

BICM-IDを適用したOFDMシステムにおける Polar符号およびLDPC符号の特性評価

Characterization of Polar and LDPC codes
in OFDM systems with BICM-ID

横浜国立大学

脇崎凱貴・落合秀樹

発表の流れ

- 研究背景と目的
- BICM-ID
- Polar符号
- LDPC符号
- マッピング手法
- シミュレーションによる性能評価
- まとめと考察・今後の課題

発表の流れ

- 研究背景と目的
- BICM-ID
- Polar符号
- LDPC符号
- マッピング手法
- シミュレーションによる性能評価
- まとめと考察・今後の課題

研究背景

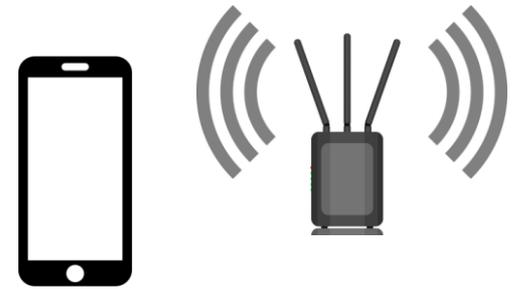
近年、スマートフォンなどの携帯端末や無線LANなどに代表される無線通信技術が広く普及



大容量かつ高速の通信



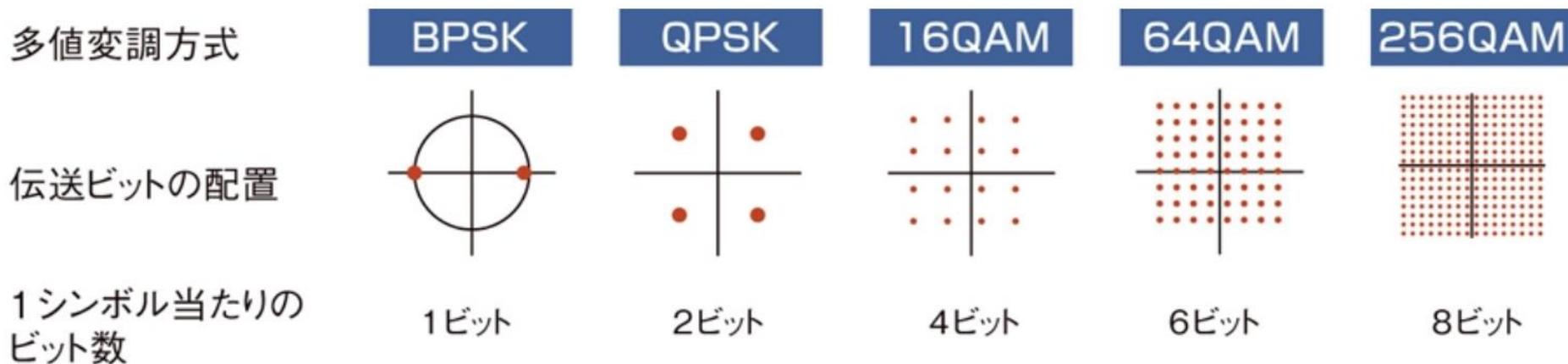
低遅延かつ高い信頼性
をもつ無線通信方式が求められる



研究背景

□ 多値変調

- 信号点を増加させることにより1つのシンボルで複数のビットの送信を行う変調方式



信号点を増加させるほど高い伝送レートを達成

- 平均電力が等しい場合、隣接する信号点のユークリッド距離小
- 誤り率特性が劣化

研究背景

- 高い信頼性を得るための技術かつ高い誤り訂正能力
 - Polar符号, LDPC符号

- BICM(Bit Interleaved Coded Modulation)
 - インターリーバを用いて符号語系列の並び替えを行う通信方式
 - 多値変調と組み合わせた場合、誤り訂正能力を向上させる符号化変調方式
 - AWGN環境下では伝送特性が最適な符号化変調方式と比べて劣化

研究背景

- 高い信頼性を得るための技術かつ高い誤り訂正能力
 - Polar符号, LDPC符号

 - BICM(Bit Interleaved Coded Modulation)
 - インターリーバを用いて符号語系列の並び替えを行う通信方式
 - 多値変調と組み合わせた場合、誤り訂正能力を向上させる符号化変調方式
 - AWGN環境下では伝送特性が最適な符号化変調方式と比べて劣化

 - BICM-ID(BICM-Iterative Decoding)
 - 復調器と復号器との間で外部対数尤度比を繰り返し交換し、送信ビットの検出精度を向上させる
 - AWGN環境下においても優れた伝送特性を示す
- ➔ Polar符号あるいはLDPC符号とBICM-IDを組み合わせることで高い信頼性

研究目的

BICM-IDにおいて、**復調器と復号器との整合性**がシステム全体の伝送特性に大きな影響を与える

整合性を決定する重要な要素



変調方式の**信号点配置**と通信路符号化に用いる**誤り訂正符号**

本研究の目的

計算機シミュレーションを用いて、

- Polar符号およびLDPC符号に対する繰り返し処理における復調器と復号器の適合性を評価
- BER特性の評価

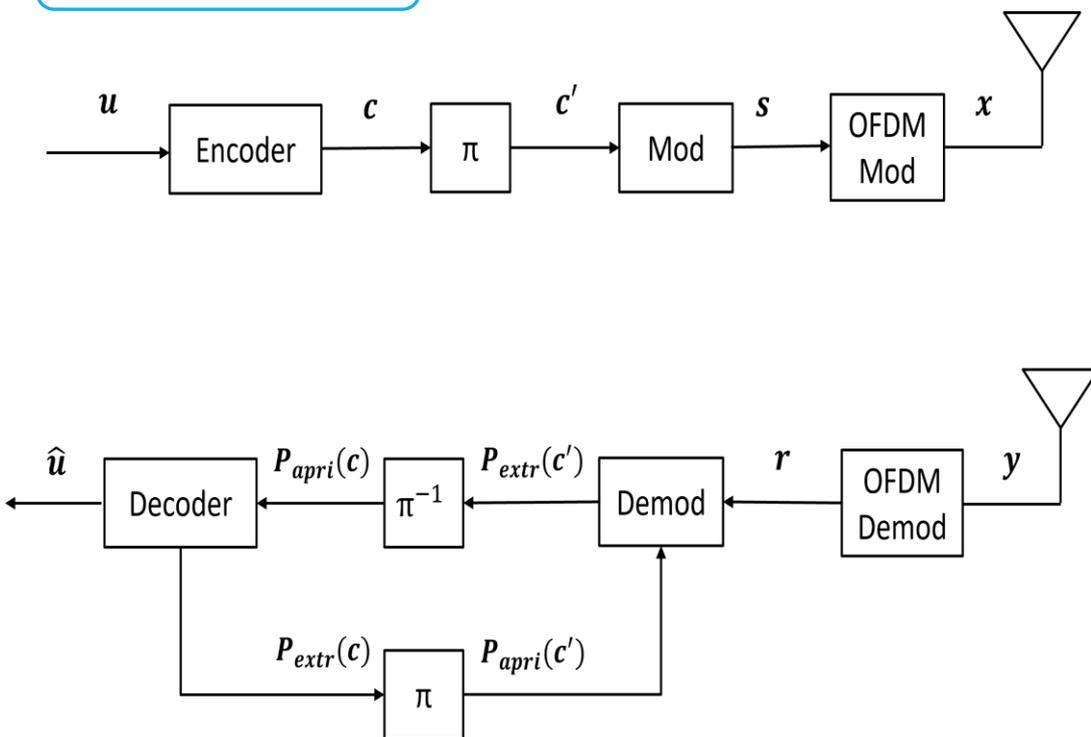
信号点配置と誤り訂正符号の整合性について検討を行った。

発表の流れ

- 研究背景と目的
- **BICM-ID**
- Polar符号
- LDPC符号
- マッピング手法
- シミュレーションによる性能評価
- まとめと考察・今後の課題

BICM-ID

システムモデル

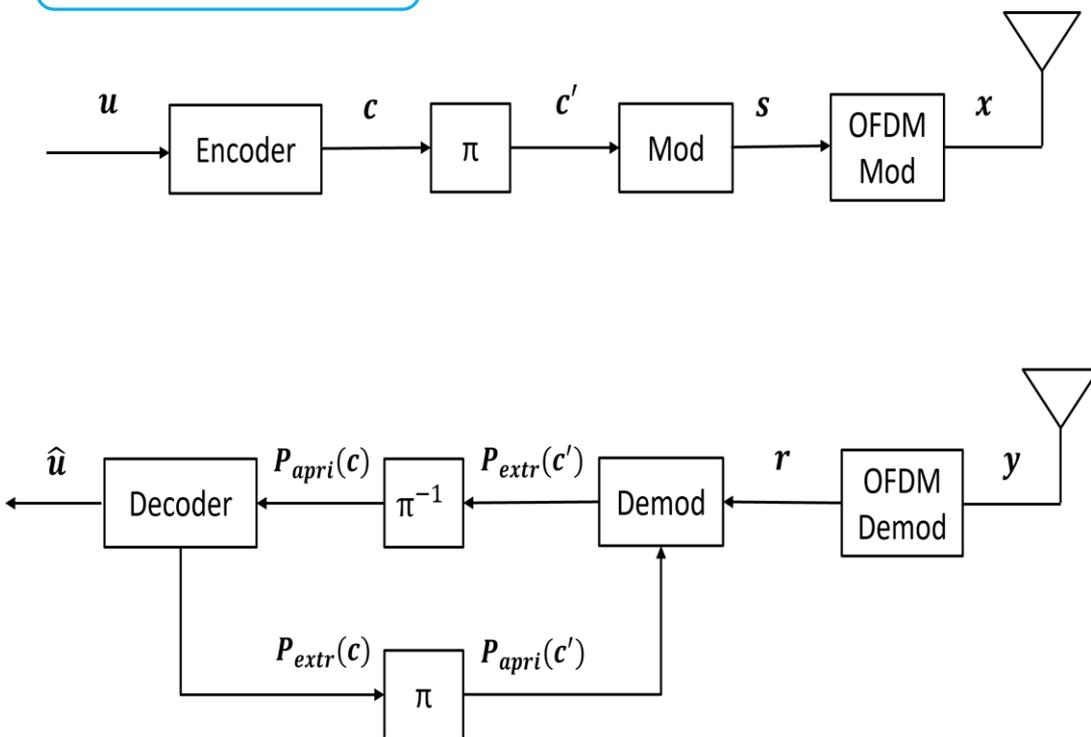


送信機での流れ

- i. 送信する情報ビット系列 u を符号器に入力し、符号化ビット系列 c を出力
- ii. インターリーバに入力し、インデックスを並び替える
- iii. 系列 c' を多値変調し、OFDM 変調を行い、送信する

BICM-ID

システムモデル



受信機での流れ

- i. 受信機では、受信信号 y から各ビットの事後LLRを計算
- ii. 事後LLRから事前LLRを減算することで、符号器に送る外部LLRを算出

$$L_{extr}(\hat{c}_i) = L(\hat{c}_i) - L_{apri}(\hat{c}_i)$$
- iii. デインターリーブによって外部LLRのインデックスを並び替え、復号器に入力
- iv. 復号器から外部LLRを算出し、並び替えて復調器へフィードバック

発表の流れ

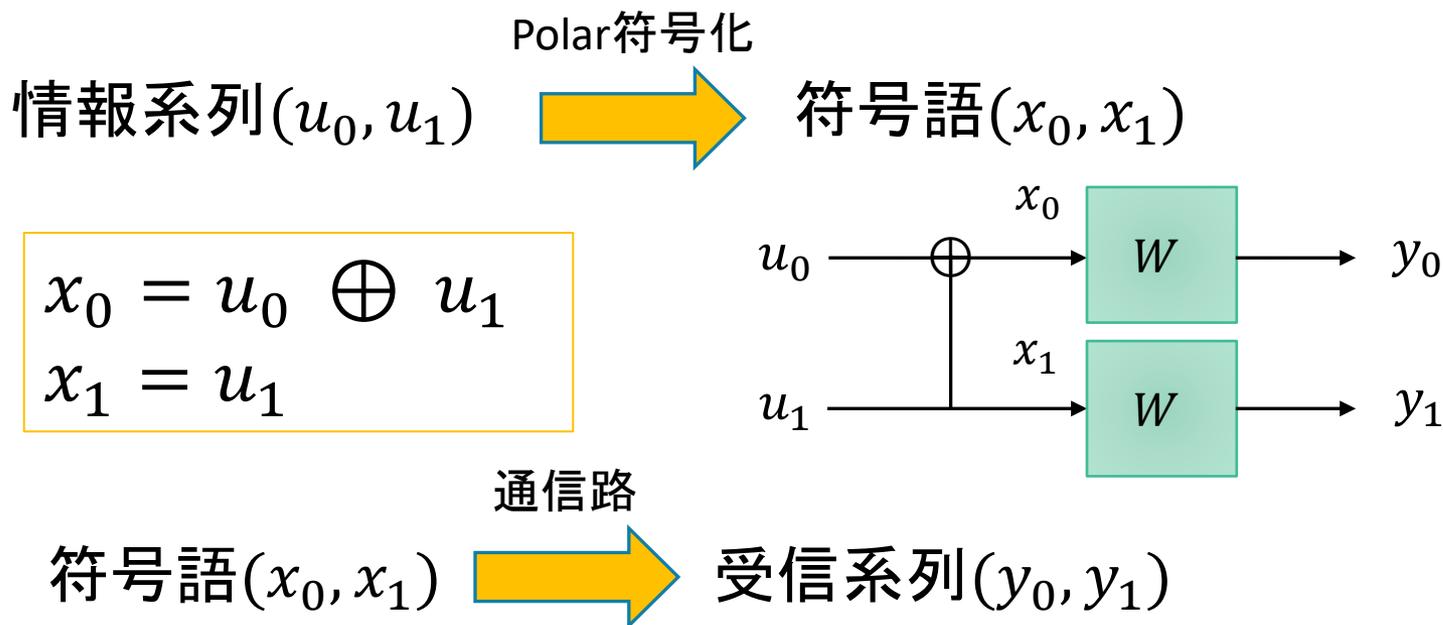
- 研究背景と目的
- BICM-ID
- **Polar符号**
- LDPC符号
- マッピング手法
- シミュレーションによる性能評価
- まとめと考察・今後の課題

Polar符号

- 通信路分極とよばれる現象を利用した符号
- 2元対称通信路に対して長符号長でシャノン限界を達成することが証明(Arikan, 2008)
 - 一般の通信路に対しても拡張可能
- 符号化の際の計算回数が非常に少ない
- 復号の際の計算回数も少ない $O(N \log N)$
- 5Gにおける誤り訂正符号として採用

Polar符号(符号化)

➤ 符号化の方法



この操作を繰り返し、長さ 2^n ($n \in \mathbb{N}$)の情報系列を符号化

Polar符号

凍結ビット

- Polar符号における一種の冗長ビット

- 各インデックスの相互情報量を計算



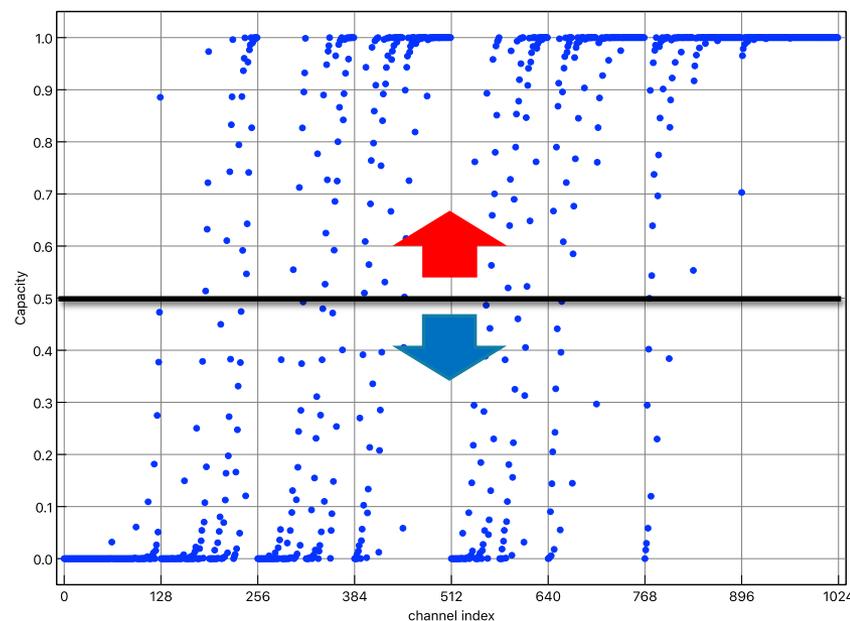
値が低いものから順に決定

- 送信者と受信者で既知

符号化率

$$\frac{\text{情報ビット}}{\text{情報ビット} + \text{凍結ビット}} = \frac{\text{送りたい情報}}{\text{送信するすべてのデータ}}$$

信頼度の高いビット(情報ビット)
→情報の伝送に使用

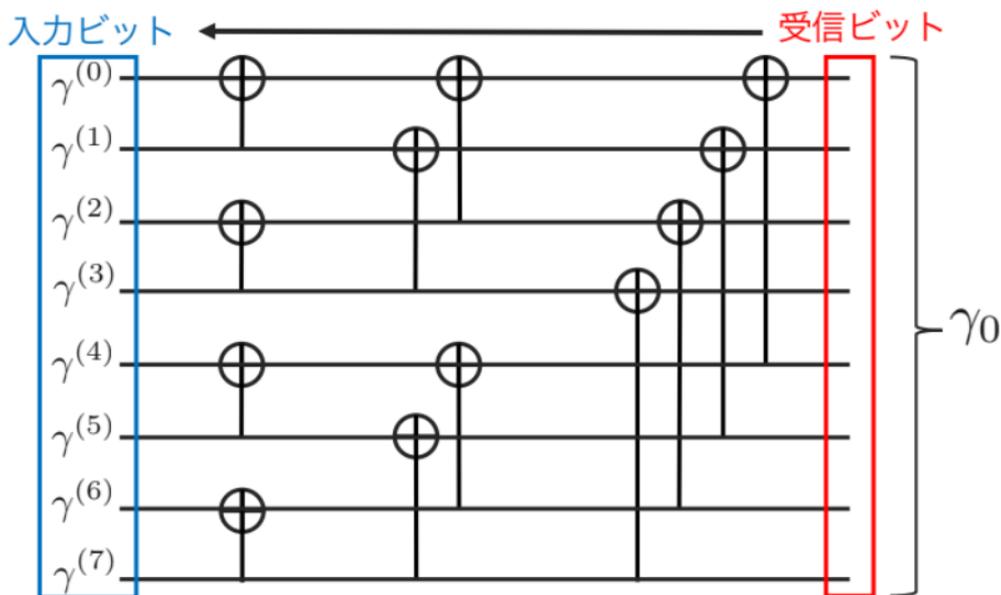


信頼度の低いビット(凍結ビット)
→送受信側で既知の値とする

Polar符号の設計

□ GA(Gaussian approximation)*を用いて凍結ビットの決定

- 全零の符号語
- 各ステージにおいてLLRが平均 γ , 分散 2γ のガウス分布に従うことを仮定
- 最終的な γ の値が小さいインデックス→凍結ビット



LLR(対数尤度比)

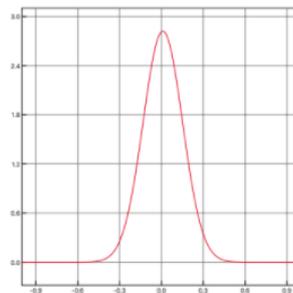
$$L_0(y_i) = \log \frac{p(y_i | c_i = 0)}{p(y_i | c_i = 1)}$$

ガウス分布

$$p(y) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\gamma_0}} e^{-\frac{(y-\gamma_0)^2}{4\gamma_0}}$$

BPSKの場合

$$\gamma_0 = 4 \times \text{SNR}$$



*P. Trifonov, "Efficient design and decoding of polar codes," vol. 60, no. 11, pp. 3221– 3227, Nov. 2012.

Polar符号の復号法

SCAN(Soft CAncellation)復号

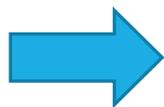
f関数を用いて,

$\lambda_{i,j}, \beta_{i,j}$ を連続的に推定

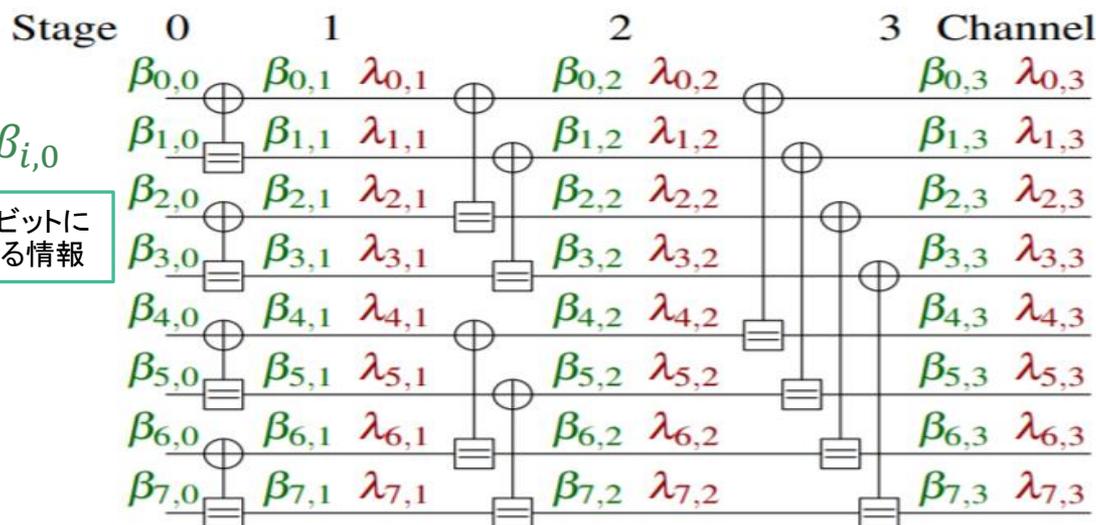
※ $f(\alpha, \beta) = 2 \tanh^{-1}(\tanh(\frac{\alpha}{2}) \tanh(\frac{\beta}{2}))$

$$\lambda_{i,j} = \begin{cases} f(\lambda_{i,j+1}, \lambda_{i+2^j,j+1} + \beta_{i+2^j,j+1}) & \text{if } B_{i,j} = 0 \\ f(\lambda_{i-2^j,j+1}, \beta_{i-2^j,j}) + \lambda_{i,j+1} & \text{if } B_{i,j} = 1 \end{cases}$$

$$\beta_{i,j} = \begin{cases} f(\beta_{i,j-1}, \beta_{i+2^{j-1},j-1} + \lambda_{i+2^{j-1},j-1}) & \text{if } B_{i,j-1} = 0 \\ f(\beta_{i-2^{j-1},j-1}, \lambda_{i-2^{j-1},j-1}) + \beta_{i,j-1} & \text{if } B_{i,j-1} = 1 \end{cases}$$



左伝播: $\lambda_{i,j}$



右伝播: $\beta_{i,j}$

N=8のPolar符号のファクターグラフ

復号手順

1. 各受信系列がLLR形式に変換
2. ファクターグラフでLLR値を繰り返し伝播
3. 最大反復回数後に $\beta_{i,n}$ を推定

$\lambda_{i,3}$

受信信号に関する情報

*FayyazUU, BarryJR, "Polar codes for partial response channels", In 2013 IEEE International Conference on Communications (ICC): 43374341.

発表の流れ

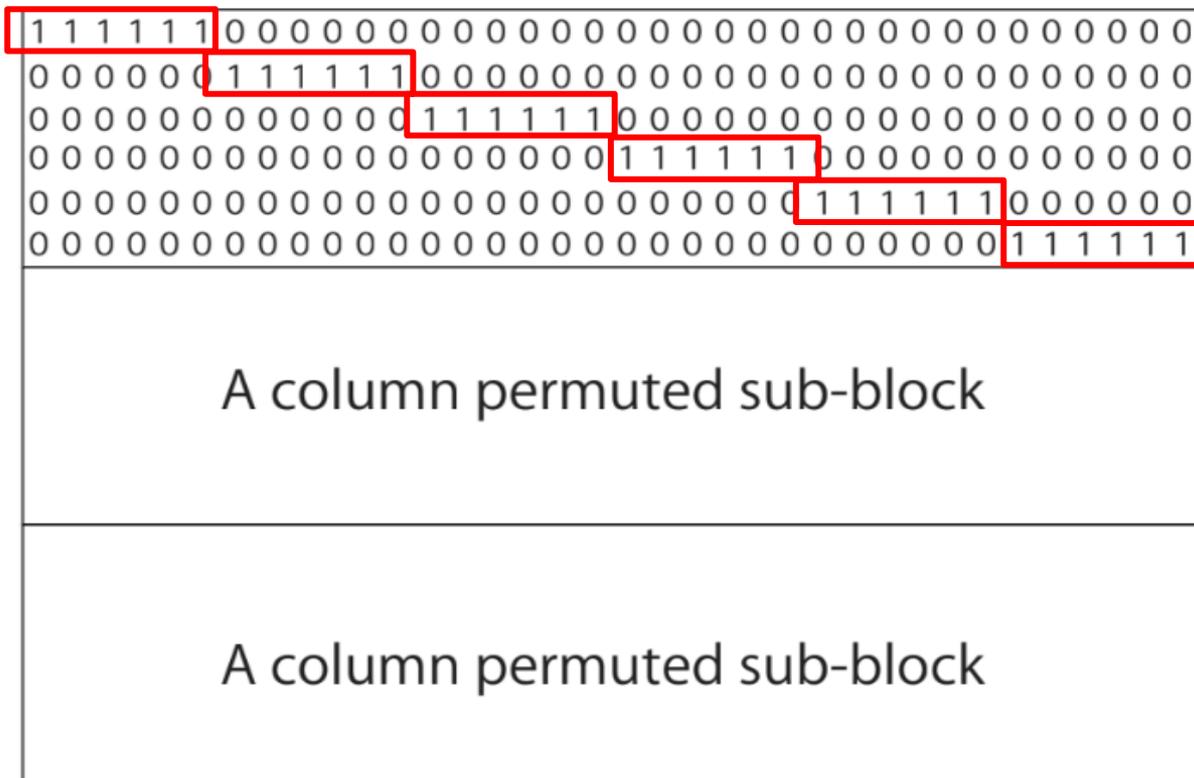
- 研究背景と目的
- BICM-ID
- Polar符号
- **LDPC符号**
- マッピング手法
- シミュレーションによる性能評価
- まとめと考察・今後の課題

LDPC符号

- 非常に疎な検査行列によって定義される符号
- 様々な符号長、符号化率の符号の設計が容易
- 符号長が長い場合、シャノン限界に近い強力な誤り訂正能力を持つ
- エラーフロアが起こりにくい

Gallagerの構成法

LDPC符号の検査行列Hの構成法



LDPC符号の検査行列(Parity Check matrix)

Robert.G.Gallager, "Low-density parity-check codes," IEEE Trans. Inform. Theory, vol.8, pp. 21–28, 1962.

LDPC符号の符号化

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

列重み3

行重み6

- ・検査行列 H と生成行列 G の関係

$$H = [PI_{n-k}] \quad GH^T = 0$$

$$G = [I_k P^T]$$

情報ビット数: k 符号長: n

- ・符号語 c の作成

$$c = mG$$

情報ビット列: m



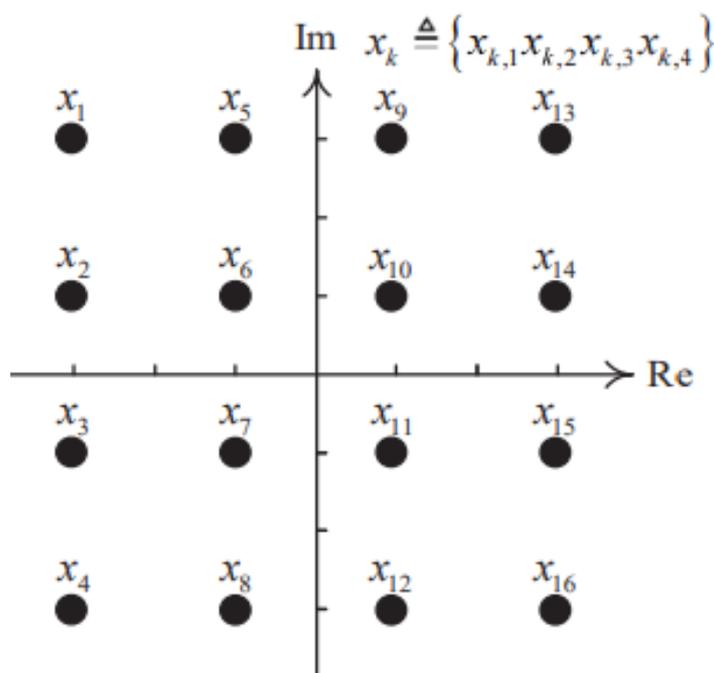
復号はSum-Product復号法を用いる

発表の流れ

- 研究背景と目的
- BICM-ID
- Polar符号
- LDPC符号
- **マッピング手法**
- シミュレーションによる性能評価
- まとめと考察・今後の課題

マッピング手法

今回は16QAMを想定



16QAMの信号点配置

□ マッピングの種類

i. Gray

前後に隣接する符号間のハミング距離が必ず1

ii. Set Partitioning(SP)

ペアの2点間のユークリッド距離を最大化させたもの

iii. Mixed or Semi Set Partitioning(SSP)

i.とii.を混合させたもの

iv. Maximum Squared Euclidean Weight(MSEW)

ハミング距離1のものとの距離を最大化させたもの

v. Adaptive Irregular Mapping(AIM)

➡以降で説明

マッピング手法

信号のラベリングは、BICMとBICM-IDの設計において重要な部分

レイリーフェージングに対するBICMの漸近的性能

$$\log_{10} P_b \simeq \frac{-d_2(C)}{10} \left[\left(R d_h^2(\mu) \right)_{dB} + \left(\frac{E_b}{N_0} \right)_{dB} \right] + const$$

P_b : ビット誤り率、 $d_2(C)$: 符号の最小ハミング距離

R : 情報量、 $d_h^2(\mu)$: 最小二乗ユークリッド距離の調和平均



$$d_h^2(\mu) = \left(\frac{1}{m 2^m} \sum_{i=1}^m \sum_{b=0}^1 \sum_{x \in \mathcal{X}_b^k} \frac{1}{\|x - \hat{z}\|^2} \right)^{-1}$$

BICMは、 $d_2(C)$ と $d_h^2(\mu)$
に依存する

$\|x - \hat{z}\|$: x と \hat{z} 間のユークリッド距離、 $m = \log_2(M)$

マッピング手法

BICM-IDの漸近性能

$$\log_{10} P_b \simeq \frac{-d_2(C)}{10} \left[(R \tilde{d}_h^2(\mu))_{dB} + \left(\frac{E_b}{N_0} \right)_{dB} \right] + const$$

$$\tilde{d}_h^2(\mu) = \left(\frac{1}{m2^m} \sum_{i=1}^m \sum_{b=0}^1 \sum_{x \in \chi_b^k} \frac{1}{\|x - \tilde{z}\|^2} \right)^{-1}$$

P_b : ビット誤り率、
 $d_2(C)$: 符号の最小ハミング距離
 R : 情報量
 $\tilde{d}_h^2(\mu)$: 最小二乗ユークリッド距離の調和平均



反復復号利得を得るためには、BICM-IDの $|x - \tilde{z}|$ がBICMの $|x - \hat{z}|$ より大きくなるようにラベリングマップ μ を設計する必要がある

- オフセットゲイン

$$G_h = -10 \times \log_{10} \left(\frac{d_h^2(\chi)}{\tilde{d}_h^2(\chi)} \right) \text{ (dB)}$$

v. Adaptive Irregular Mapping(AIM)

□ Constellationの設計方法(3段階)

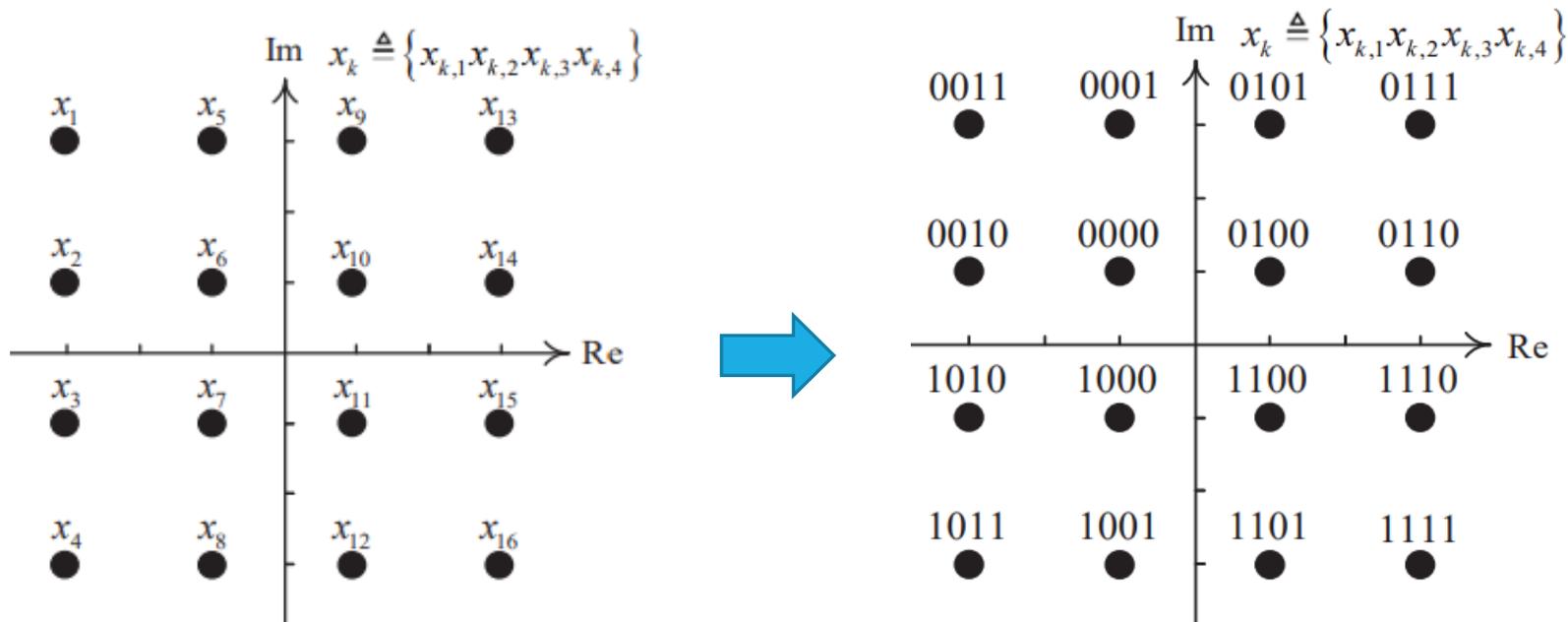
1. 初期のConstellationの決定:
2. ターゲットラベリングビットの選択:
3. 残りのラベリングビットの設定:

※Zhaojie Yang;Yi Fang;Yu Cheng;Pingping Chen;Dhafer J. Almkhles,"
Protograph LDPC-Coded BICM-ID With Irregular Mapping: An Emerging
Transmission Technique for Massive Internet of Things", IEEE
Transactions on Green Communications and Networking 2021.

v. Adaptive Irregular Mapping(AIM)

1. 初期のConstellationの決定:

例: Grayマッピング



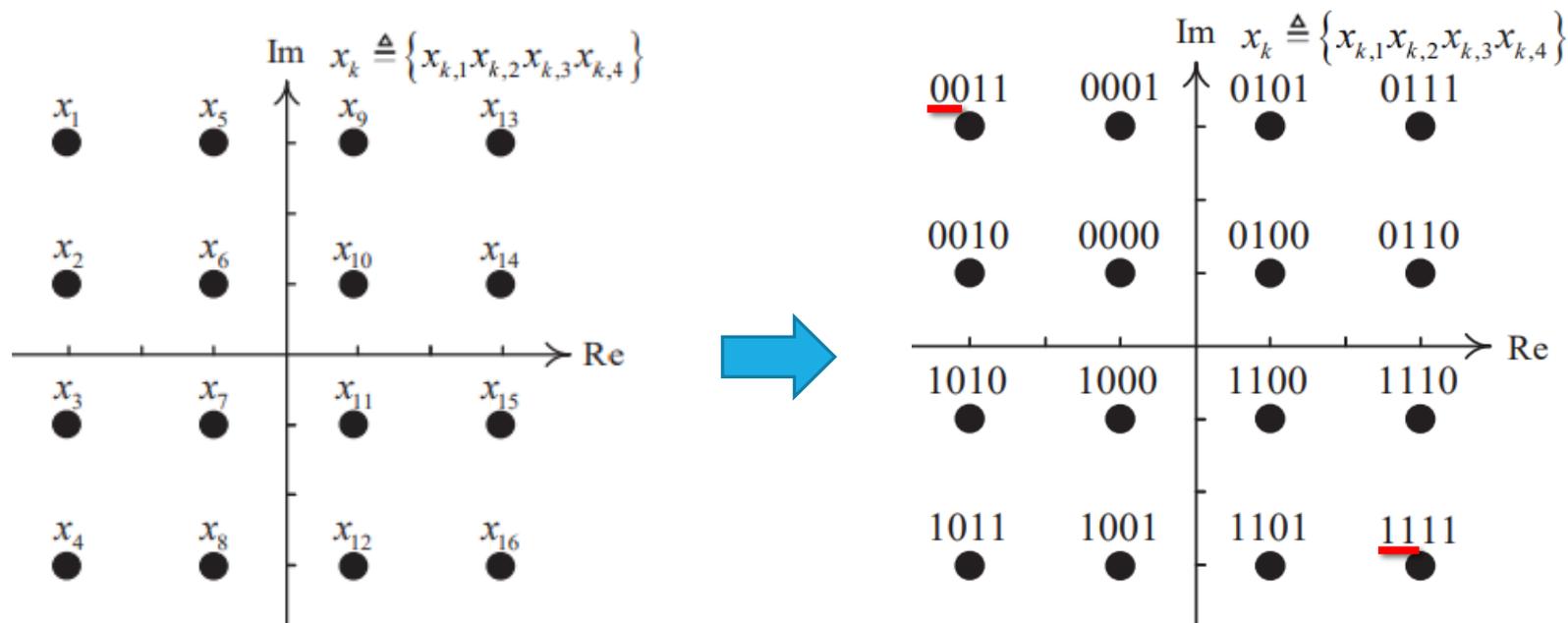
Grayマッピング化

v. Adaptive Irregular Mapping(AIM)

2. ターゲットラベリングビットの選択:

k番目の x_i と $x_{(M+1-i)}$ の b と \bar{b} ($b \in \{0,1\}$)に設定されているラベリングビット

⇒ m' 個あるとしたらそれらをターゲットラベリングビットと呼び、そのまま固定



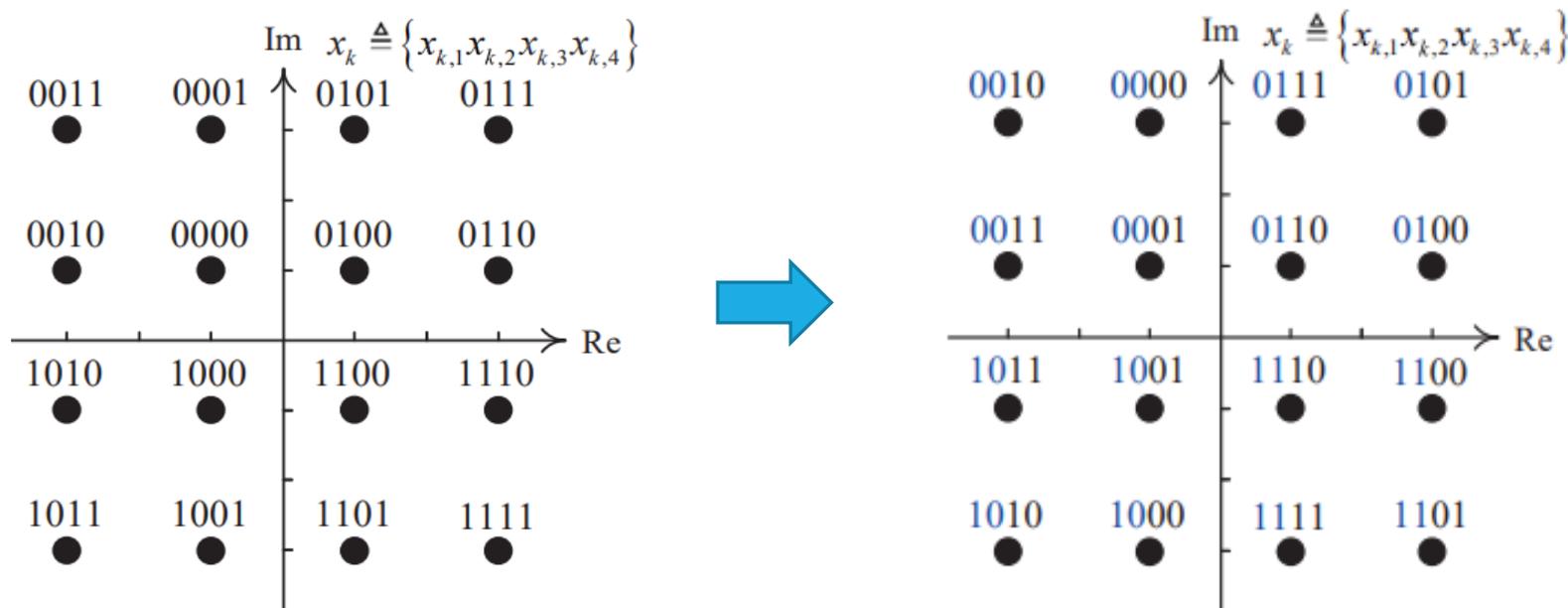
Grayマッピング化

v. Adaptive Irregular Mapping(AIM)

3. 残りの $m - m'$ 個のラベリングビットの決定方法:

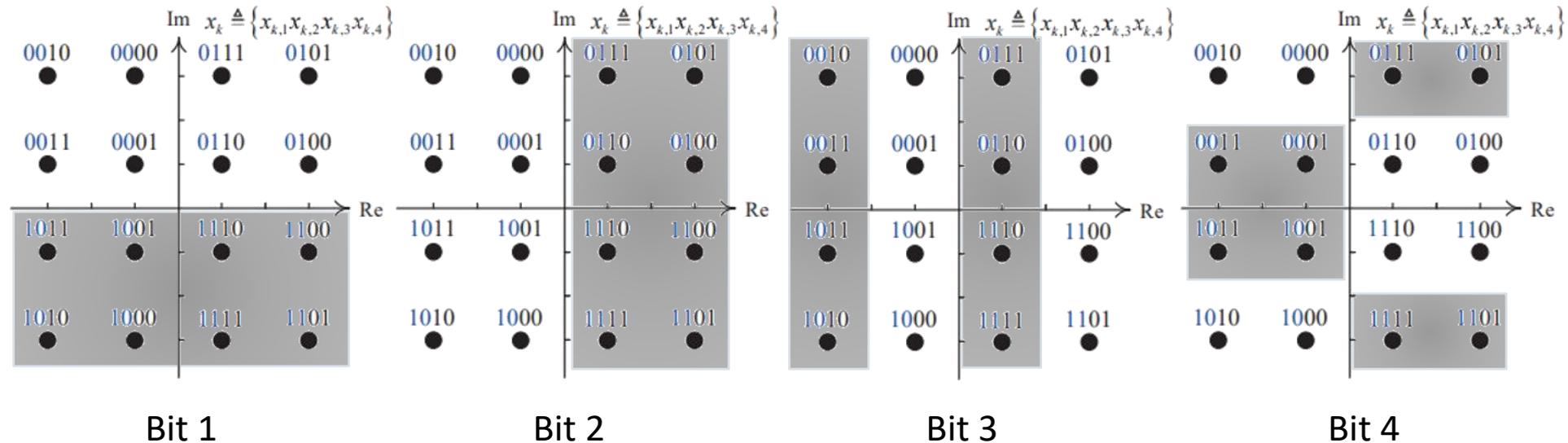
- 同じラベルペアに属する2つのラベル間のハミング距離を最大化
- 2つの隣接する点間のハミング距離は可能な限り小さくする

以上2つの特性を満たすように設計



Adaptive Grayマッピング化

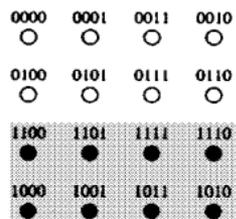
v. Adaptive Irregular Mapping(AIM)



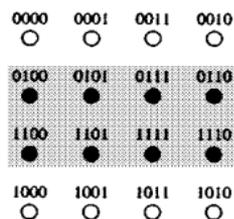
16-QAMコンステレーションの4つのビット位置について、それぞれの集合分割を示したもの

影部分は1の各ビットの判定領域に対応し、影部分以外は0に対応

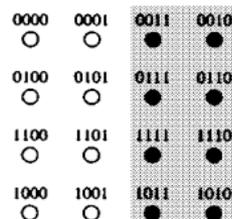
v. Adaptive Irregular Mapping(AIM)



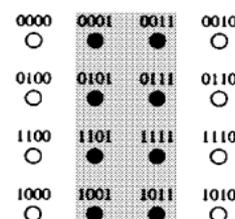
Bit 1



Bit 2

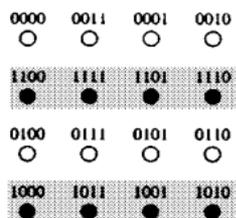


Bit 3

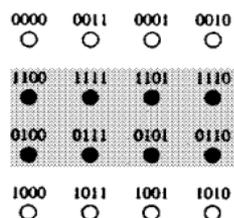


Bit 4

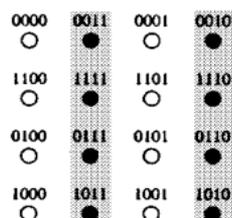
Gray Labeling



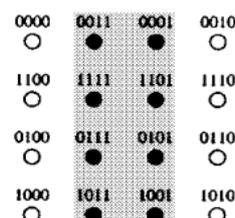
Bit 1



Bit 2

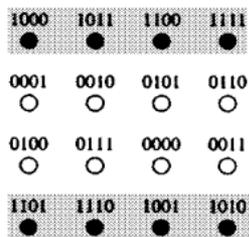


Bit 3

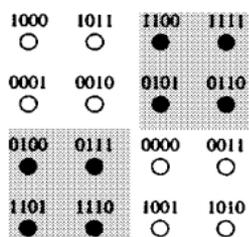


Bit 4

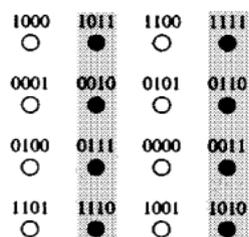
Set-Partitioning Labeling



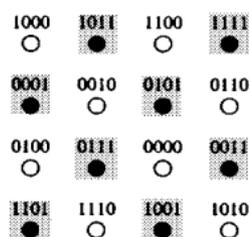
Bit 1



Bit 2



Bit 3



Bit 4

Mixed Labeling

どのラベリング方法でも、各ビットでの1と0の部分集合間の最小ユークリッド距離は同じ
 ➤ 近傍の数が異なることは明らか

最小二乗ユークリッド距離値の調和平均分析

	16QAM	Gray	Adp-Gray	MSEW	Adp-MSEW	Set-Partitioning	SSP
BICM	$d_h^2(\mu)$	<u>0.492</u>	<u>0.492</u>	0.419	<u>0.492</u>	0.441	0.400
BICM-ID	$\tilde{d}_h^2(\mu)$	<u>0.514</u>	<u>0.581</u>	2.658	<u>0.581</u>	1.119	0.993
	G_h	<u>0.19</u>	<u>0.72</u>	8.02	<u>0.72</u>	3.56	3.05

- Gray, Adp-Gray, Adp-MSEWは $d_h^2(\mu)$ が同じ値 \rightarrow BICMシステムの最良ケース
- Irregular Mapping (IM) は, Grayよりも $\tilde{d}_h^2(\mu)$ と G_h が大きい

発表の流れ

- 研究背景と目的
- BICM-ID
- Polar符号
- LDPC符号
- マッピング手法
- シミュレーションによる性能評価
- まとめと考察・今後の課題

シミュレーションによる性能評価

BICM-IDシステムにおける
Polar符号およびLDPC符号の
最適なラベリングの検討

BICM-IDシステムにおいて、
Polar符号およびLDPC符号を
適用した構成の比較



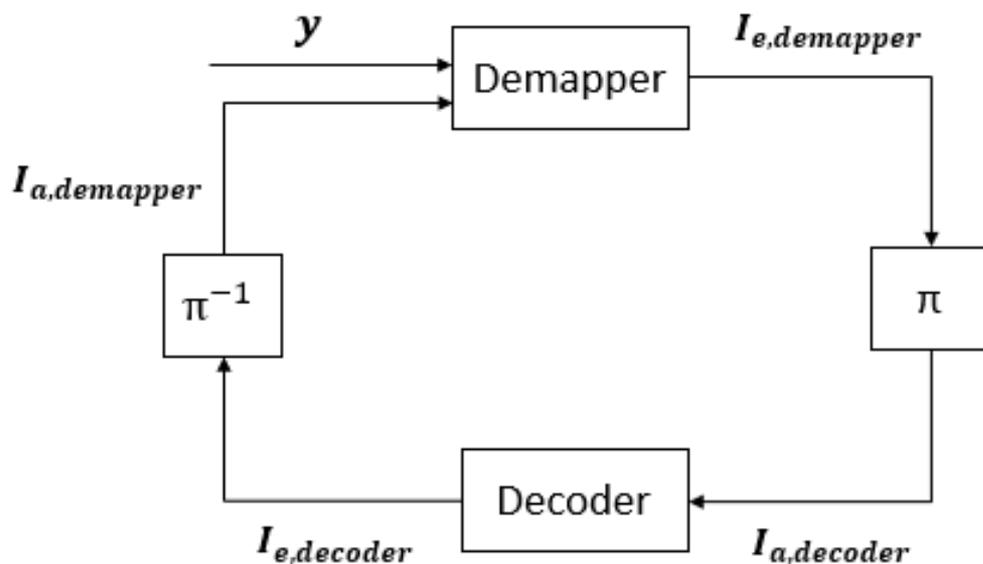
EXIT解析で比較を行う



BER特性で比較を行う

EXIT解析

- 相互情報量の観点から軟入力軟出力の機能を持つ復調器、復号器の性能を評価するツール

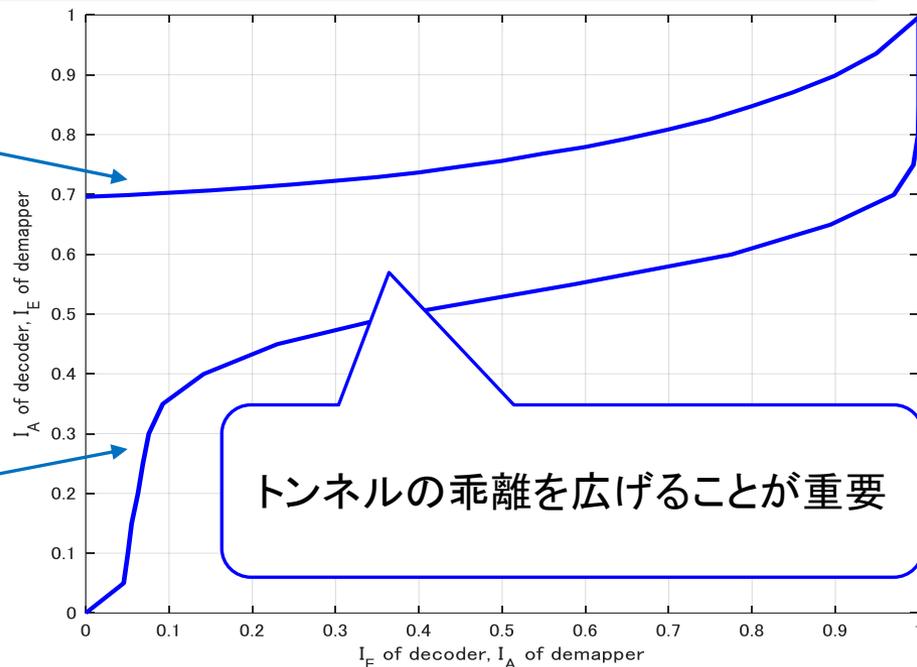
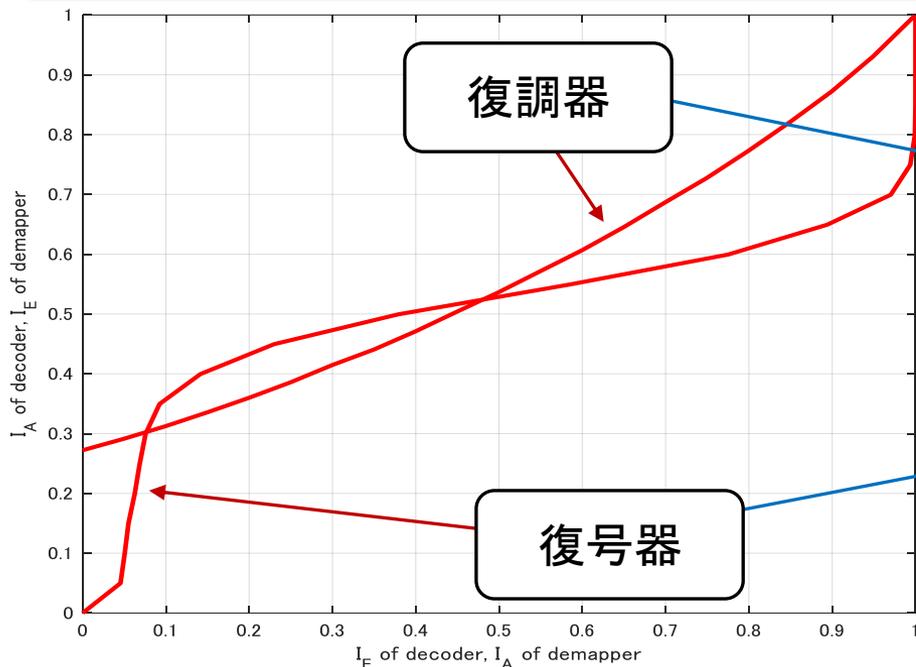


EXIT解析モデル

- 入力する事前LLRの相互情報量 I_a を任意で定め、事前LLRの標準偏差 σ_a を出力

$$\sigma_a = J^{-1}(I_a)$$
- 事前LLR: $(L_a = \frac{2}{\sigma_a^2}(x + z))$ から事後LLRを出力
- 事前LLRを減算することで、次に受け渡す外部LLRを算出

EXIT解析



曲線同士が交差する場合

軌跡が交点でストップするため、
完全な知識が得られないため、
検出誤りが生じる

曲線同士が交差しない場合

軌跡の終点が(1,1)に到達(繰り返し
し処理が収束)すれば、完全な知
識が得られる

シミュレーション諸元 (各マッピングのラベル番号)

i. Gray

[3,2,10,11,1,0,8,9,5,4,12,13,7,6,14,15]

ii. Set Partitioning(SP)

[9,14,5,2,12,11,0,7,13,10,1,6,8,15,4,3]

iii. Semi Set Partitioning(SSP)

[0,12,4,8,3,15,7,11,1,13,5,9,2,14,6,10]

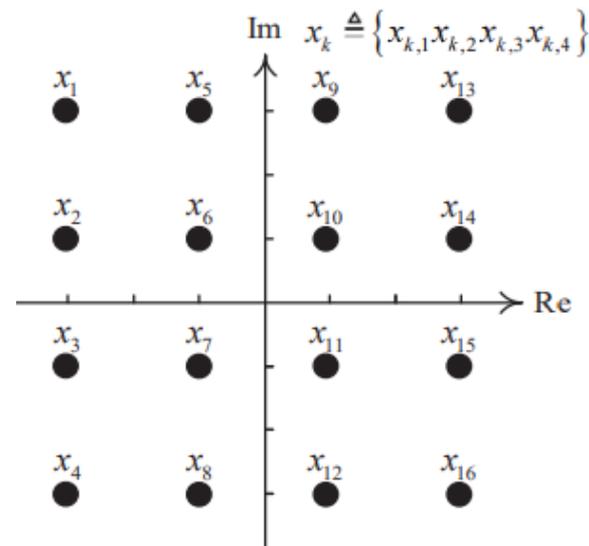
iv. Maximum Squared Euclidean Weight(MSEW)

[2,8,5,15,1,11,6,12,7,13,0,10,4,14,3,9]

v. Adaptive Irregular Mapping(AIM)

[2,3,11,10,0,1,9,8,7,6,14,15,5,4,12,13] (Adaptive Gray)

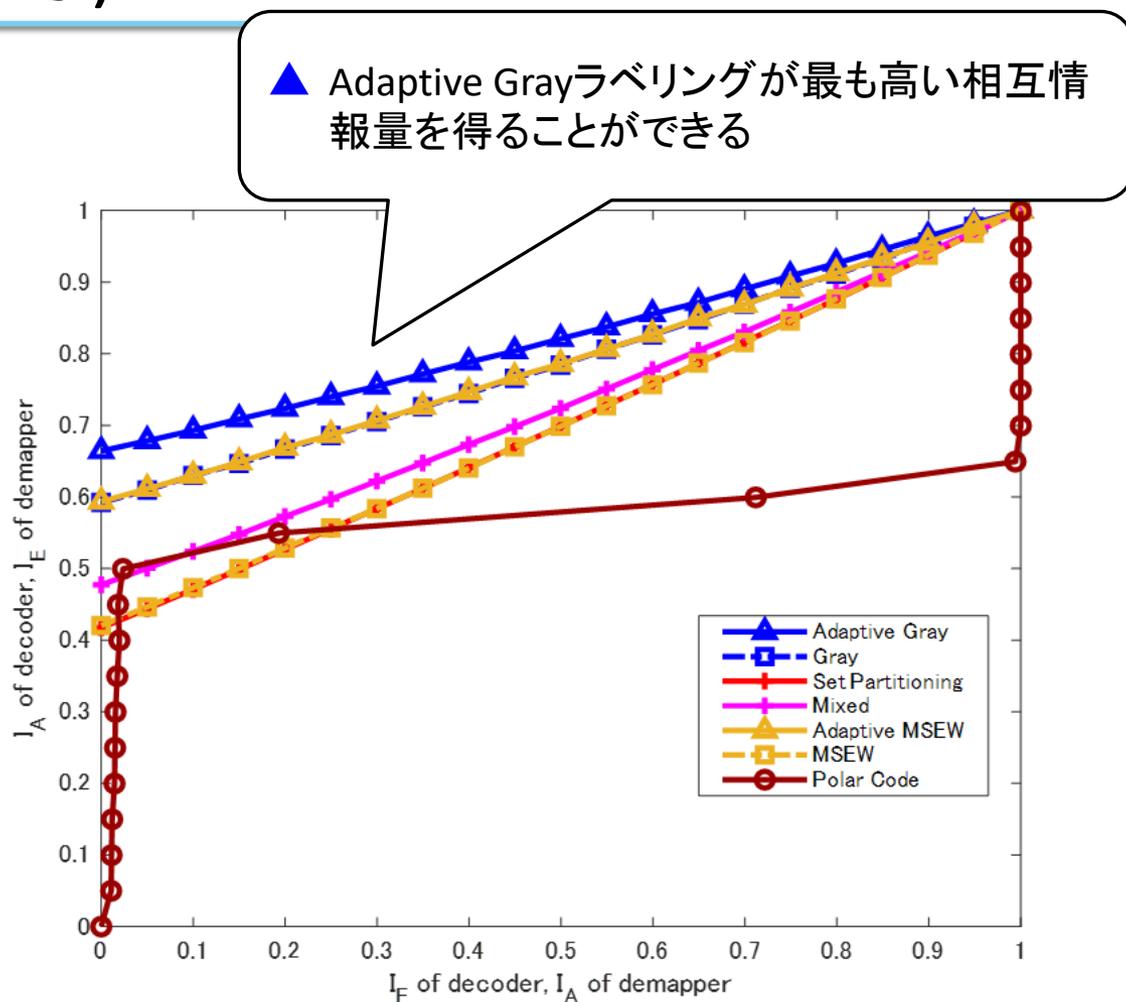
[4,12,7,15,5,13,6,14,1,9,2,10,0,8,3,11] (Adaptive MSEW)



ラベル番号付け

EXIT解析(Polar符号)

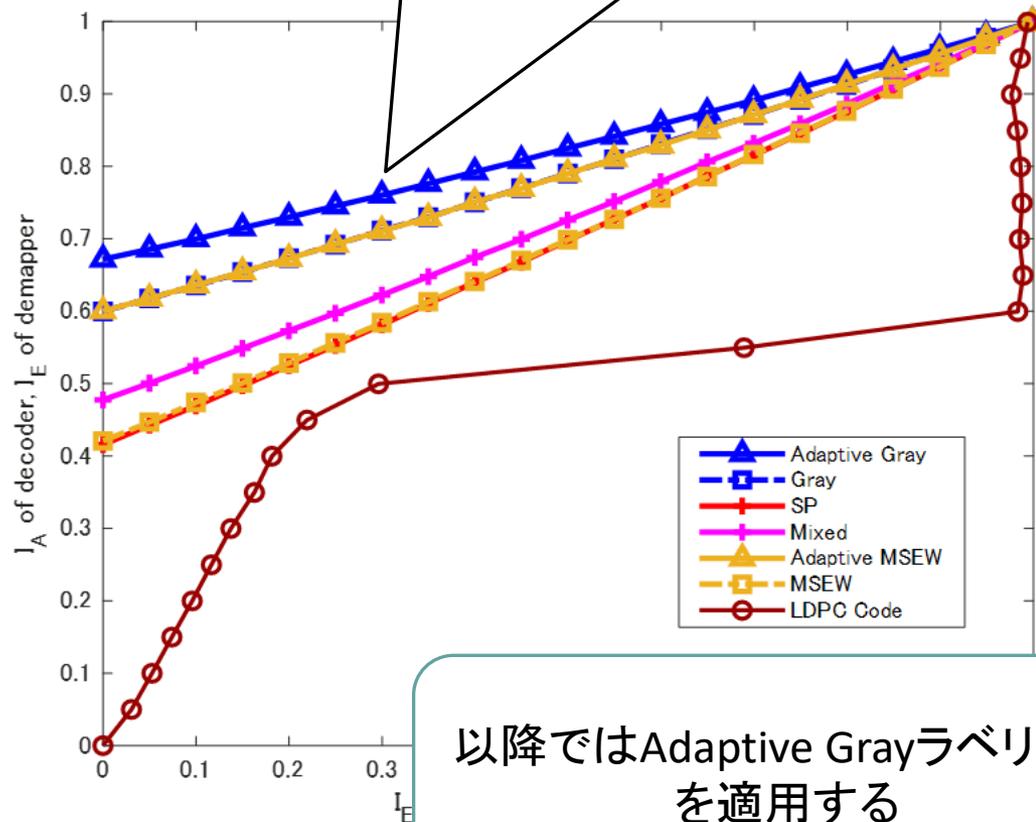
パラメータ	値
符号長	2048
符号化率	$\frac{1}{2}$
変調	16QAM
インターリーバ	ランダム
Polar符号設計法	GA法
Design-SNR	0[dB]
復号法	SCAN
SCAN復号 iteration	4
通信路	AWGN
E_b/N_0	2[dB]



EXIT解析(LDPC符号)

パラメータ	値
符号長	2048
符号化率	1/2
変調	16QAM
インターリーバ	ランダム
LDPC符号設計法	Gallager
復号法	Sum-Product
Sum-Product復号 iteration	30
通信路	AWGN
E_b/N_0	2[dB]

- ▲ 先ほど同様にAdaptive Grayラベリングが最も高い相互情報量を得ることができる
- ▲ 最適である

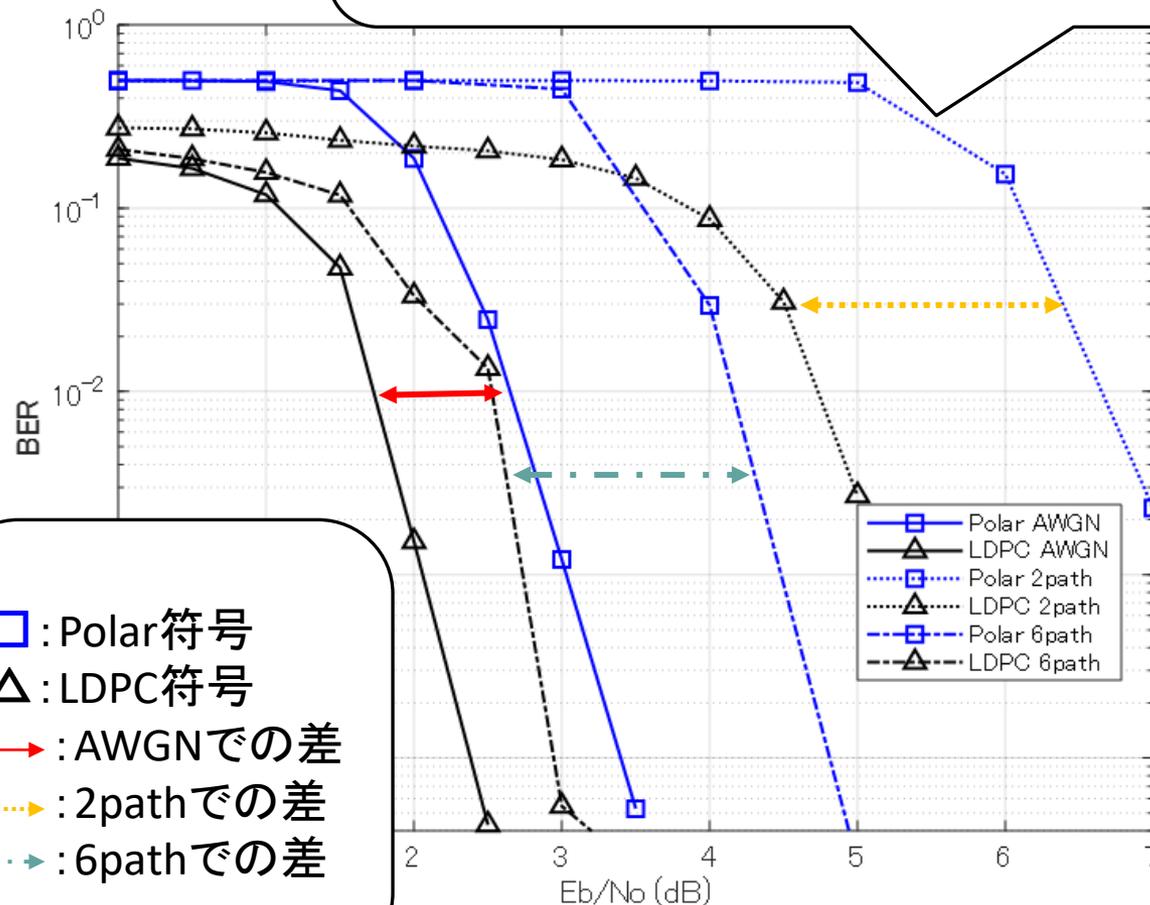


以降ではAdaptive Grayラベリングを適用する

BER特性

パラメータ	値
符号長	2048
符号化率	1/2
変調	16QAM
インターリーバ	ランダム
Design-SNR	0[dB]
サブキャリア数	256
GI	16
SCAN復号 iteration	4
Sum-Product復号 iteration	30
通信路	AWGN 周波数選択性 フェージング
E_b/N_0	0~7[dB]
パス数	2,6

- BICM-IDでは、AWGN通信路と周波数選択性フェージング通信路でもLDPC符号が優れていることが明らか。
- BICM-IDではLDPCの方が適している



- : Polar符号
- △ : LDPC符号
- : AWGNでの差
- : 2pathでの差
- : 6pathでの差

発表の流れ

- 研究背景と目的
- BICM-ID
- Polar符号
- LDPC符号
- マッピング手法
- シミュレーションによる性能評価
- まとめ・今後の課題

まとめと今後の課題

□ まとめ

- 最小二乗ユークリッド距離値の調和平均分析とEXIT解析での比較は、Adaptive GrayマッピングがPolar符号およびLDPC符号のBICM-IDシステムに適していると分かった
- BER特性では、符号長が短い場合はLDPC符号が適している

□ 今後の課題

- Polar符号、LDPC符号の最適化(設計手法)
- 長符号長での特性比較
- 計算量における比較

ご清聴ありがとうございました
