荷 Q)は

$$R_1 = \frac{\omega_0 L_1}{Q_{u1}}, R_2 = \frac{\omega_0 L_2}{Q_{u2}} \quad (7)$$

(Q_{u1}、Q_{u2}はそれぞれの共振器の 無負荷 Q)

で表す事ができる。

次に 0[Ω]設計について述べる。50[Ω]設計と同じく、結合共振器型の必要条件(力率条件でもある)は、(1)式である。次に電源抵抗が 0[Ω]である為、当然整合条件は満たす事はできないが、帯域条件は次の

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{R_l}{\omega_0 M} \right)^2 \quad (8)$$

という関係で表す事ができる^[2]。また、結合係数 k、外部 Q は

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}, Q_e = \frac{\omega_0 L_1}{R_l} \quad (9)$$

という式で表す事ができる。この(9)式を(8)式に代入すると

$$k = \frac{1}{\sqrt{2} Q_e} \quad (10)$$

という式が得られる。また、帯域幅 w は

$$k = \frac{w}{\sqrt{g_1 g_2}} = w \quad (11)$$

という式で表す事ができ(0Ω系に関する g 値は g₁=√2、g₂=1/√2)、回路自体の損失(無負荷 Q)は(7)式と同じである。これらの式を用いて回路設計を行う。

3. シミュレーション結果

50[Ω]系設計解析、0[Ω]系設計解析それぞれ、Pspiceを用いて解析をおこなった(図2の①、③)。設計値と結果を示す(回路図は図1と同じ)。ここでは、0[Ω]設計と50[Ω]設計での結果を比較する為、結合係数kが0.1、回路自体の損失 Q_u が300となる様に設計している。又、共振周波数 f_0 を13.6[MHz]、電圧 $V_{AC}=1[V]$ 、 $L_1=L_2$ 、 $R_1=R_2$ に設定し、設計を行った。また、チャートを以下に示す。

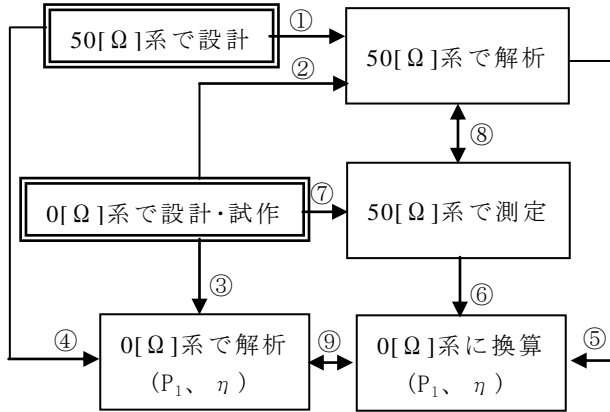


図2. チャート

表1. 設計値

	$L_1=L_2$ [uH]	$C_1=C_2$ [pF]	$R_1=R_2$ [Ω]	M[uH]
50Ω系	5.851	23.41	1.667	0.5851
0Ω系	4.137	33.10	1.179	0.4137

まずは50Ω系設計の解析結果を示す。ただし、電源の内部抵抗で消費する電力も計算に入れている為、効率は50[%]以下と低くなっている。効率 η の式は

$$\eta = \frac{P_i}{E \operatorname{Re}[I_1]} \quad (12)$$

で求める事ができる(ただし $E=1[V]$)。以下にそれぞれの結果を示す。

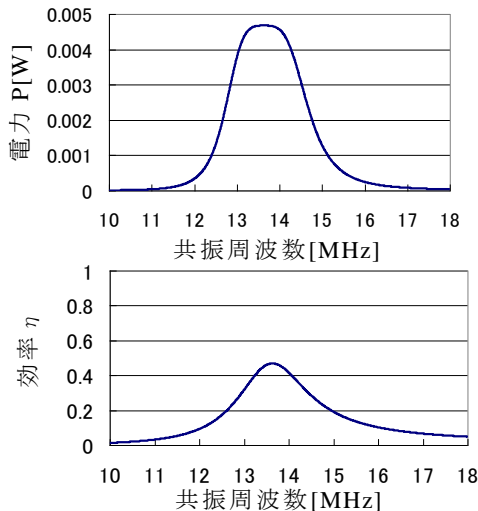


図3(a)(b). 50[Ω]系設計解析結果

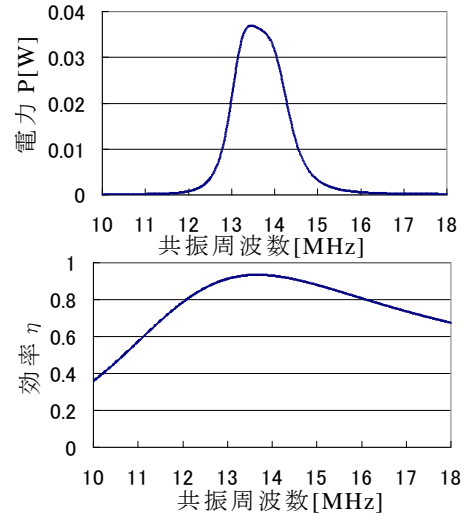


図4(a)(b). 0[Ω]系設計解析結果

4. 50[Ω]電源による50[Ω]、0[Ω]設計の解析

0[Ω]系で設計した回路を50[Ω]系で解析し、電力・効率を算出する(図2の②)。又、50[Ω]系で設計した回路を0[Ω]系で解析し、電力・効率を算出した結果もあわせて示す(図2の④)。ただし、ここでの設計値は表1と同じである。

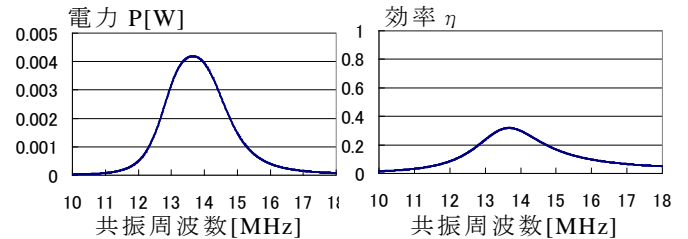


図5(a)(b). 0[Ω]系設計、50[Ω]系解析結果

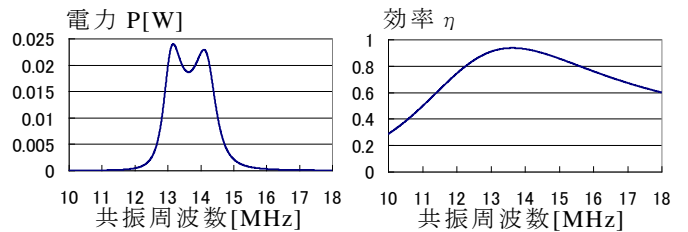


図6(a)(b). 50[Ω]系設計、0[Ω]系解析結果

図3、4、5、6の結果からわかるように、設計と異なる電源をつけている時は、電力は当然大きく異なり、また帯域が狭くなり、マッチングもとれていない。しかし、効率はさほど変わらなかった。電力は、負荷の抵抗によって制御する事ができる為、この事さえ気をつけて設計を行えば、欲しい値で設計する事ができる。

5. Sパラメータ、Fパラメータ変換式

電源の内部抵抗が50[Ω]、あるいは0[Ω]で測定したとしても、回路の設計値は同じであるので、Fパラメータは等しいと言える。そこで、VNAで容易に測定する事のできるSパラメータをFパラメータで表す事ができれば電源内部抵抗50[Ω]での結果を、0[Ω]での結果に変換する事ができるはずである。ここでは、既知ではあるが、2端子対回路のFパラメータとSパラメータの関係式を記し、変換式を導出する^{[3][4]}。

まず、概略図を示す。

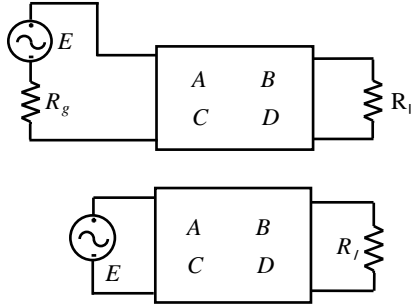


図7 (a)(b). 変換概略図

図7 (a)(b)は、電源の内部抵抗を置き換えただけであるので、Fパラメータの値は等しい。つまり、ABCD($S_{11}, S_{12}, S_{21}, S_{22}, R_g, R_l$)の様に、FパラメータをSパラメータと R_g, R_l の関数として表す事により、 $\eta(A, B, C, D, R_l)$ 、 $P=(A, B, C, D, R_l, E)$ を計算する事ができる。

次にFパラメータとSパラメータの関係式を導出する。

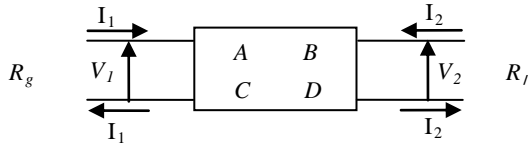


図8. 2端子対回路

まず、Fパラメータの定義を示す。図8の様に電流電圧の向きを決めると次の様な

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$V_1 = AV_2 - BI_2 \quad (14)$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2 \quad (15)$$

という関係が成り立つ。出力端子を開放($I_2=0$)あるいは短絡($V_2=0$)したとすると、(14)(15)式は

$$A = \frac{V_1}{V_2} (I_2 = 0) \quad B = \frac{V_1}{-I_2} (V_2 = 0)$$

$$C = \frac{I_1}{V_2} (I_2 = 0) \quad D = \frac{I_1}{-I_2} (V_2 = 0)$$

…(16)(a)(b)(c)(d)となる。

次にSパラメータの定義を示す(Fパラメータと I_2 の向きが反対になる事に注意)。

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$a_1 = \frac{V_1}{\sqrt{R_g} + I_1 \sqrt{R_g}} \quad b_1 = \frac{V_1}{\sqrt{R_g} - I_1 \sqrt{R_g}} \quad (18)(a)(b)$$

$$a_2 = \frac{V_2}{\sqrt{R_l} + I_2 \sqrt{R_l}} \quad a_2 = \frac{V_2}{\sqrt{R_l} - I_2 \sqrt{R_l}} \quad (18)(c)(d)$$

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \quad b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \quad (19)(a)(b)$$

という関係が成り立つ。(19)式に(18)式を代入し、得た電圧、電流値からFパラメータに置き換えると、

$$A = \frac{\sqrt{R_g} \{ (1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21} \}}{2\sqrt{R_l}S_{21}} \quad (20)(a)$$

$$B = \frac{\sqrt{R_g} \sqrt{R_l} \{ (1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21} \}}{2S_{21}} \quad (20)(b)$$

$$C = \frac{\{ (1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21} \}}{2\sqrt{R_g} \sqrt{R_l} S_{21}} \quad (20)(c)$$

$$D = \frac{\sqrt{R_l} \{ (1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21} \}}{2\sqrt{R_g} S_{21}} \quad (20)(d)$$

という関係式が求められる。ただし、今回は、 $R_g=R_l=Z_0$ 、 $S_{21}=S_{12}$ を想定した設計を行っている為、これらを用いると、

$$A' = \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{21}^2}{2S_{21}} \quad (21)(a)$$

$$B' = \frac{Z_0 \{ (1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{21}^2 \}}{2S_{21}} \quad (21)(b)$$

$$C' = \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{21}^2}{2Z_0 S_{21}} \quad (21)(c)$$

$$D' = \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{21}^2}{2S_{21}} \quad (21)(d)$$

という式で表す事ができる。伝送電力 P_l は

$$P_l = V_2 I_2^* = R_l |I_2|^2 = R_l I_2 I_2^* \quad (22)$$

となるので、(14)式に(21)(a)(b)式と

$$V_1 = E \quad V_2 = R_l(-I_2) \quad (23)$$

を代入し、 I_2 について整理すると

$$I_2 = \frac{E}{-A'R_l - B'} \quad (24)$$

という式で表す事ができ、(24)式を(22)式に代入すると

$$P_l = R_l \left(\frac{E}{-R_l A' - B'} \right) \left(\frac{E}{-R_l A' - B'} \right)^* \quad (25)$$

という変換式を導出する事ができた。

次に効率 η は

$$\eta = \frac{P_l}{E \operatorname{Re}[I_1]} \quad (26)$$

で表す事ができるので、(14)、(15)式に(23)式を代入し、 I_1 について整理すると

$$I_1 = \frac{C'R_l + D'}{A'R_l + B'} E \quad (27)$$

となり、これを(26)式に代入、整理すると

$$\eta = \frac{P_l}{E \operatorname{Re} \left[\frac{C'R_l + D'}{A'R_l + B'} E \right]} \quad (28)$$

という効率 η について変換式を導出する事ができた。

6. 変換結果(解析)

上式を用いて、変換した結果を示す。また、ここでは、Sパラメータを算出するのに S-nap を用いて解析をおこなった(ただし $E=1[V]$ 、 $R_l=50[\Omega]$ とする)。

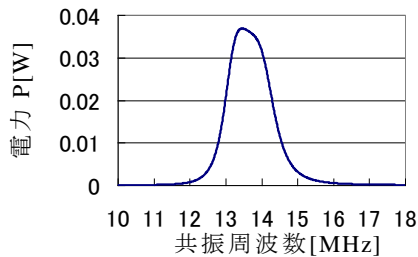


図 9. 50[Ω]系解析⇒0[Ω]系解析変換結果

図 9 は、0[Ω]系設計した回路を電源内部抵抗 50[Ω]で解析し、(25)式を用いて電源内部抵抗 0[Ω]の時の電力に変換した結果のグラフである(図 2②⑤)。図 4(a)と対応しているが、見て頂ければ分かるように完全に一致していた。この結果から、変換式は正しいと言える。又、上記の方法による効率 η も図 4(b)と一致した。更にこれとは逆に 50[Ω]設計で電源内部抵抗 50[Ω]で解析した結果から電源内部抵抗 0[Ω]の時の電力、効率

η に変換した結果(図 2①⑤)も同様にそれぞれの結果と一致した為、ここでは省略した。

7. 解析・実験比較

VNA を用いて測定をおこなった(図 2⑦)。ただし、解析時の設計値どおりに作製する事は、現段階では困難である為、(1)L1≒L2、(2)共振周波数の一致という 2つの条件を満たすように作製し、その値を用いて解析した結果と比較した。又、ここでは実験方法を簡単に説明する。詳細は[5]を参照。

まず、同じインダクタンスになる様に、同じ大きさ、寸法のスパイラルを 2 つ作製した。ここでは、直径 20[cm]、巻き数 4[巻]、線間距離 1[cm]の物を作製。次に、インダクタンスを測定した所、4.36[μH](100kHz時)となった。共振周波数は約 5[MHz]を想定していた為、(1)式を用いて必要な容量を算出し、付加して測定した。その際、外部との結合が強すぎると正しい結果が得られない為、ループを用いた(ループ間距離 20cm、図 10)。その結果、両方とも $f_0 \doteq 5.01[\text{MHz}]$ 、 $Q_u \doteq 229$ という結果となった。

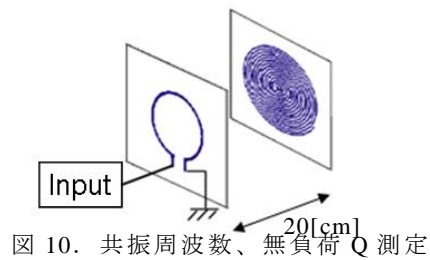


図 10. 共振周波数、無負荷 Q 測定

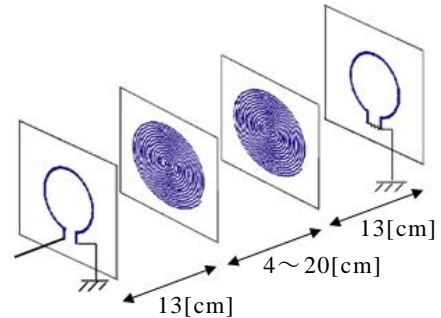


図 11. 結合係数 k 測定

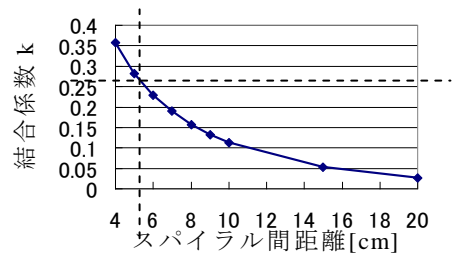


図 12. 結合係数 k 測定結果

図 11 の様に結合係数を測定すると、図 12 の様な結果となった。(9)(10)式より $k \doteq 0.26$ なので、その時のスパイラル間距離約 5.5[cm]で設計をおこなった。

その時の解析値を表 2 に示す。又、図 14、15 は測定、解析によって算出した S パラメータをそれぞれ比較した結果である。

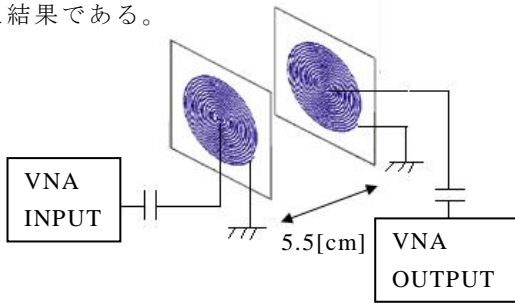
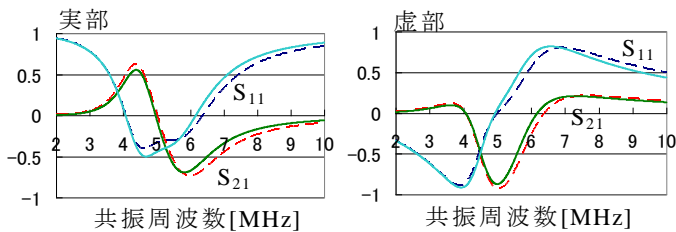


図 13. 測定図

表 2. 解析値

$L_1=L_2$ [μ H]	$C_1=C_2$ [pF]	$R_1=R_2$ [Ω]	M [μ H]
4.36	231.46	0.60	1.12



注)実験結果(実線)、解析結果(破線)
図 14. S パラメータ、実験解析比較

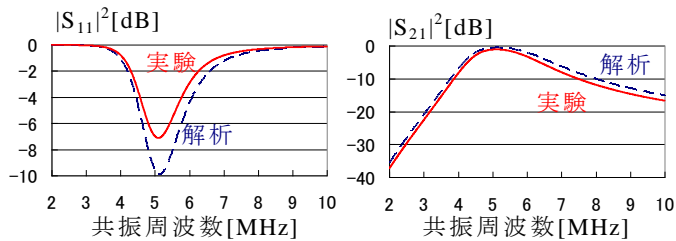


図 15. S パラメータ [dB]、実験解析比較

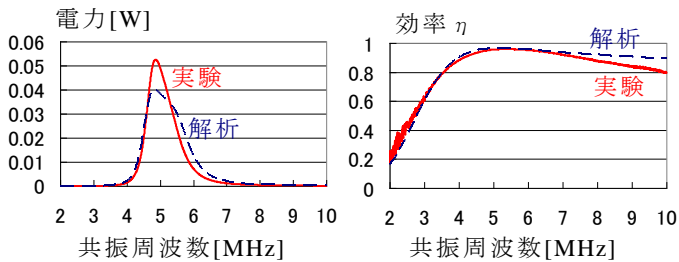


図 16. 変換した測定結果と、解析結果比較

図 16 で、変換式を用いて 0[Ω]系での結果に変換した測定結果と、0[Ω]系で解析した結果を比較した(図 2 ⑥⑨)。この結果から、形としては近い形になったと言える。しかし、測定誤差などから、完全には一致しなかった。今後、測定精度を向上させていく必要があると言える。

8. まとめ

以上、50[Ω]設計と、0[Ω]設計の違いと、その変換方法を論じた。解析においては、うまく変換できたと見える。又、実験結果と、解析結果についても近い値になったといえる。しかし、測定誤差などの影響から、完全に一致とはいかなかった。今後、測定の精度の向上を目指す必要がある。だが、このように 50[Ω]系である VNA での測定結果を 0[Ω]系での測定結果に変換する事ができれば、わざわざオシロスコープやスイッチング電源を用いて測定する必要が無く、変換式さえあれば良いという事を示せたと思う。

文 献

- [1] 栗井郁雄, “共鳴型ワイヤレス電力伝送の新しい理論”, 電学論(C), 136 巻 6 号, pp.966-971, 2010 年 5 月
- [2] 栗井郁雄・石崎俊雄, “フィルタ理論による“磁界共鳴型”WPT システムの設計”, 電学論(D)投稿中
- [3] 中島将光, マイクロ波工学, pp.82-109, 森北出版株式会社, 1975
- [4] 高田進・加藤政一・佐野雅敏・田井野徹・鷹野致和・和田成夫, 電気回路, pp.188-194, 実況出版株式会社, 2008
- [5] 栗井郁雄・小森琢也, “共振器結合型ワイヤレス給電システムの簡便な設計”, 電学論(C), 130 巻, 12 号, pp.2198-2203, 2010