情報処理過程における
熱力学第二法則

沙川　貴大

京都大学白眉センター / 基礎物理学研究所

平成24年1月20日　第2回情報ネットワーク科学研究会

Collaborators

- 上田正仁（東大）

- 鳥谷部祥一（中央大→ミュンヘン大）
- 宗行英朗（中央大）

- 佐野雅己（東大）

Theory:

TS and M. Ueda, Phys. Rev. Lett. **100**, 080403 (2008) .

TS and M. Ueda, Phys. Rev. Lett. **102**, 250602 (2009); **106**, 189901(E) (2011).

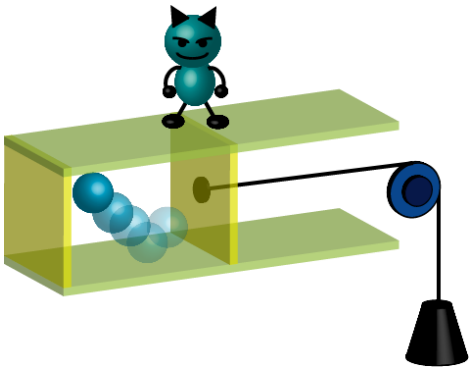
TS and M. Ueda, Phys. Rev. Lett. **104**, 090602 (2010).

Experiment:

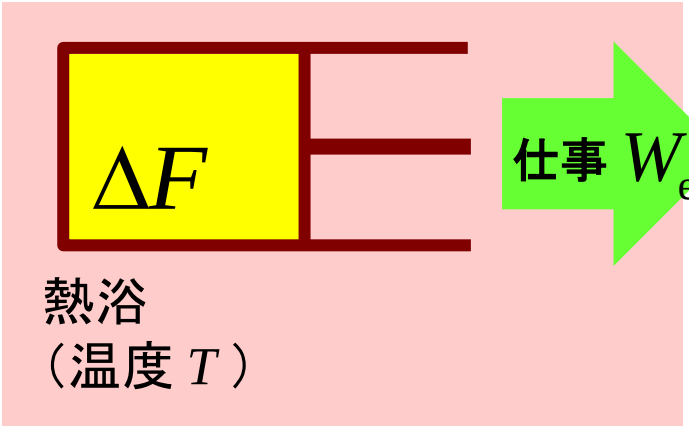
S. Toyabe, TS, M. Ueda, E. Muneyuki, and M. Sano, Nature Physics **6**, 988 (2010).

Outline

- イントロダクション
- フィードバック制御と熱力学
- 情報熱機関の実験による実現
- メモリの熱力学
- まとめと展望



熱力学第二法則



等温過程で熱浴から仕事を取り出すとき：

$$W_{\mathrm{ext}} \leq -\Delta F$$

仕事　　自由エネルギー変化

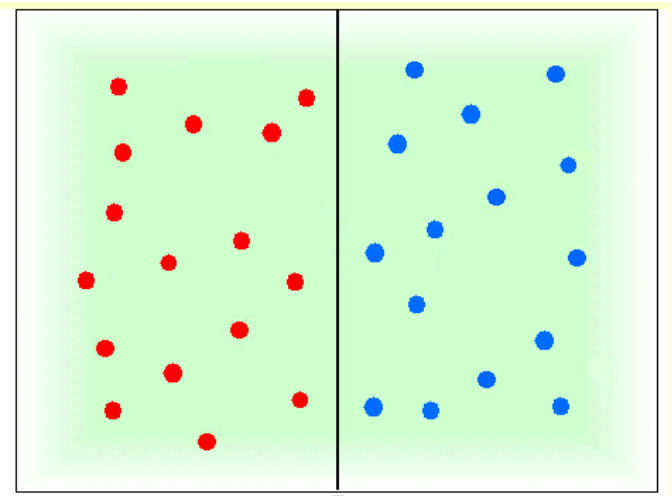
サイクルなら $\Delta F = 0$ なので $W_{\mathrm{ext}} \leq 0$

（第二種永久機関は不可能）

断熱過程なら $\Delta S \geq 0$ （エントロピー変化は非負）

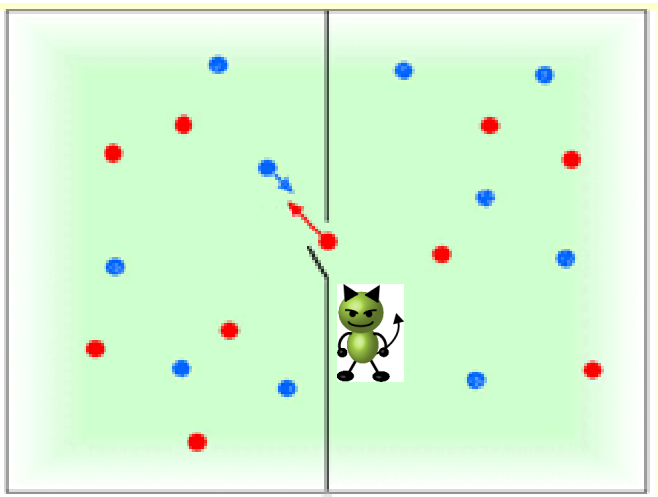
マクスウェルのデーモン

熱・統計力学の基礎に関わる19世紀以来の問題



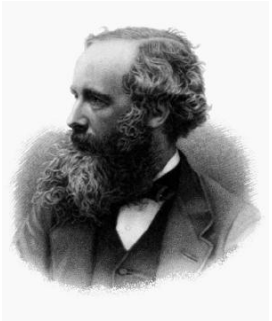
熱力学第二法則

**マクスウェル
のデーモン**



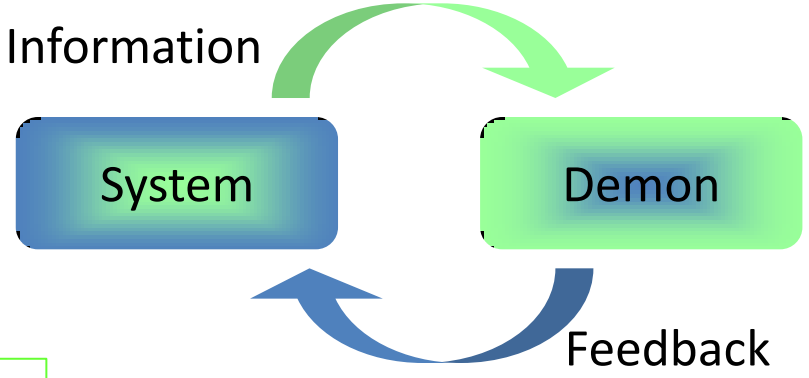
分子の速度を一つずつ観測して、
扉を開け閉めする

温度差を作り出せる？



マクスウェル (1831-1879)

現代から見たデーモン



熱ゆらぎのレベルで系を測定し、その**情報**を用いた**フィードバック制御**を行う

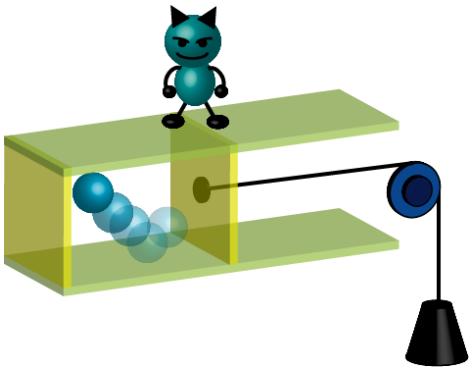
情報処理の熱力学

✓ 熱・統計力学の原理の深い理解

✓情報処理に要するエネルギーコストの解明

Outline

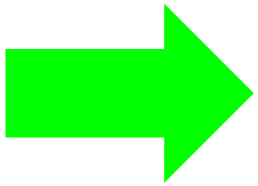
- イントロダクション
- フィードバック制御と熱力学
- 情報熱機関の実験による実現
- メモリの熱力学
- まとめと展望

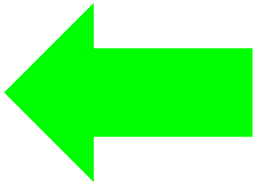


情報とエントロピー

秩序＝情報あり

熱力学第二法則





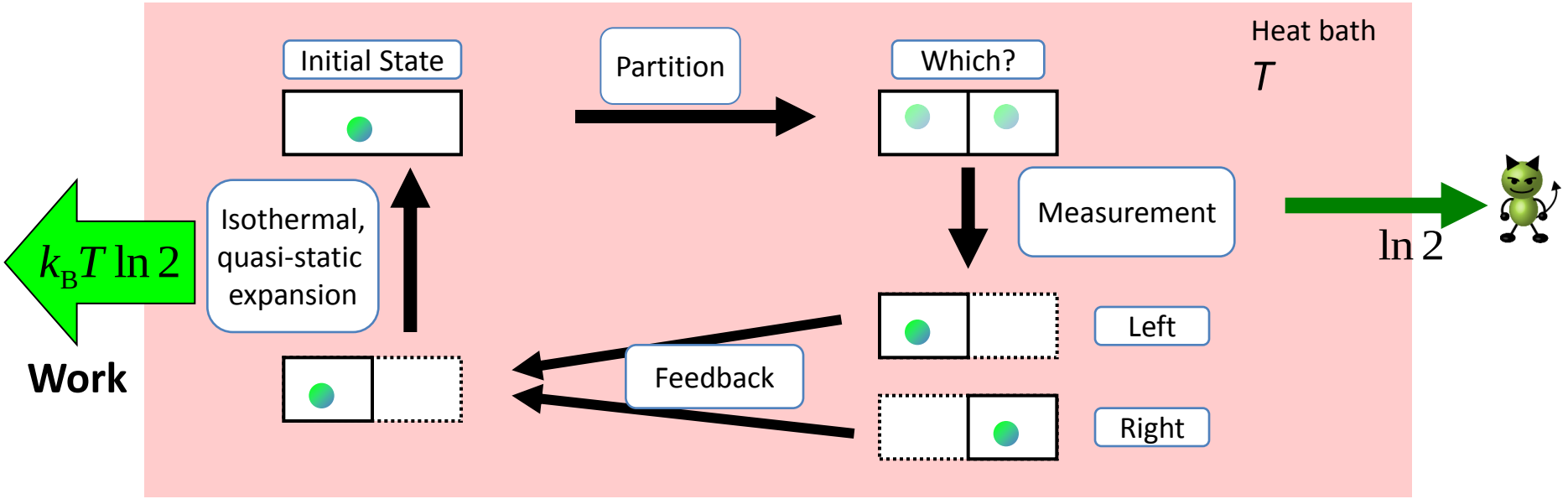
マクスウェルの
デーモン

無秩序＝情報なし

情報があれば「ゆらぎ」を制御できる

L. Szilard, Z. Phys. **53**, 840 (1929)

Szilardエンジン (1929)



自由エネルギー: $F = E - TS$

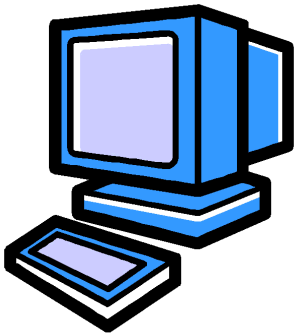
増大

フィードバックにより減少

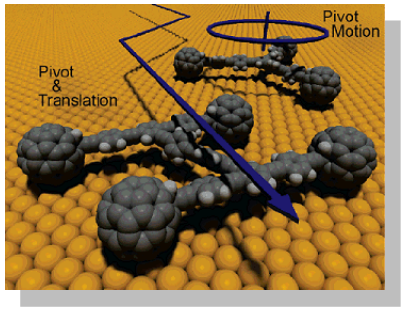
情報を使って物理的エントロピーを制御する

熱力学第二法則との関係

コントローラ



1 bit



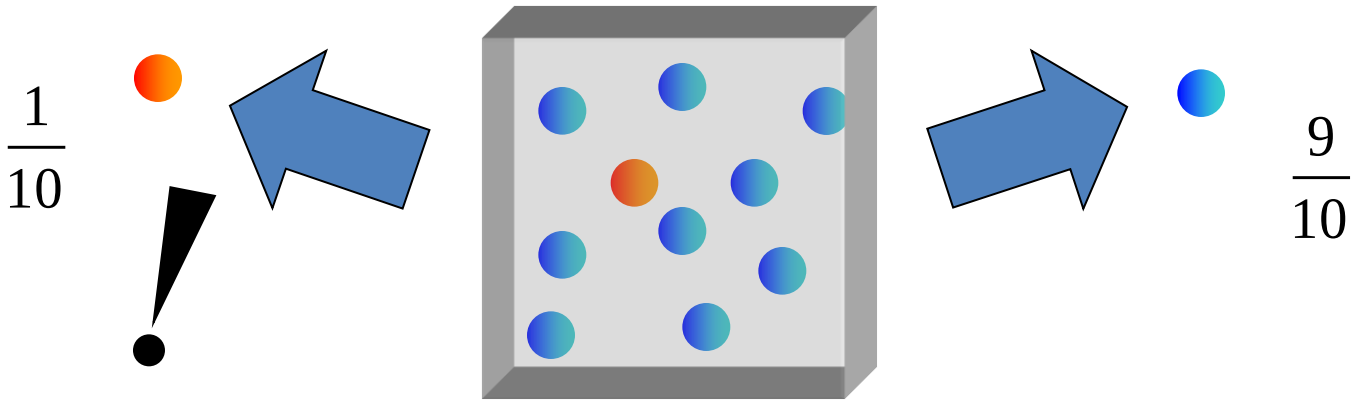
微小熱力学系

$k_{\mathrm{B}}T\ln 2$

$k_{\mathrm{B}}T\ln 2$

- ✓ トータルでは熱力学第二法則と整合
- ✓ コントローラーと微小系の間に直接エネルギーのやりとりがなくても、微小系の自由エネルギーを増大させられる

シャノン情報量



イベントk がもつ「情報量」: $\ln \frac{1}{p_k}$

平均

シャノン情報量 $H = \sum_k p_k \ln \frac{1}{p_k}$

相互情報量

システム　S → 測定器（メモリ）　M

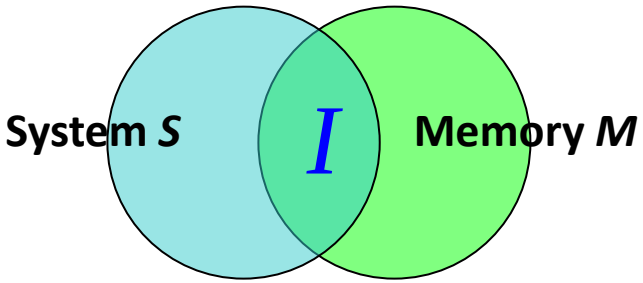
測定（一般には確率的エラーがのる）

相互情報量：$I(S:M) \equiv H(S) + H(M) - H(SM)$

シャノン情報量：$H = \sum_k p_k \ln \frac{1}{p_k}$

$0 \leq I \leq H(M)$

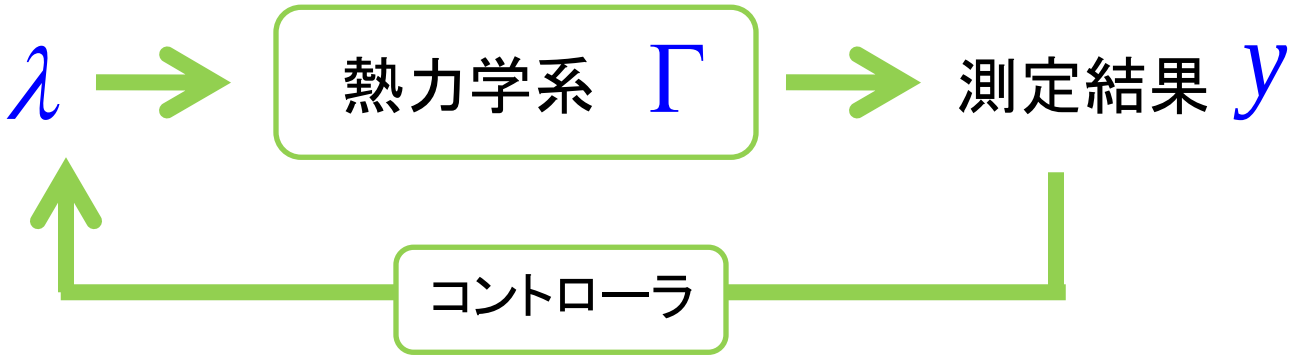
情報なし　　誤差なし



相互情報量：
システムとメモリの相関

セットアップ：フィードバック

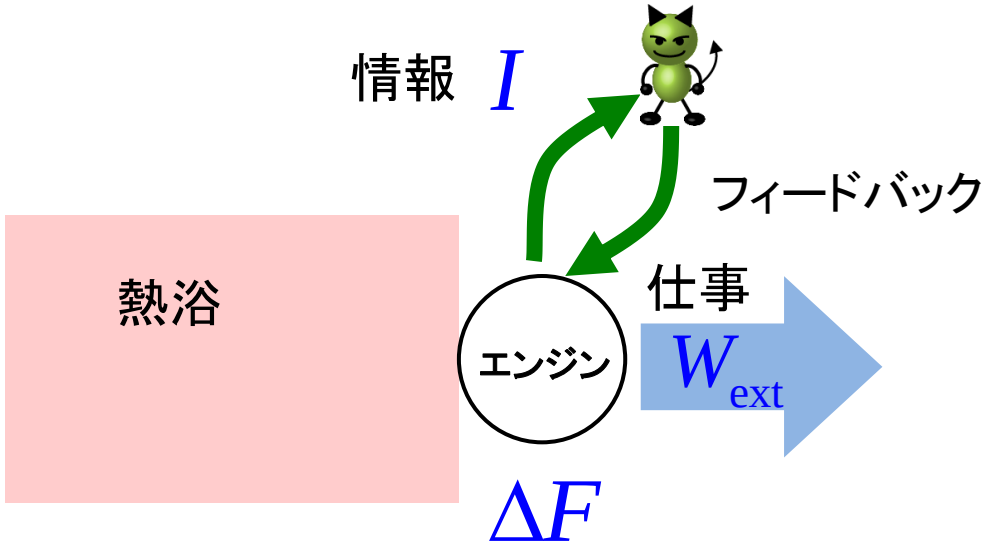
λ ：操作可能な外部パラメータ
（気体の体積、レーザーピンセットの周波数、…）



コントロールプロトコル $\lambda(t)$ は、測定結果 y に依存しうる

TS and M. Ueda, PRL **100**, 080403 (2008)

フィードバックがある状況下での第二法則

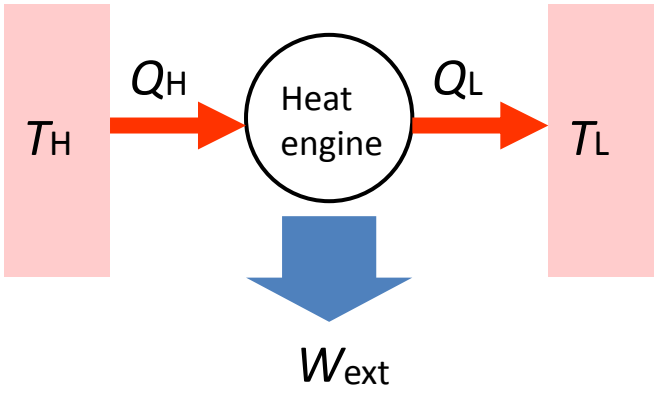


フィードバックあり: $W_{\rm ext} \le -\Delta F + k_{\rm B}TI$

フィードバックで取り出しうる仕事量は、測定で得た相互情報量でバウンドされることを、量子・古典の両方の場合について証明

「情報熱機関」

伝統的な熱機関： **熱 → 仕事**



熱効率

$$e \equiv \frac{W_{ext}}{Q_H} \leq 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

Carnotサイクル

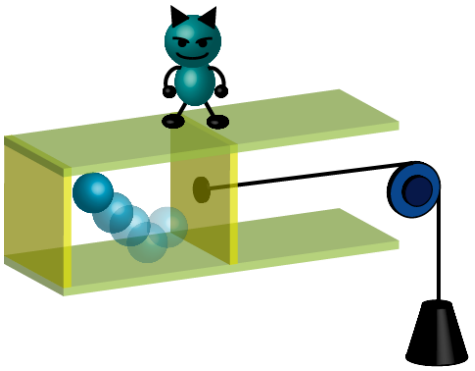
情報熱機関: 相互情報量 → 仕事（自由エネルギー）

$$W_{ext} \leq k_B T I.$$

Szilardエンジン

Outline

- イントロダクション
- フィードバック制御と熱力学
- 情報熱機関の実験による実現
- メモリの熱力学
- まとめと展望

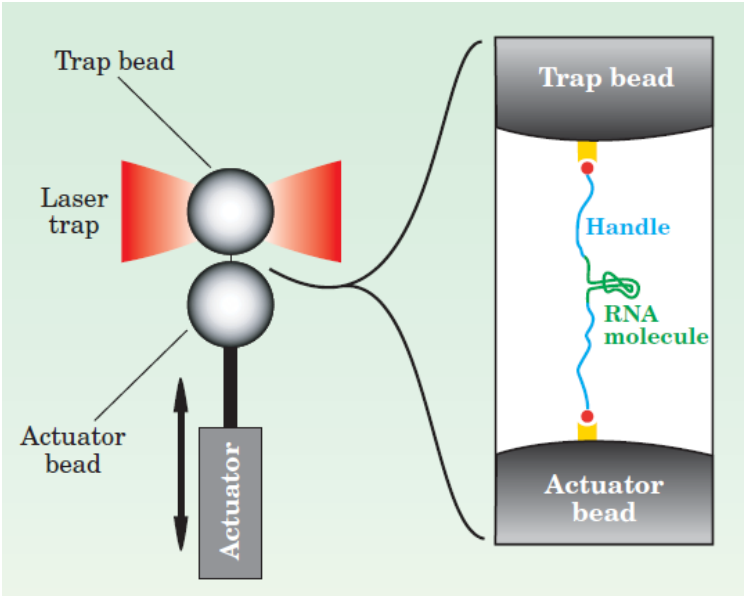


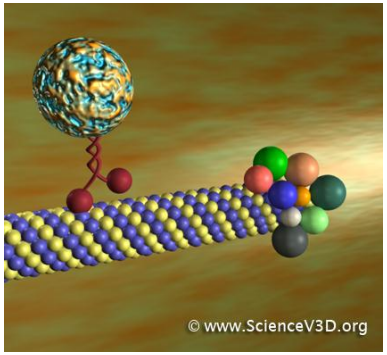
ゆらぐ世界の熱力学

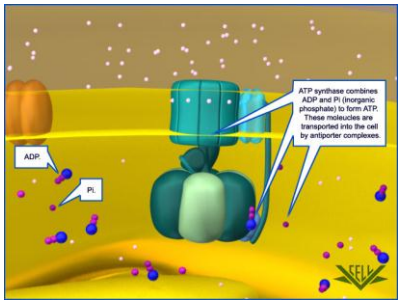
巨大な熱浴と接触した微小系の熱力学

熱や仕事などの熱力学量の確率的ゆらぎが、平均値と同じくらいの大きさになる

cf. 生体分子マシンは、ゆらぎをうまく活用して動いている







✓熱力学第二法則 $\langle W \rangle \geq \Delta F$

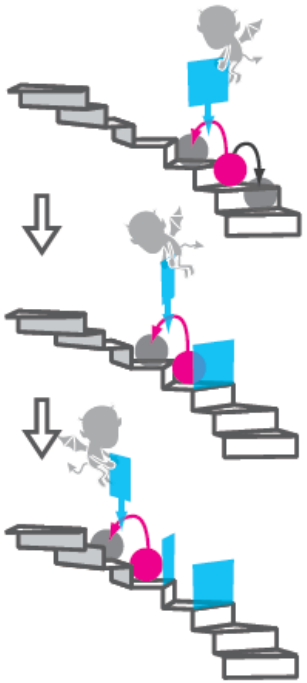
✓様々な非線形・非平衡関係式

実験のアイデア

Szilard-type Maxwell's demonをどうやって実現するか？

ブラウン運動する粒子は階段をのぼれないが…

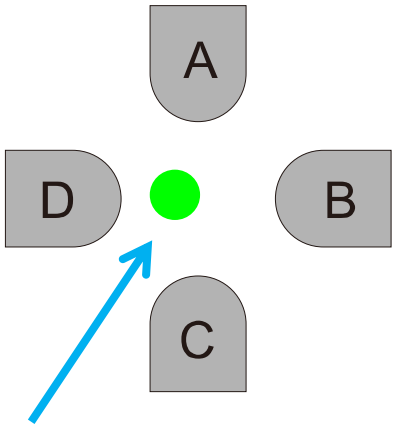
With demon



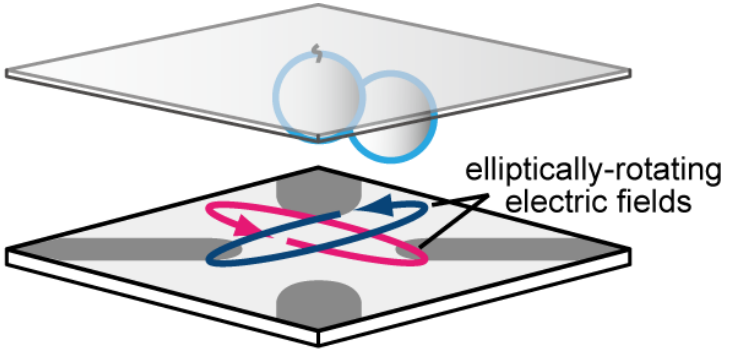
測定で粒子の位置に関する情報を使って、直接エネルギーを送り込むことなく粒子に階段をのぼらせる！

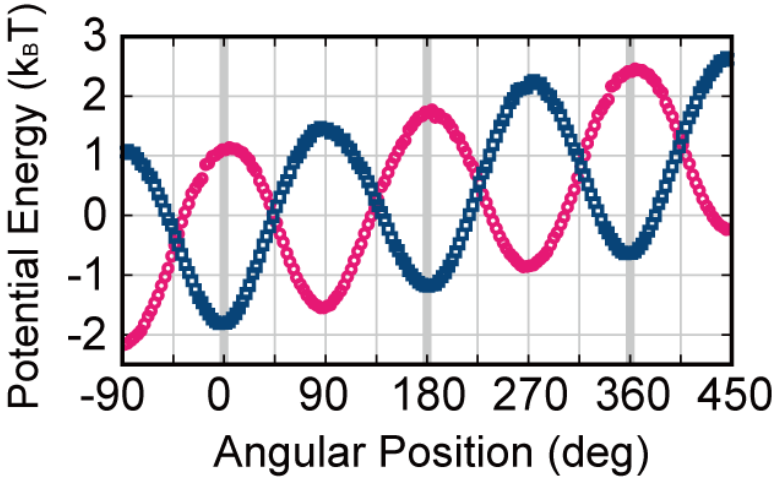
セットアップ

A-D: 電極



回転ブラウン運動する粒子
（287nmのポリスチレン製ビーズ）

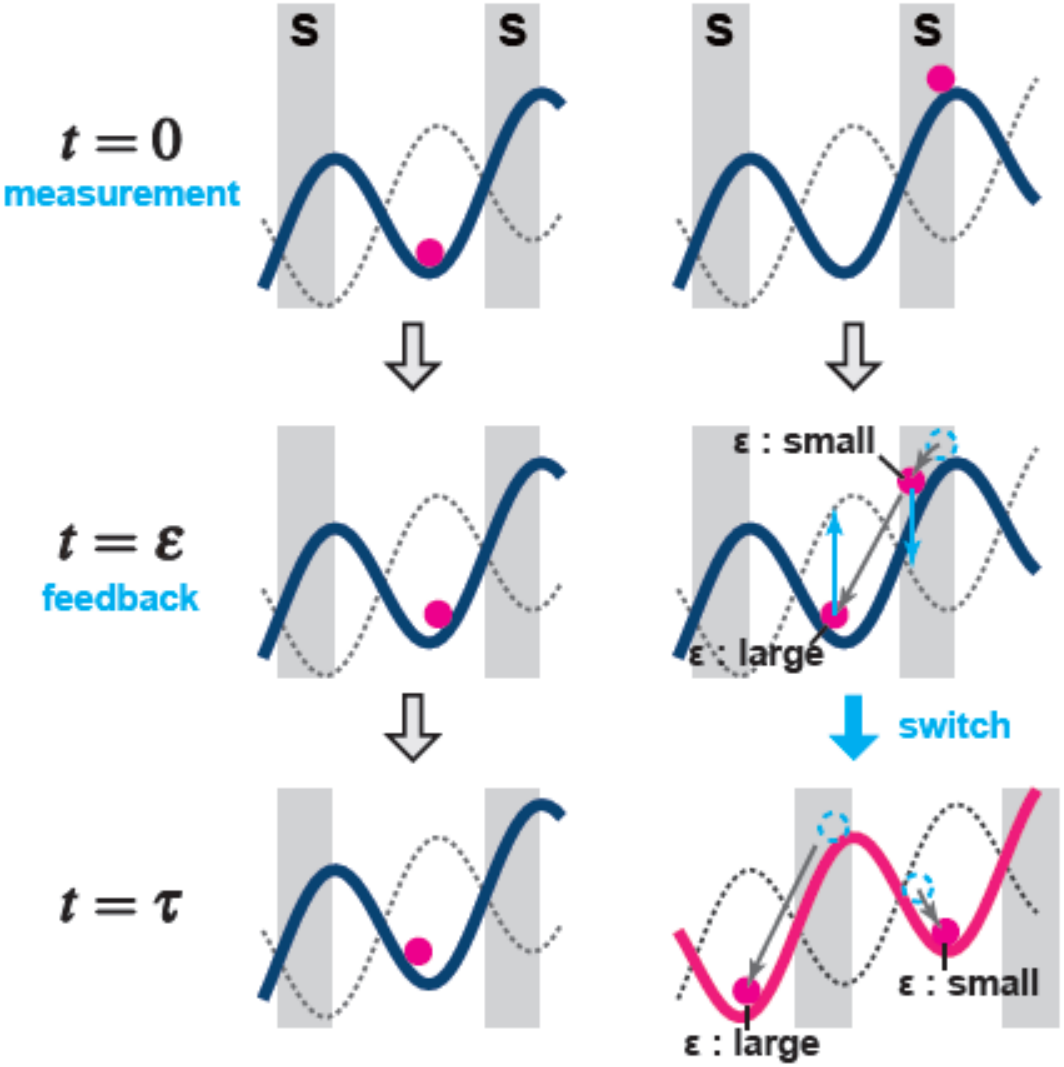


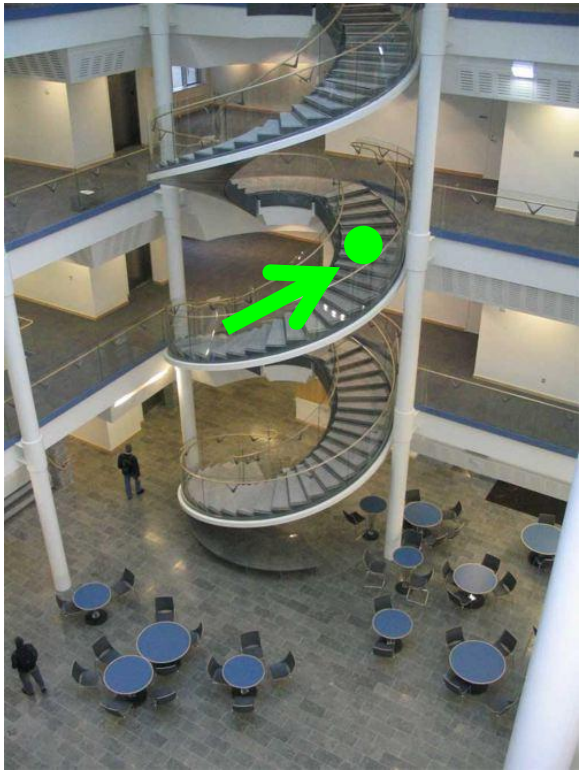


Peak-to-peak = 3.0 kT
Slope = 1.0 kT/rotation

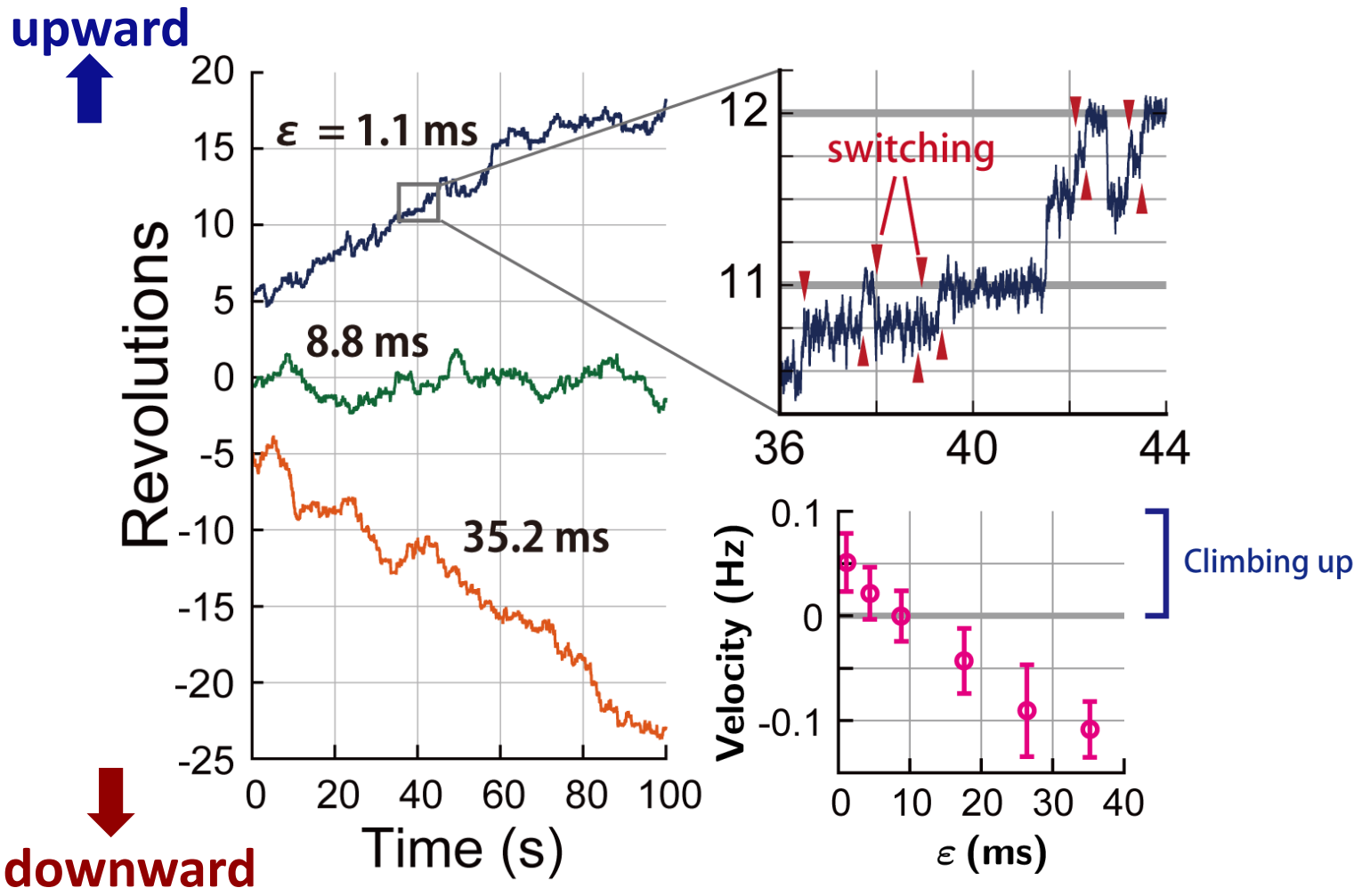
螺旋階段型のポテンシャルの実現

フィードバック・プロトコル

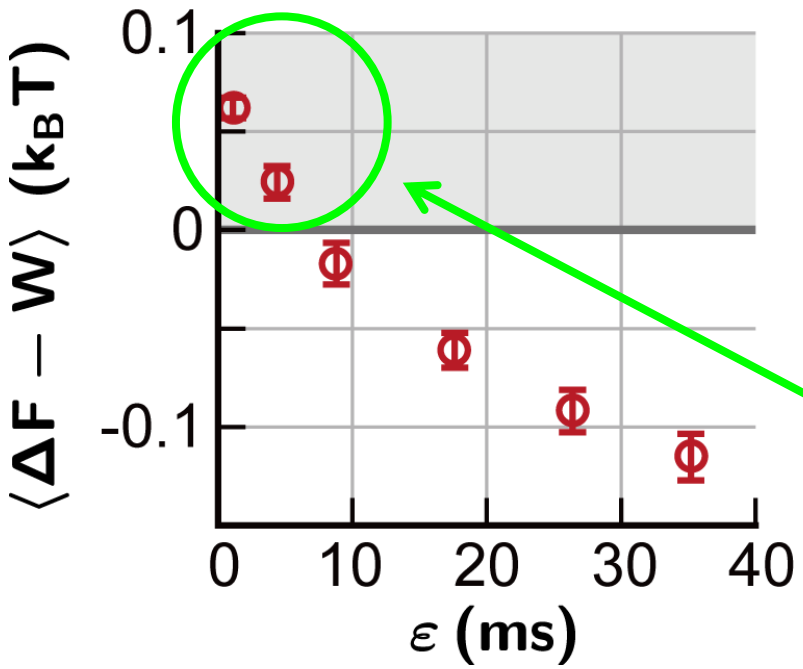




実験結果:ダイナミクス


upward
downward
Revolutions
Time (s)
ε = 1.1 ms
8.8 ms
35.2 ms
switching
Velocity (Hz)
ε (ms)
Climbing up

実験結果：エネルギー論



情報→自由エネルギーの
変換効率：約28%.

$$\langle \Delta F - W \rangle = 0.062 k_{\mathrm{B}} T \qquad I = 0.22$$

$$\langle \Delta F - W \rangle \le k_{\mathrm{B}} T I$$

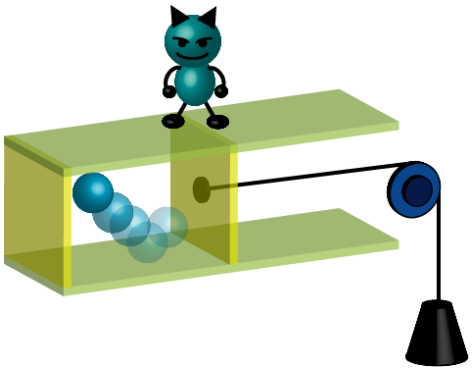
従来の熱力学第二法則の限界よりも多くの自由エネルギーを得た

Szilard-type Maxwell's demon の実現！

S. Toyabe, TS, M. Ueda, E. Muneyuki, and M. Sano, Nature Physics **6**, 988 (2010).

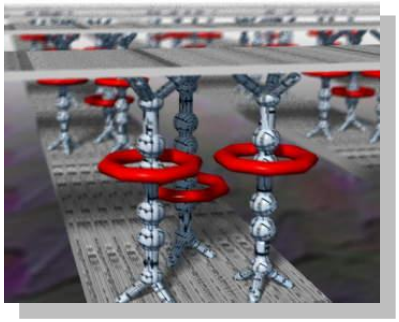
Outline

- イントロダクション
- フィードバック制御と熱力学
- 情報熱機関の実験による実現
- メモリの熱力学
- まとめと展望

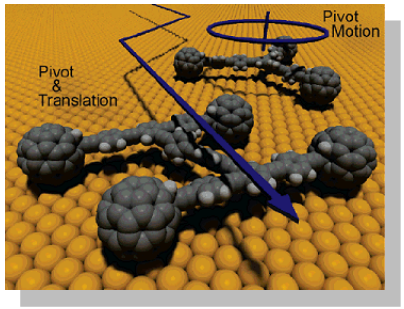


微小系における情報処理

微小熱力学系（ミクロ・デーモン）



1 bit



微小熱力学系

$k_{\mathrm{B}}T\ln 2$

$k_{\mathrm{B}}T\ln 2$

微小系における情報処理の一般法則は？

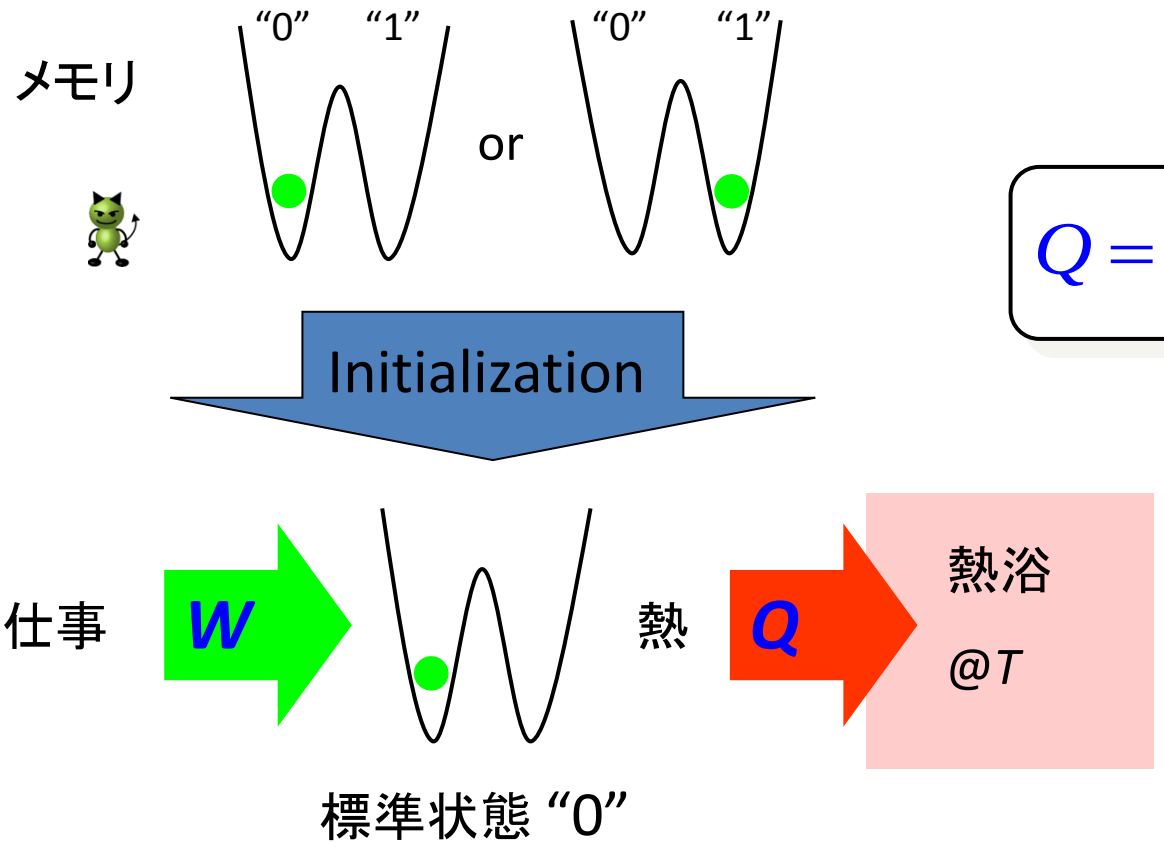
・細胞内の情報伝達 （ex. Ras/Raf）

・自律制御するナノマシン

・ナノデバイスにおける情報処理

R. Landauer, IBM J. Res. Dev. **5**, 183 (1961)

情報消去の熱力学:ランダウア原理



$$Q = W \geq k_{\mathrm{B}} T \ln 2$$

情報消去(情報エントロピーを捨てる) ⇒ 熱が発生し、仕事が必要

一般のセットアップ：測定と情報消去

温度Tにおける等温情報処理

メモリの初期状態 “0”（自由エネルギー F_0 ）

↓

メモリは測定結果“k” を確率 p_k で蓄える

自由エネルギー変化 $\Delta F \equiv \sum_k p_k F_k - F_0$

測定

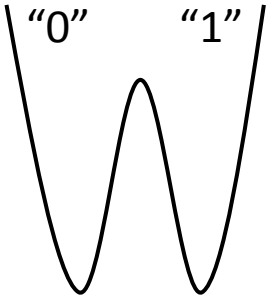
↓

メモリは被測定系から離れ、初期状態 “0” に戻る

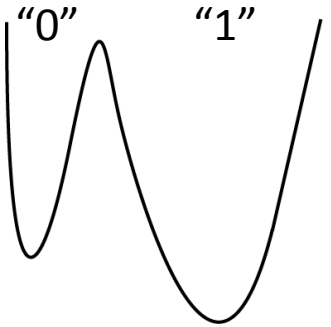
自由エネルギー変化 $-\Delta F$

消去

対称メモリ $\Delta F = 0$



非対称メモリ $\Delta F \neq 0$



統計力学＋情報理論で、測定と消去に要する仕事の**原理的な下限**を決定

情報消去に要するエネルギーコスト

$$W_{\mathrm{eras}} \geq k_{\mathrm{B}}TH - \Delta F$$

下限はシャノン情報量と自由エネルギー変化で決まる

自由エネルギー変化: $\Delta F = 0$ （ポテンシャルが対称） ならば

$$W_{\mathrm{eras}} \geq k_{\mathrm{B}}TH$$:**ランダウアー原理**

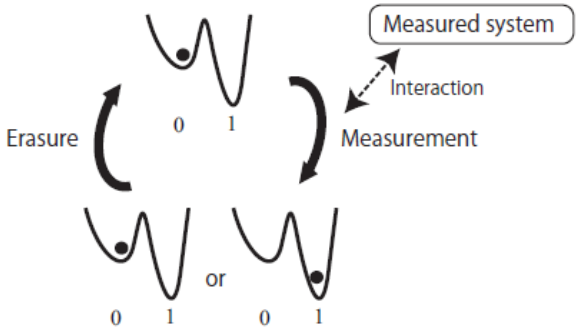
一方、$\Delta F \neq 0$ ならば $W_{\mathrm{eras}} < k_{\mathrm{B}}TH$ も達成可能

TS and M. Ueda, PRL **102**, 250602 (2009)

測定に要するエネルギーコスト

$$W_{\mathrm{meas}} \geq \underline{-k_{\mathrm{B}}TH + \Delta F} + \underline{k_{\mathrm{B}}TI}$$

Cf. $$W_{\mathrm{eras}} \geq \underline{k_{\mathrm{B}}TH - \Delta F}$$



下限は相互情報量 I、シャノン情報量 H、自由エネルギー変化 ΔF で決まる

とくに、 $\Delta F = 0$ かつ $H = I$ なら $W_{\mathrm{meas}} \geq 0$

（測定器とシステムの間に直接の熱流はないと仮定した）

TS and M. Ueda, PRL **102**, 250602 (2009); **106**, 189901(E) (2011).

情報処理に要するエネルギーコスト：まとめ

測定・消去に要するエネルギーコストの下限は、自由エネルギー変化（メモリの構造で決まる）を変えれば、個々にはいくらでも下げられる

しかし、その和は、測定で得た**相互情報量**だけで決まる
（メモリの構造では変えられない下限が存在する）

ランダウア原理

$$W_{\mathrm{meas}} \geq -k_{\mathrm{B}}TH + \Delta F + k_{\mathrm{B}}TI$$

New term

$$+\ )\quad W_{\mathrm{eras}} \geq k_{\mathrm{B}}TH - \Delta F$$

$$W_{\mathrm{meas}} + W_{\mathrm{eras}} \geq k_{\mathrm{B}}TI$$

TS and M. Ueda, PRL **102**, 250602 (2009); **106**, 189901(E) (2011).

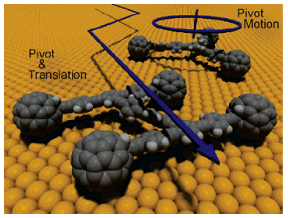
デーモンが得た仕事を何が打ち消すか？

原理的にはどのプロセスで
このエネルギーコストが必要？

$$-W^{\mathrm{M}} + k_{\mathrm{B}}TI \leq 0$$

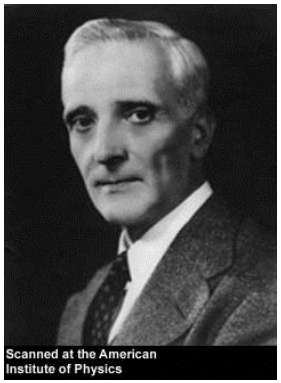
デーモン
のメモリ

I



エンジン

測定！



Brillouin

情報消去！

Bennett
&
Landauer

Maxwell のデーモンのパラドックスの解決（1）

我々の立場： 両方！

システム：
$$W_{\mathrm{ext}}^{\mathrm{S}} \le k_{\mathrm{B}} T I$$
TS and MU, PRL **100**, 080403 (2008)

メモリ：
$$W_{\mathrm{meas}}^{\mathrm{M}} + W_{\mathrm{eras}}^{\mathrm{M}} \ge k_{\mathrm{B}} T I$$
TS and MU, PRL **102**, 250602 (2009)

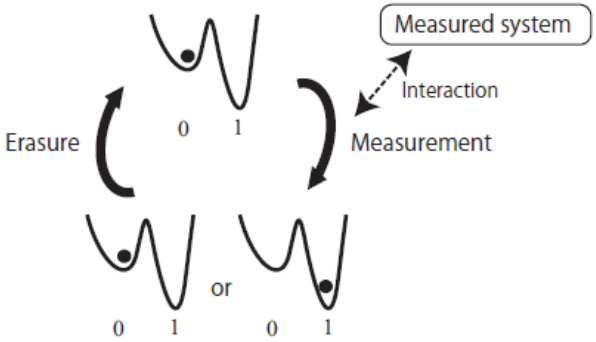
$$W_{\mathrm{ext}}^{\mathrm{SM}} \equiv W_{\mathrm{ext}}^{\mathrm{S}} - W_{\mathrm{meas}}^{\mathrm{M}} - W_{\mathrm{eras}}^{\mathrm{M}} \le 0$$

測定に要するエネルギーと、消去に要するエネルギーが、
両方ではじめて、デーモンが取り出した仕事を打ち消す。

Maxwell のデーモンのパラドックスの解決(2)

より重要なのは:測定！

（ただしBrillouinの議論とは異なる理由から）



$$W_{\mathrm{meas}} \geq -k_{\mathrm{B}}TH + \Delta F + k_{\mathrm{B}}TI$$

$$+) \quad W_{\mathrm{eras}} \geq k_{\mathrm{B}}TH - \Delta F$$

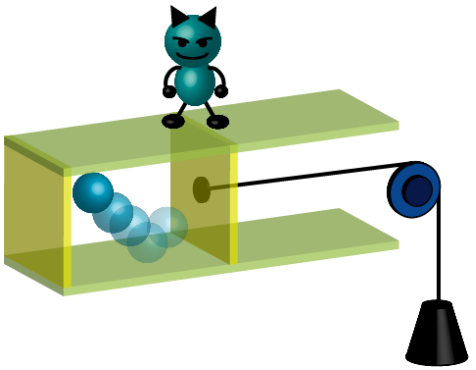
取得した情報

$$W_{\mathrm{meas}} + W_{\mathrm{eras}} \geq k_{\mathrm{B}}TI$$

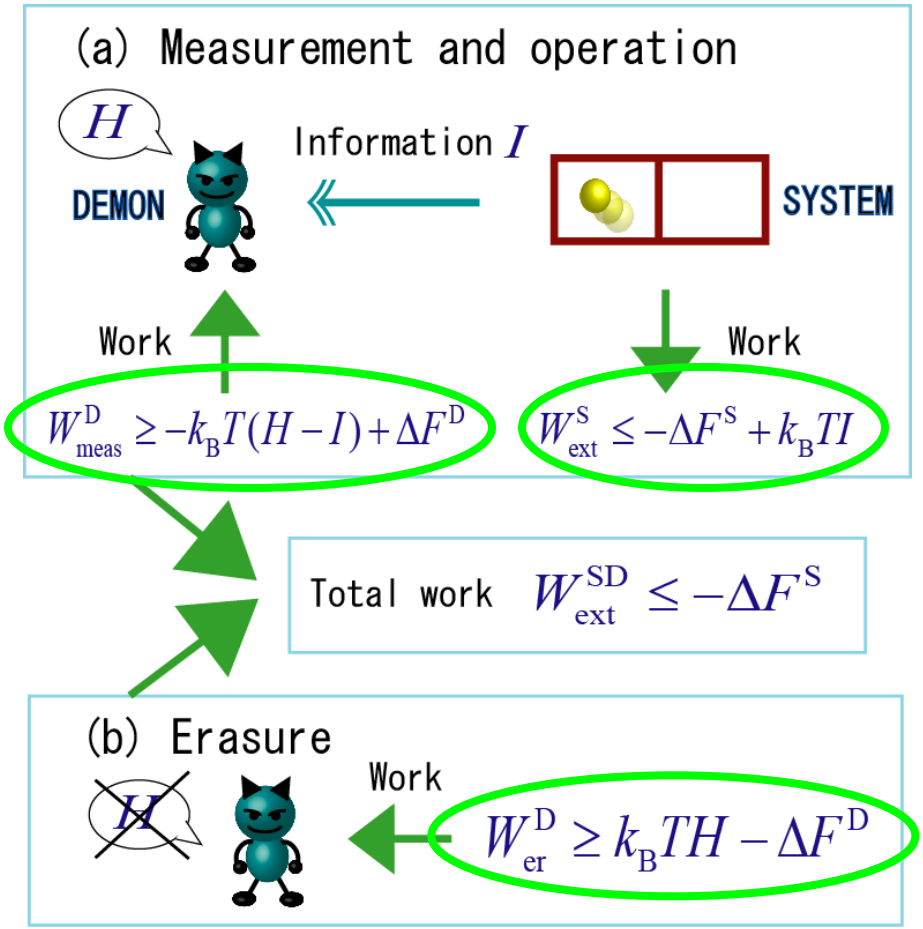
デーモンが情報を得るには余分なエネルギーが必要

Outline

- イントロダクション
- フィードバック制御と熱力学
- 情報熱機関の実験による実現
- メモリの熱力学
- まとめと展望



情報熱力学の第二法則：一般形



W : 仕事（エネルギーコスト）

H : シャノン情報量

I : 相互情報量

F : 自由エネルギー

情報処理プロセスに必要なエネルギーコストの下限を決定

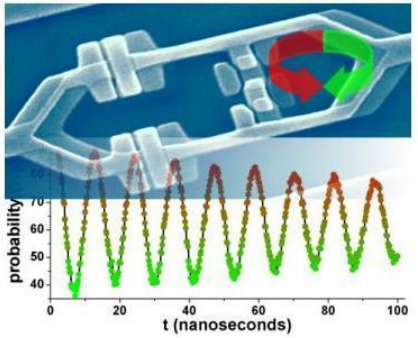
Corollary : マクスウェルのデーモンのパラドックスの解決

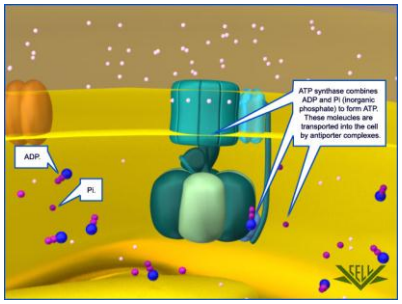
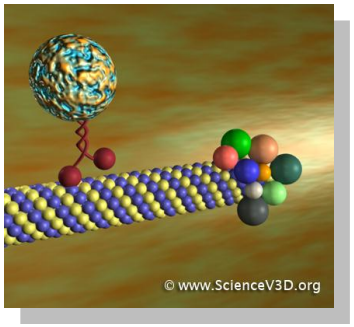
- T. Sagawa and M. Ueda, Phys. Rev. Lett. **100**, 080403 (2008).
- T. Sagawa and M. Ueda, Phys. Rev. Lett. **102**, 250602 (2009); **106**, 189901(E) (2011).

まとめと展望

✓情報熱力学の第二法則の導出

✓ 実験による情報熱機関の実現



- ナノマシン･ナノデバイスの制御･設計原理
- 生体内の情報伝達ネットワークへの応用？
- 量子情報と量子制御

Thank you for your attentions!