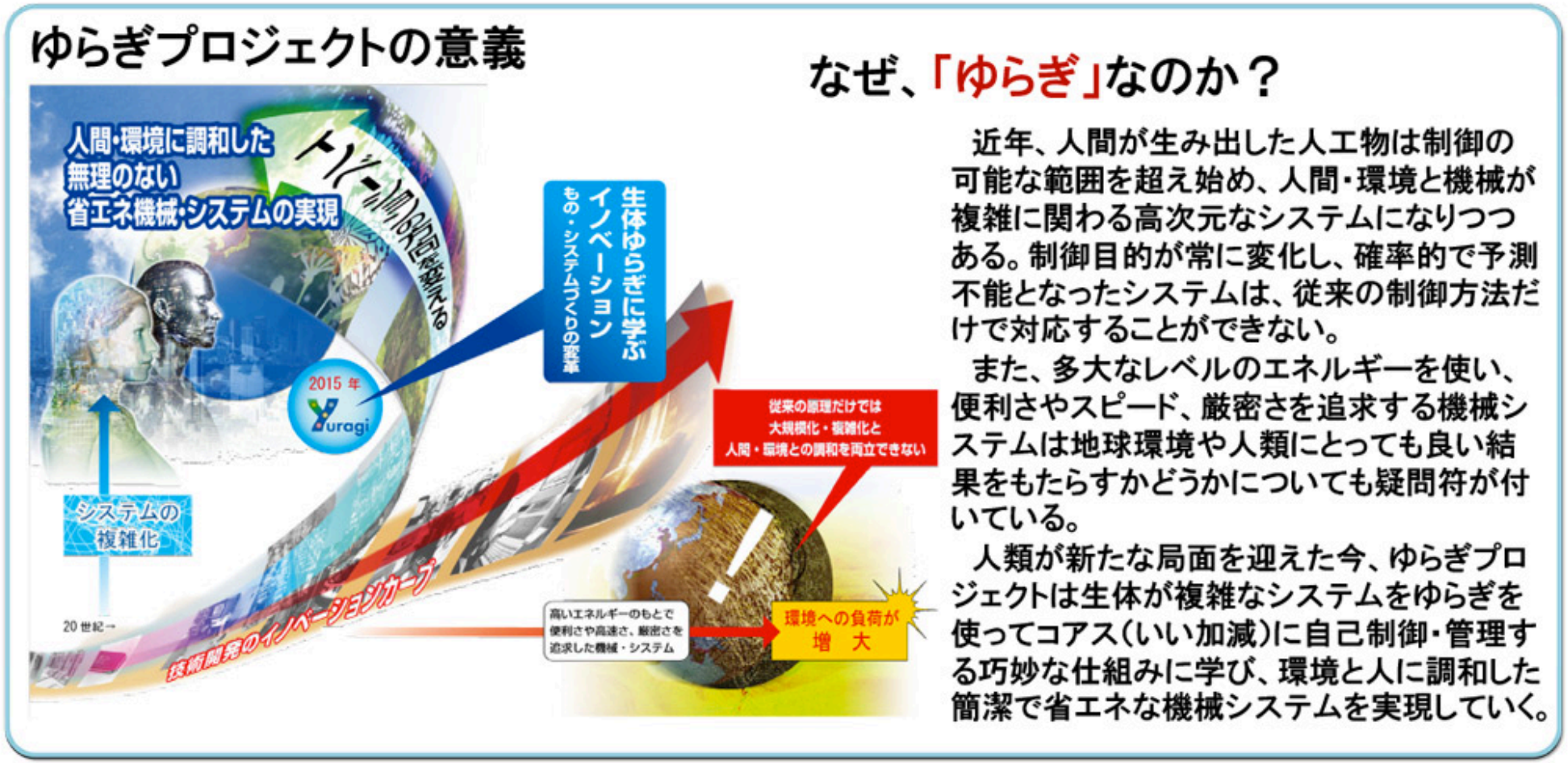
アナログ電子回路系における確率共鳴とカオス共鳴

北海道大学大学院情報科学研究科
浅井　哲也

生体ゆらぎに学ぶ知的人工物と情報システム

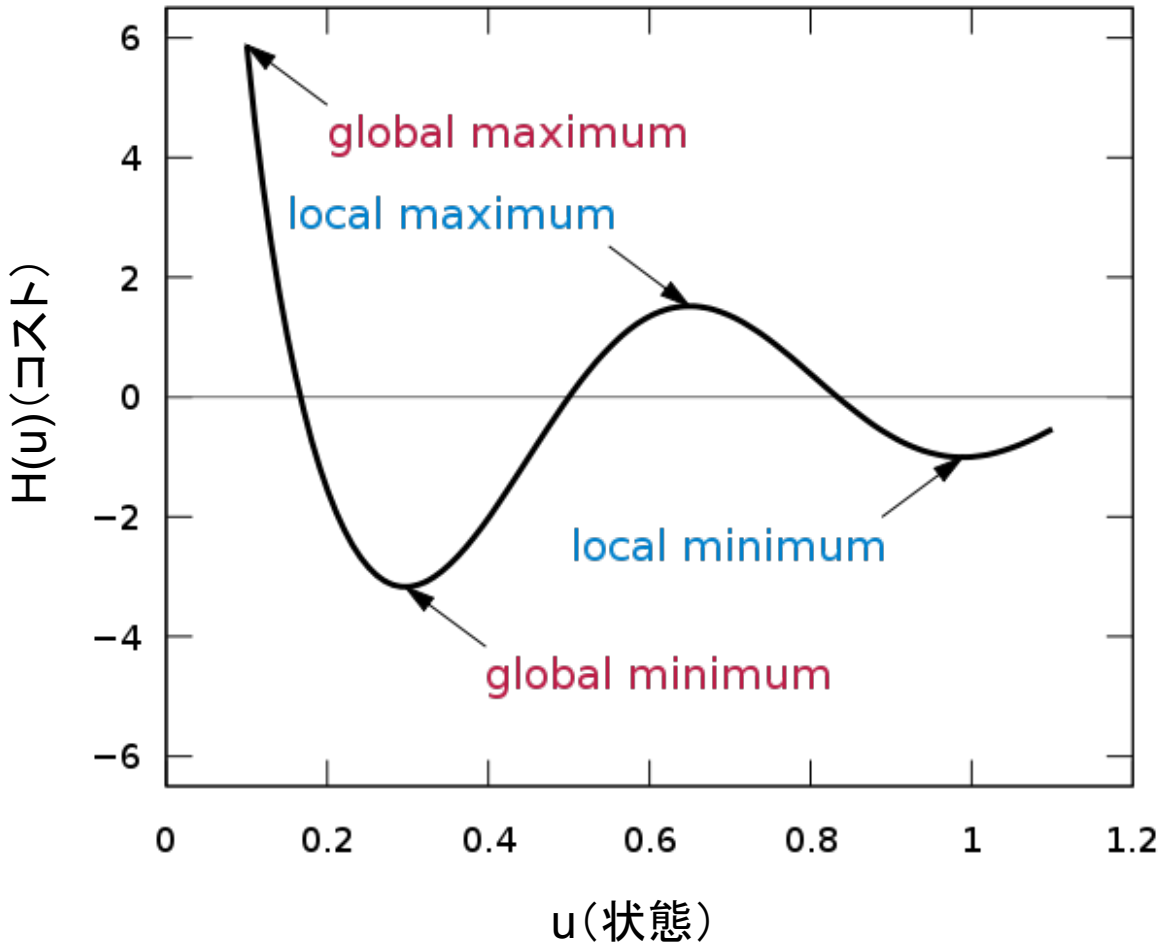
平成18-21年度 文部科学省科学技術振興調整費
「先端融合領域イノベーション創出拠点の形成」プログラム
大阪大学（オムロン、日本電子、NTT、ニプロ、松下電器、三菱重工、ATR、NICT、国立循環器病センター）



http://www.yuragi.osaka-u.ac.jp/

雑音利用情報処理（古典的）

（アナログコンピュータ／ニューラルネットを用いた最適化問題）



最急降下法

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{du}{dt} \cdot \frac{\partial H}{\partial u} < 0$$

を満たすu(t)のダイナミクスを求める。

$$\frac{\partial H}{\partial u} = -\tau \frac{du}{dt}, \quad \text{where } \tau > 0$$

このダイナミクスに雑音を加える（＝ゆらぎ方程式）

* これに平均場（<u(t)>）の概念を導入し、温度（～状態遷移確率）を高温から低温に徐々に下げていくことでlocal minimumを避ける手法：シミュレーテッドアニーリング

生物に学ぶ雑音利用情報処理(トップダウン)

Table IV-2. Noise-Driven Neural Processing and its Possible Applications

Neurophysiological phenomena	Type of noise	Possible applications and ERD
Stochastic resonance [A]	Dynamic / static	Sensors and logic memory (CMOS[40], SET[41], GaAs nanowire FET[42])
Fast signal transmission on slow transmission pathway [B]	Dynamic / static	Fast signal transmission, Pulse-density modulation (CMOS[43], SET[44])
Phase synchronization among isolated neurons [C]	Dynamic	Phase synchronization among isolated circuits / PLL (CMOS)[45]
Synaptic depression [D]	Static	Burst signal detection (SET)[46]
Noise-shaping in inhibitory neural networks [E]	Dynamic / static	Noise shaping AD conversion (CMOS[47], SET[48])

- *Notes for Table IV-2*
- *[A] L. Gammaitoni, P. Hanggi, P. Jung, and F. Marchesoni, "Stochastic resonance," Reviews of Modern Physics, 70(1), 1998, pp. 223-287.*
- *[B] T.M. Hospedales, M.C.W. van Rossum, B.P. Graham, and M.B. Dutia, "Implications of noise and neural heterogeneity for vestibulo-ocular reflex fidelity," Neural Computation, 20(3), 2008, pp. 756–778.*
- *[C] H. Nakao, K. Arai, and K. Nagai, "Synchrony of limit-cycle oscillators induced by random external impulses," Phys. Rev. E, 72, 2005, 026220.*
- *[D] W. Senn, I. Segev, and M. Tsodyks, "Reading neuronal synchrony with depressing synapses," Neural Computation, 10(4), 1998, pp. 815-819.*
- *[E] D.J. Mar, C.C. Chow , W. Gerstner, R.W. Adams, and J.J. Collins, "Noise shaping in populations of coupled model neurons," Neurobiology, 96(18), 1999, pp. 10450-10455.*

(From ITRS 2011 ERD Chapter, ERA Section Draft)

ゆらぎを積極的に利用するナノ情報処理システムの開拓

科研費 新学術領域研究「分子ナノシステムの創発化学」(H20-24年度)

確率共鳴センサ

雑音の力を借りて微小信号を検出

A/D変換

雑音の力を借りて低周波雑音を抑制

高速信号伝送

雑音の力を借りて超低速・超低消費電力回路の集団で高速パルス伝送

雑音誘起位相同期

雑音の力を借りて独立した回路群の位相を強制同期

確率共鳴メモリ

雑音の力を借りて極低電圧・低消費電力メモリを正しく動作させる

脳型学習回路

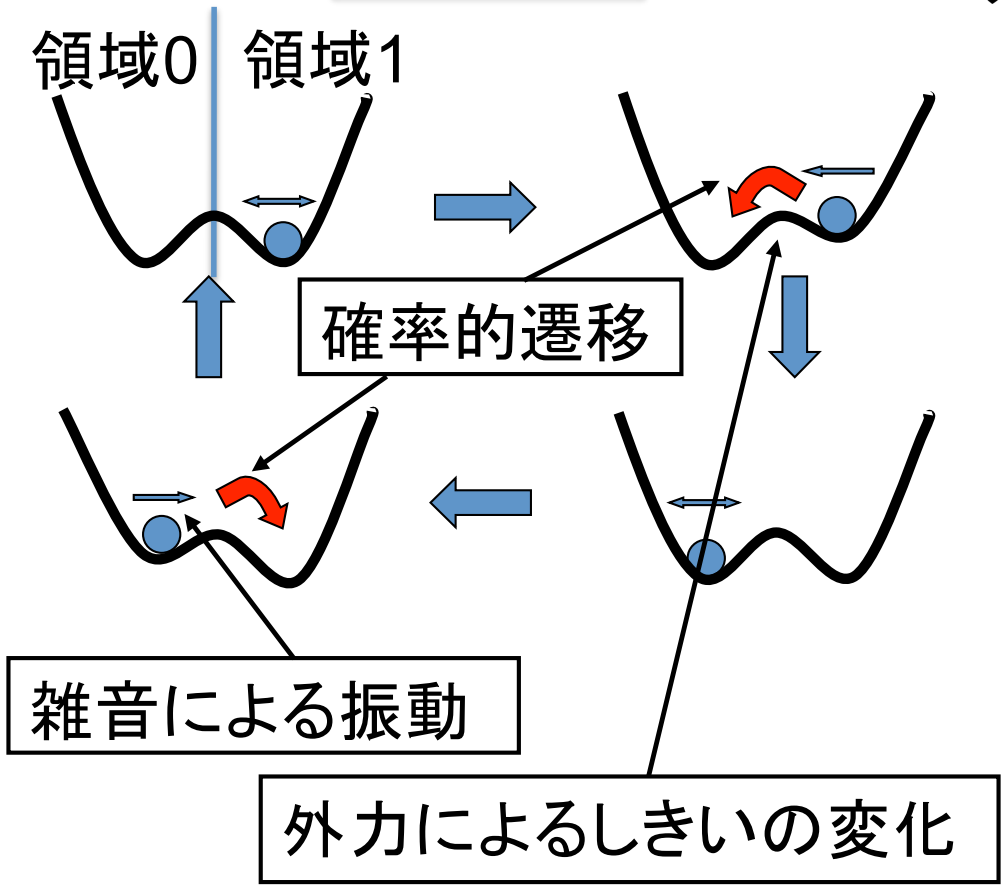
雑音の力を借りて記憶を行う

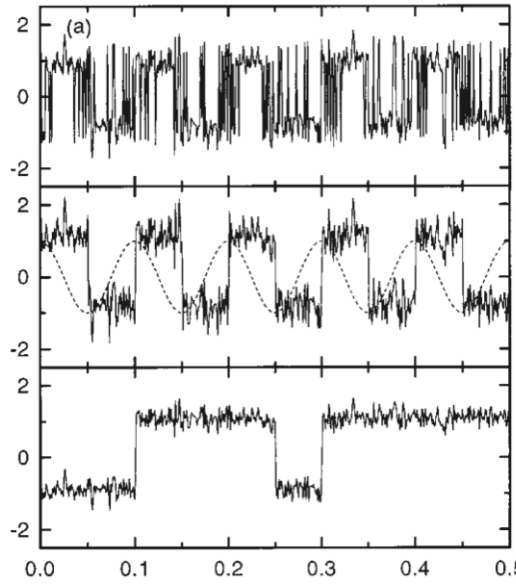
- 二重井戸系における確率共鳴

$$U(x,t) = \boxed{-\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^4} + xA\sin(2\pi ft) + \xi(t) \qquad \langle \xi(t)\xi(0) \rangle = 2D\delta(t)$$

外力

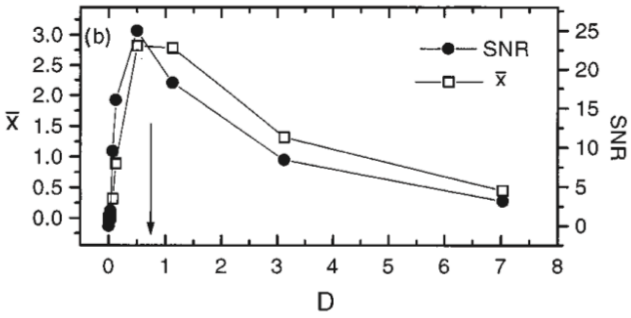
ノイズ





ノイズ大

ノイズ小



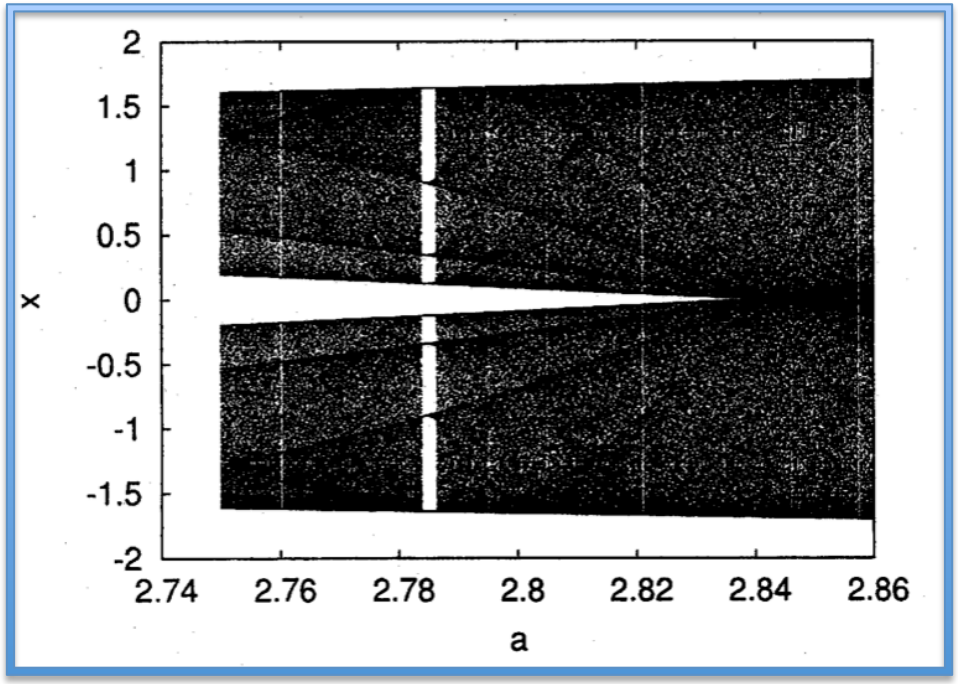
L. Gammaitoni, et al"Stochastic resonance"
Reviews of Modern Physics, Vol. 70, No. 1, January 1998

カオス共鳴?

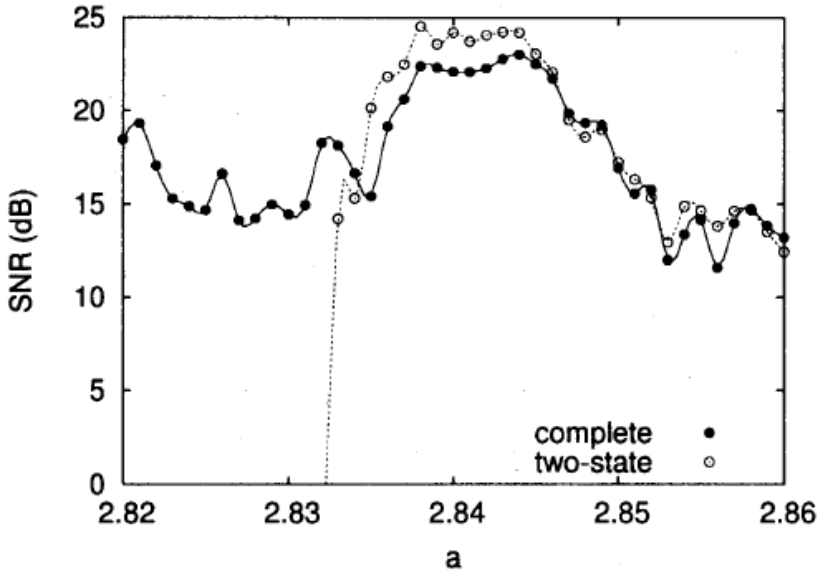
- 離散時間系(Cubic写像)

$$x_{n+1} = a(x_n - x_n^3)\exp(-x_n^2/b) + A\sin\pi\Omega n$$

A=0.005,b=10,Ω=0.1



- 2つのアトラクタ
- 外部信号



- 連続時間系

ローレンツ系、ダブルスクロール系、ダフィン系

[2]. 西村治彦, et al.”**カオス系における決定論的共鳴の特性評価**” IEICE technical report. Circuits and systems 106(273), 25-28, 2006-09-28

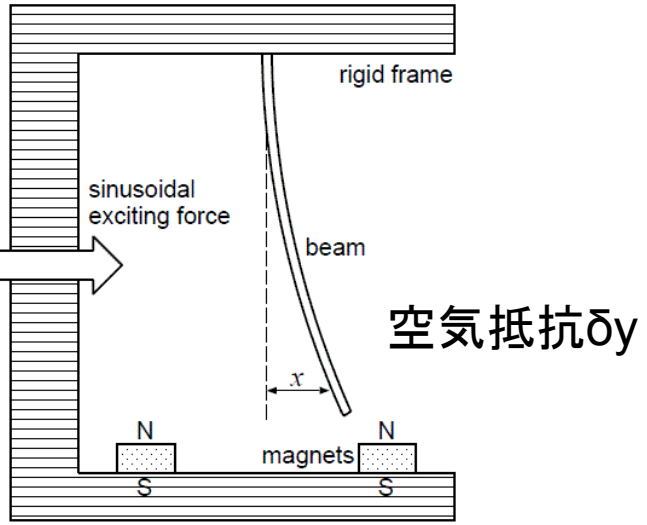
ダフィング系

$$\frac{dx}{dt} = y$$

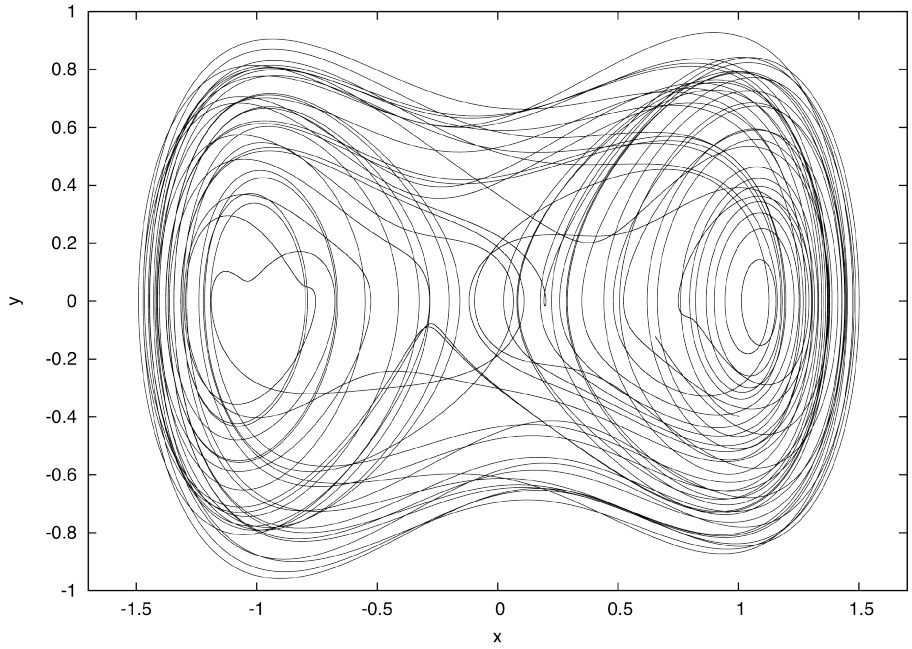
$$\frac{dy}{dt} = -\delta y + \beta x - \alpha x^3 + \gamma\cos(\omega t)$$ ← 外力

外力

$\gamma\cos(\omega t)$



空気抵抗δy



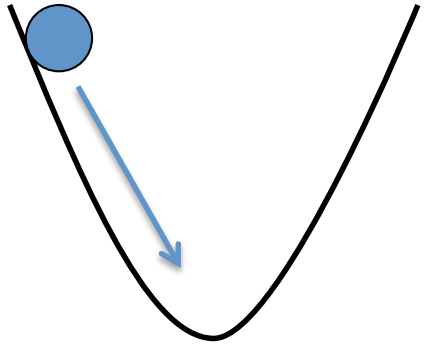
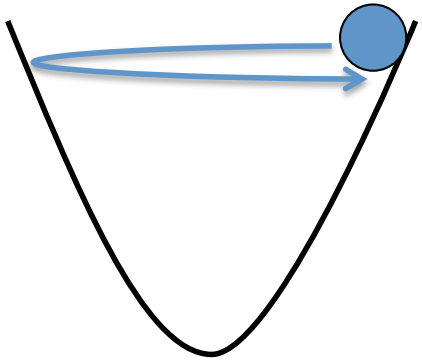
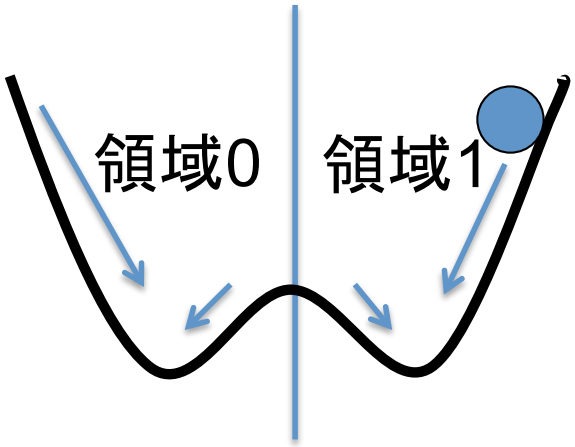
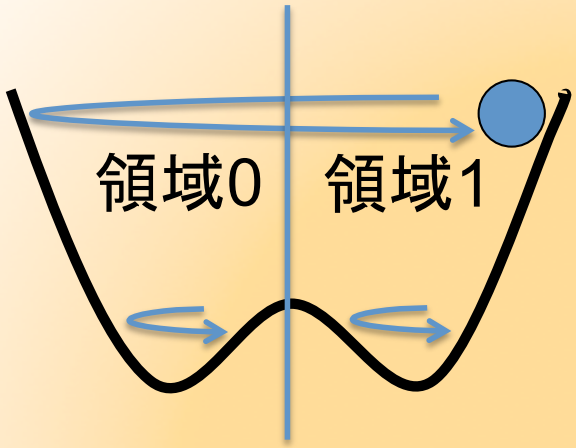
http://www.scholarpedia.org/article/File:Duffing-MagnetelasticBeam.gif

$\delta = 0.2,\ \beta = 1,\ \alpha = 1,\ \gamma = 0.3,\ \omega = 1$

ダフィング系のパラメータ

$$\frac{dx}{dt} = y$$

$$\frac{dy}{dt} = -\boxed{\delta}\, y + \boxed{\beta}\, x - \alpha x^3 + \gamma \cos(2\pi f t)$$

	$\delta>0$	$\delta=0$
$\beta>0$		
$\beta<0$		

回路向け擬似ダフィング方程式

ダフィング方程式

$$\frac{dx}{dt} = y$$

$$\frac{dy}{dt} = -\delta y + \beta x - \alpha x^3 + \gamma \cos(\omega t)$$

擬似ダフィング方程式

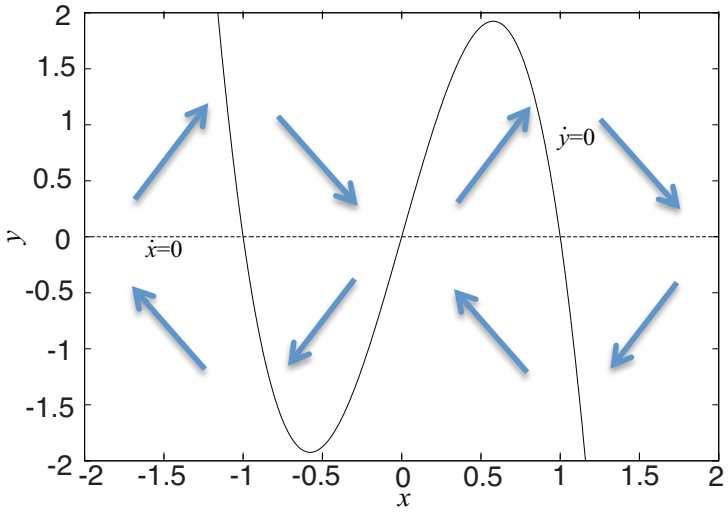
$$\frac{dx}{dt} = y$$

$$\frac{dy}{dt} = -x + \underbrace{\tanh\left(k(x-y)\right)}_{\text{非線形項}} + \underbrace{A\sin(2\pi f t)}_{\text{外力項}}$$

ヌルクライン

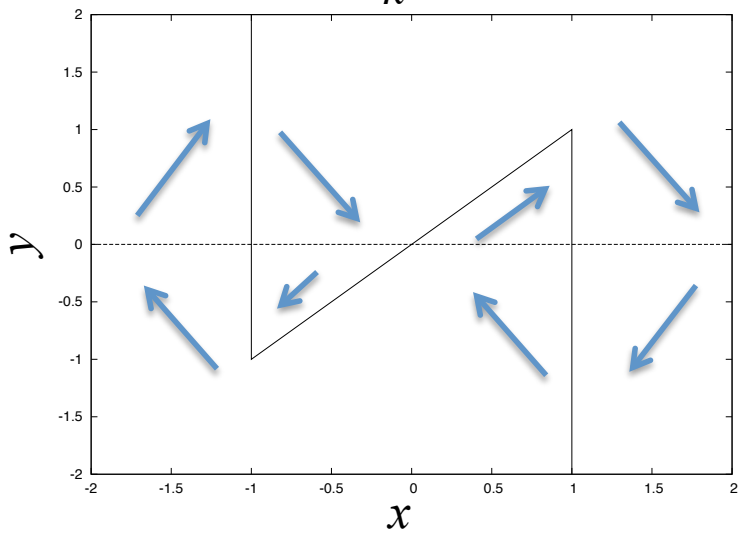
$y = 0$

$y = x - x^3$



$y = 0$

$y = x - \frac{1}{k}\arctan\mathrm{h}(x) \quad (k \to \infty)$



Fukuda E.S., Tovar G.M., Asai T., Hirose T., and Amemiya Y.,
"Neuromorphic CMOS circuits implementing a novel neural segmentation model based on symmetric STDP learning,"
Journal of Signal Processing, vol. 11, no. 6, pp. 439-444 (2007).

擬似ダフィン系のハミルトニアン

$$\frac{dx}{dt} = y$$
$$\frac{dy}{dt} = -x + \tanh\left(k(x-y)\right)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{k}\ln\cosh\left\{k(x-y)\right\}$$
$$\frac{\partial H}{\partial y} = \frac{1}{2}y^2$$

$k \to \infty$のとき
$|x-y|$で近似

$x - y < 0$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial H}{\partial x} = \dfrac{1}{2}x^2 + x - y + \left(\dfrac{1}{2}y^2 + y\right) \\ \dfrac{\partial H}{\partial y} = \dfrac{1}{2}y^2 + \left(\dfrac{1}{2}x^2 + x\right) \end{cases}$$

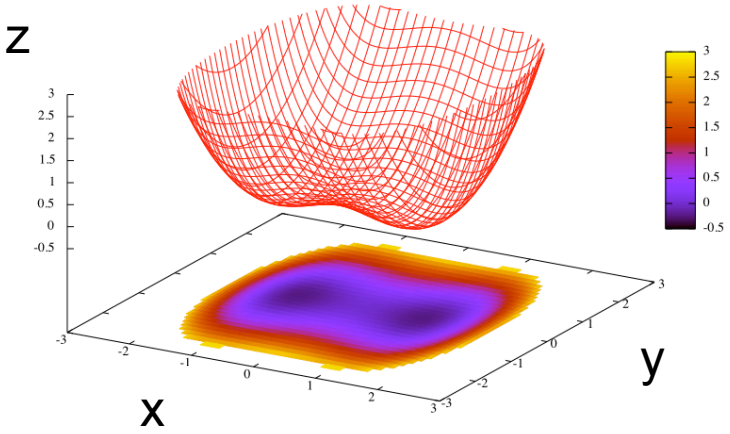
$x - y > 0$

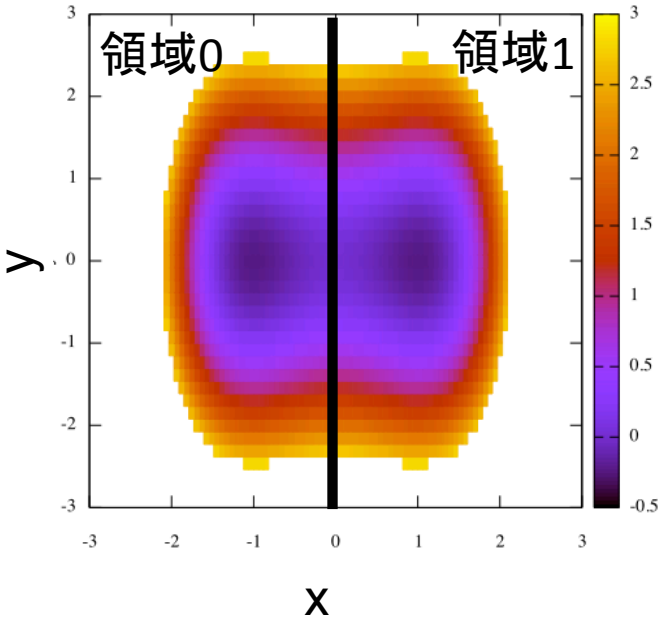
$$\begin{cases} \dfrac{\partial H}{\partial x} = \dfrac{1}{2}x^2 - x + y + \left(\dfrac{1}{2}y^2 - y\right) \\ \dfrac{\partial H}{\partial y} = \dfrac{1}{2}y^2 + \left(\dfrac{1}{2}x^2 - x\right) \end{cases}$$

$$H(x,y) = \frac{1}{2}\left(x^2 + y^2\right) - a\,\mathrm{sgn}(x-y)$$

ダフィング方程式

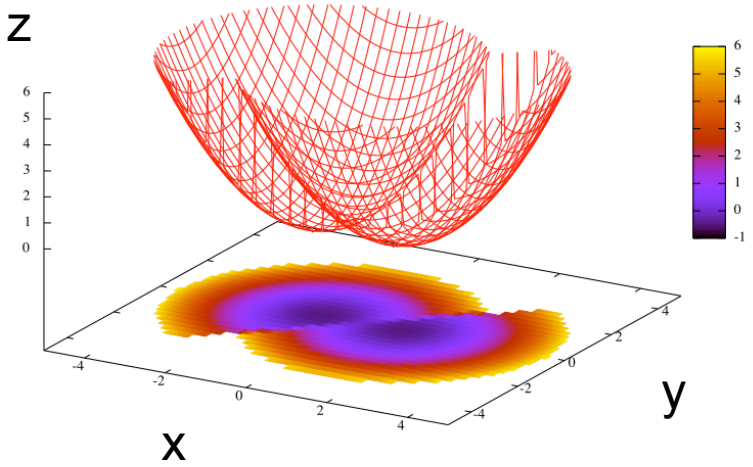
$$H(x,y)=\frac{1}{2}y^2-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{4}x^4$$

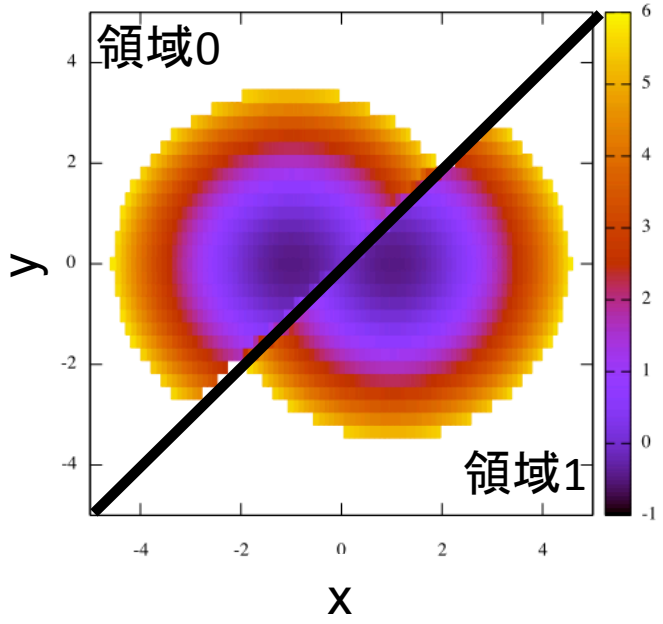




擬似ダフィング方程式

$$H(x,y)=\frac{1}{2}\left(x^2+y^2\right)-a\,\mathrm{sgn}(x-y)$$





位相平面上の振舞い（1）

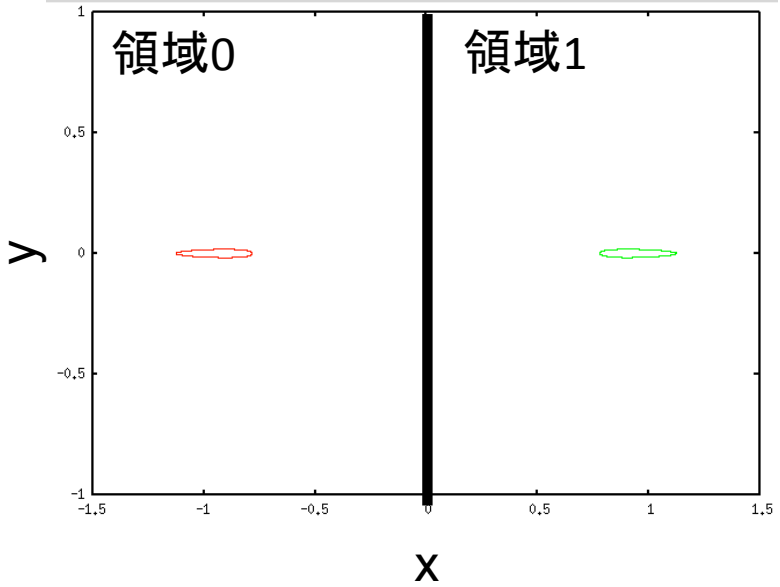
ダフィング方程式

$$\frac{dx}{dt} = y$$

$$\frac{dy}{dt} = -\delta y + \beta x - \alpha x^3 + \gamma \cos(2\pi f t)$$

$$\delta = 0.2,\ \ \beta = 1,\ \ \alpha = 1,\ \ \gamma = 0.3$$

f=0.016Hz



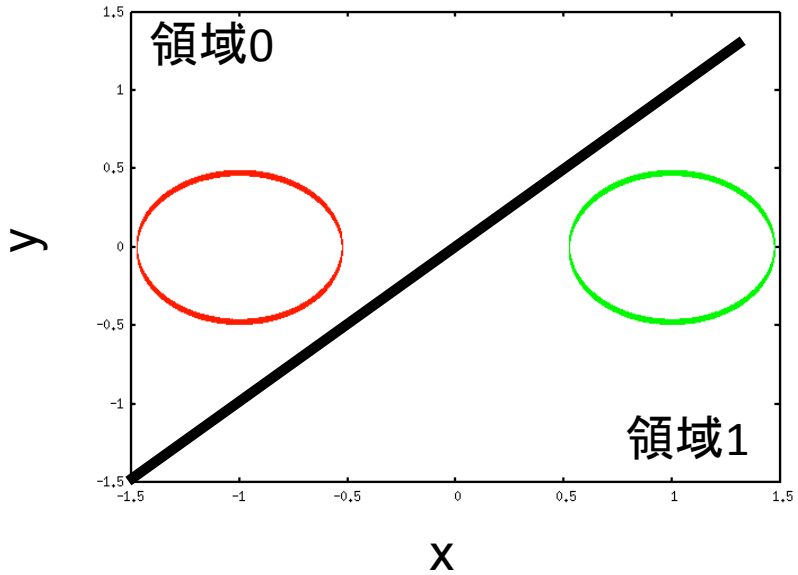
擬似ダフィング方程式

$$\frac{dx}{dt} = y$$

$$\frac{dy}{dt} = -x + \mathrm{sgn}(x - y) + A\sin(2\pi f t)$$

$$A = 0.5$$

f=5Hz



領域0または1にトラップ

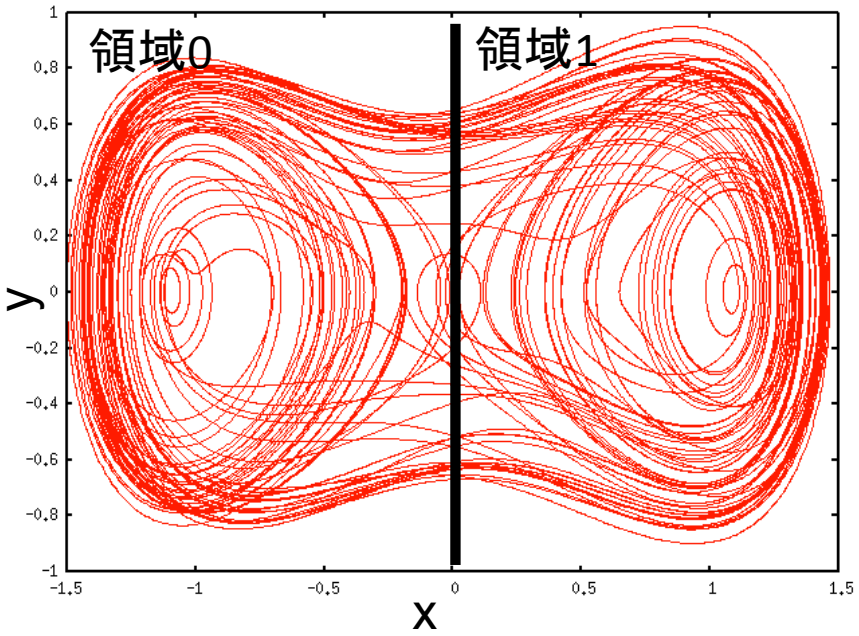
位相平面上の振舞い(2)

ダフィング方程式

$$\frac{dx}{dt} = y$$

$$\frac{dy}{dt} = -\delta y + \beta x - \alpha x^3 + \gamma \cos(2\pi f t)$$

f=0.16Hz



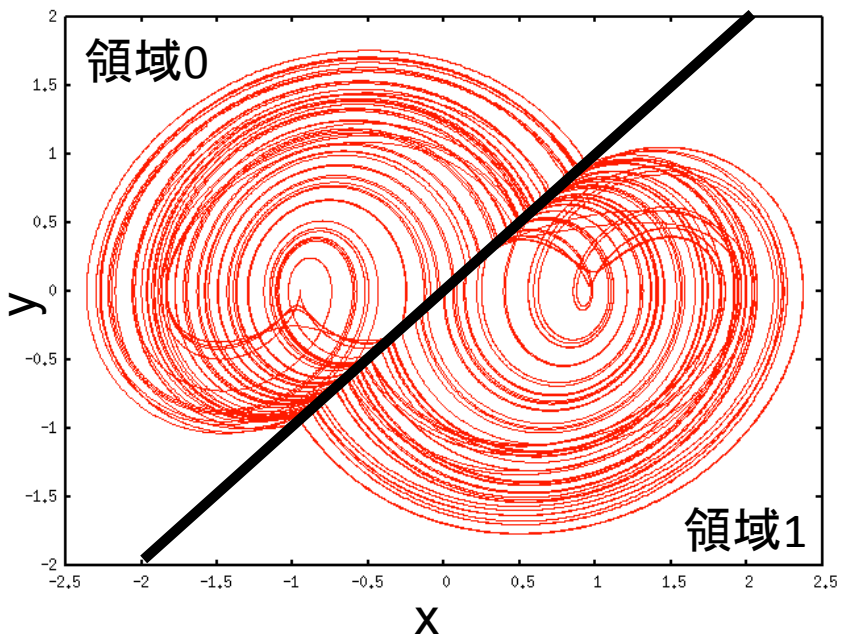
$\delta = 0.2,\ \beta = 1,\ \alpha = 1,\ \gamma = 0.3$

擬似ダフィング方程式

$$\frac{dx}{dt} = y$$

$$\frac{dy}{dt} = -x + \mathrm{sgn}(x - y) + A\sin(2\pi f t)$$

f=0.14Hz



$A = 0.5$

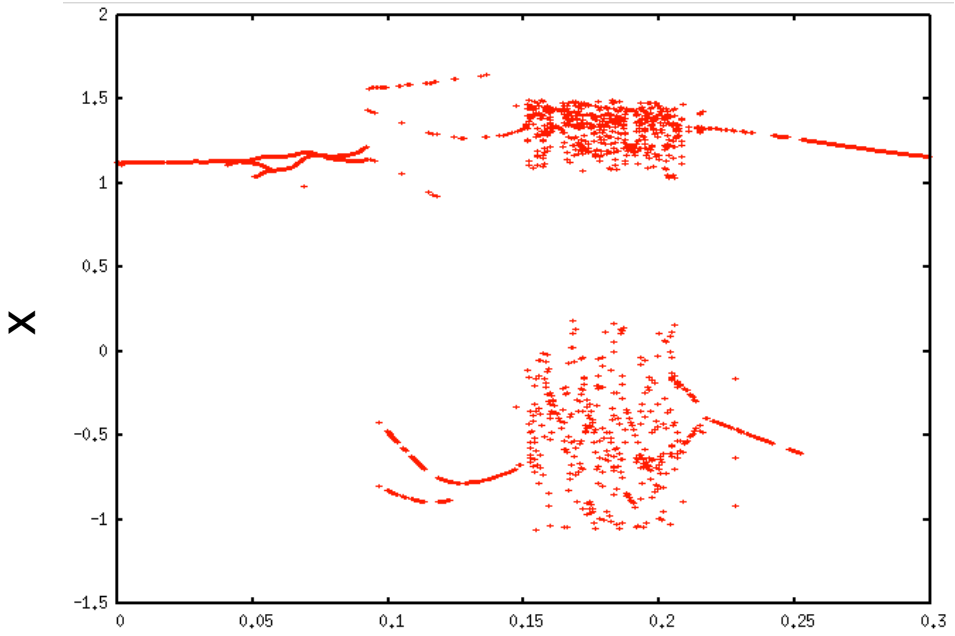
2つの領域を遷移

周波数をパラメータとした分岐図

ダフィング方程式

$$\frac{dx}{dt} = y$$

$$\frac{dy}{dt} = -\delta y + \beta x - \alpha x^3 + \gamma \cos(2\pi f t)$$

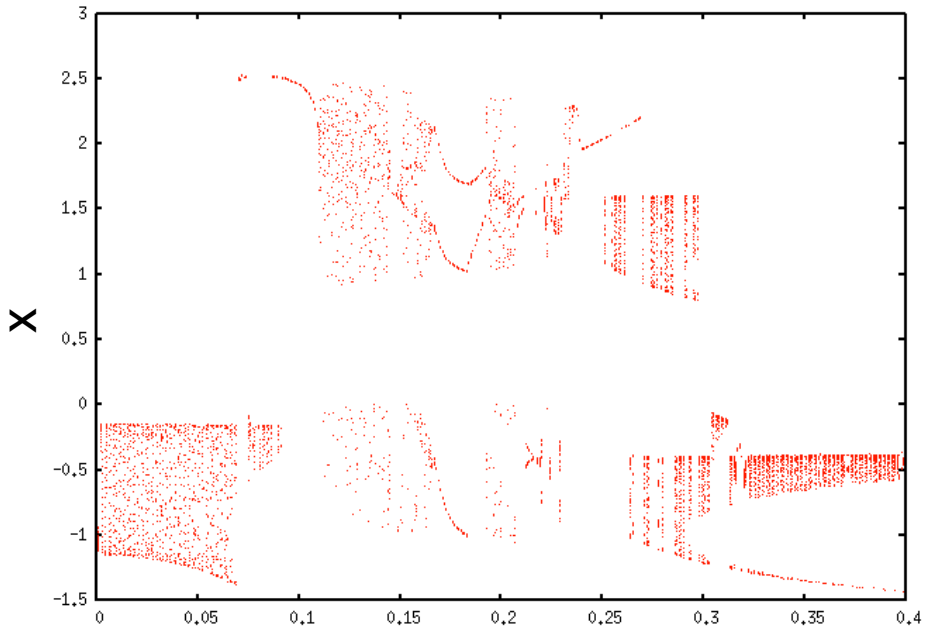


$\delta = 0.2,\ \beta = 1,\ \alpha = 1,\ \gamma = 0.3$

擬似ダフィング方程式

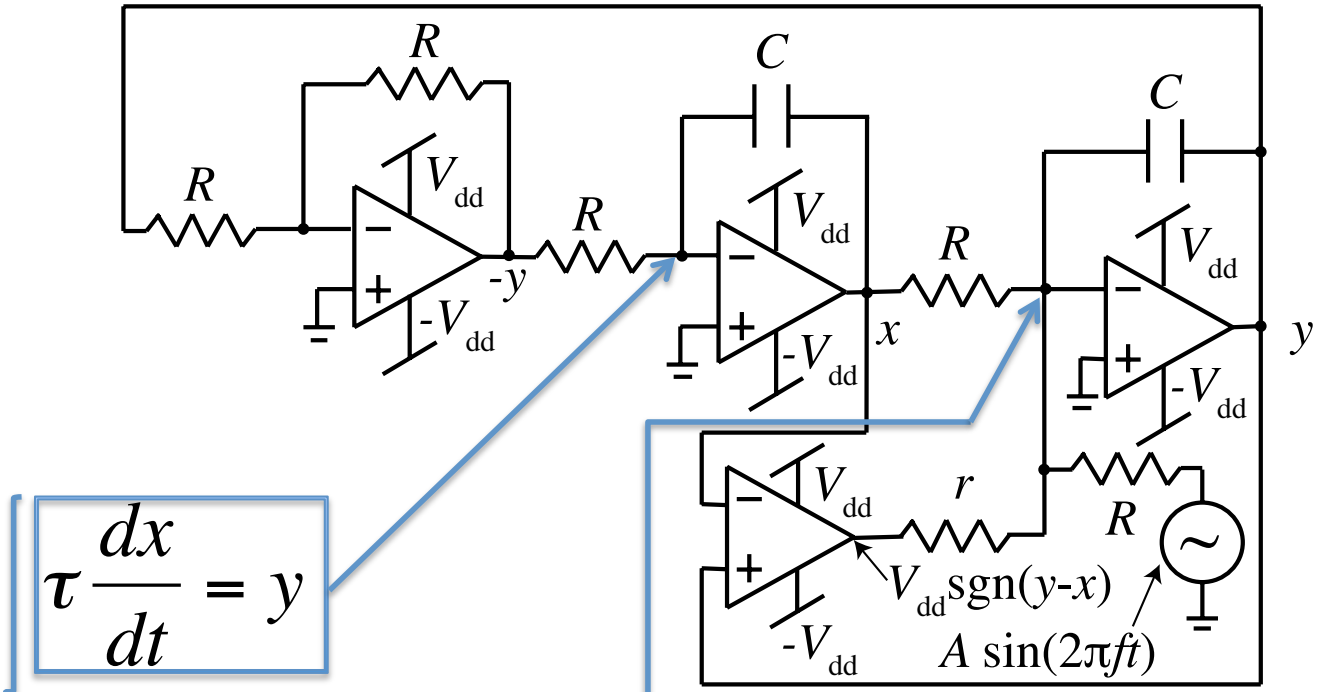
$$\frac{dx}{dt} = y$$

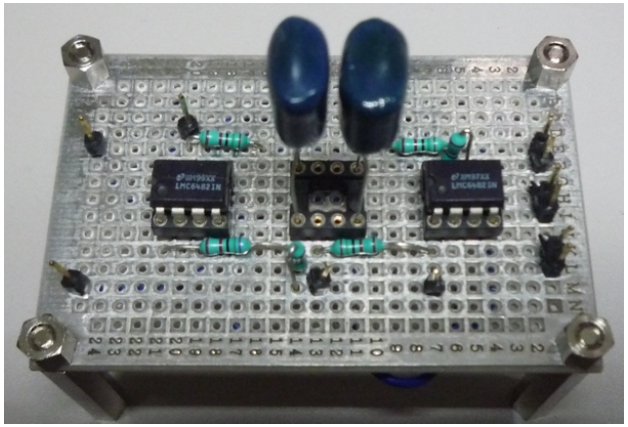
$$\frac{dy}{dt} = -x + \mathrm{sgn}(x - y) + A\sin(2\pi f t)$$



$A = 0.5$

個別部品回路による実装とパラメータ設定





$$\tau\frac{dx}{dt} = y$$

$$\tau\frac{dy}{dt} = -x + a\cdot\,\mathrm{sgn}(x-y) + A\sin(2\pi ft)$$

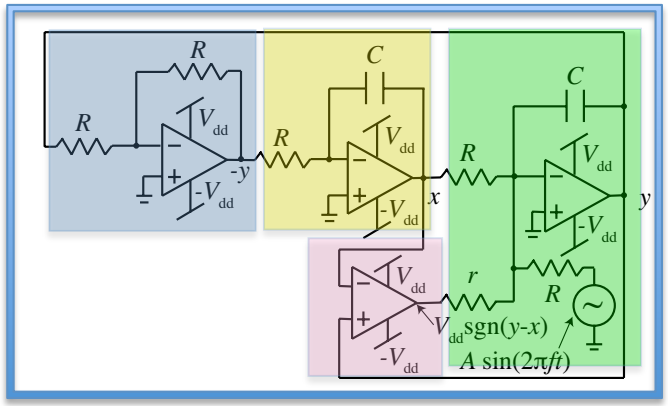
減衰が支配的にならないよう時定数を調整

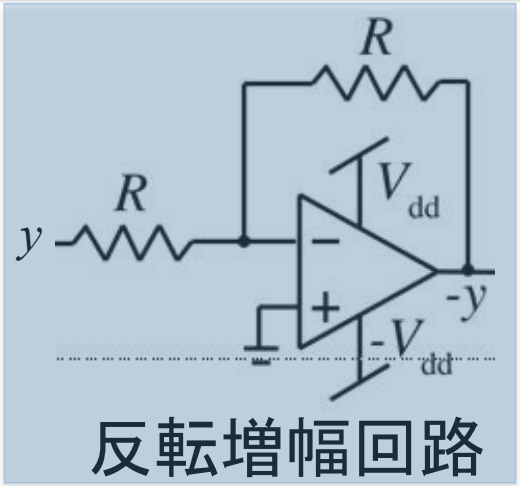
x, y, a, Aは電圧, $\tau = CR$, $a = R\cdot V_{dd}/r$

V_{dd} =5V, r = 5MΩ, R = 1MΩ, C = 0.0047μF,

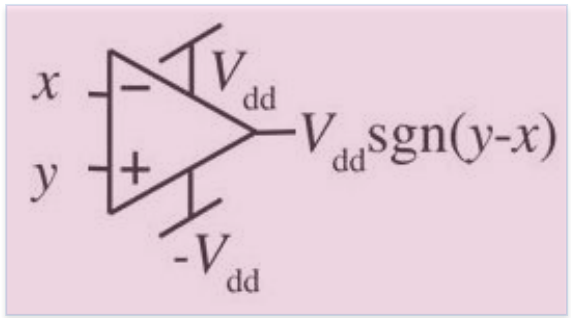
オペアンプ:LMC6482IN, 入力振幅A: 0.5V_{pp}

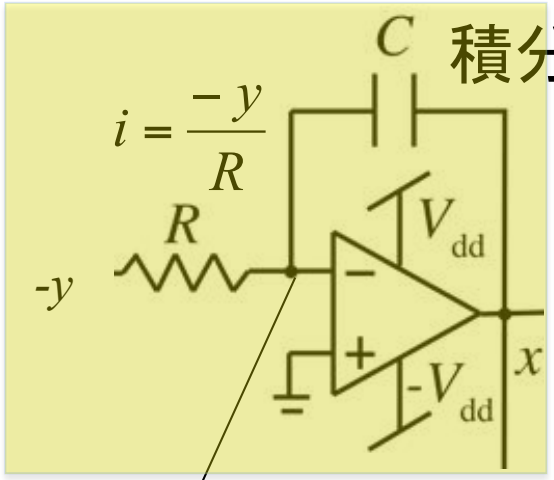
擬似ダフィング方程式のアナログ電子回路

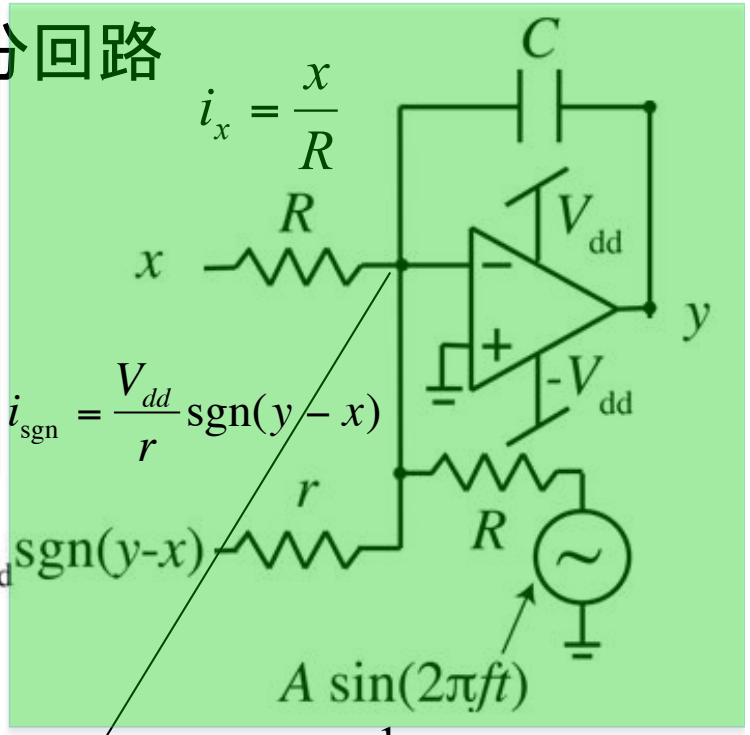




反転増幅回路







$$-C\frac{dx}{dt} = -\frac{y}{R}$$

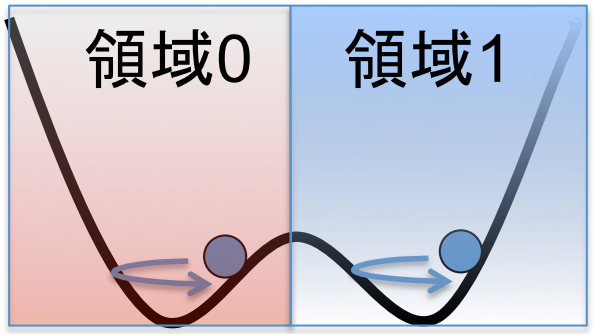
$$i_{\sin} = \frac{1}{R}A\sin(2\pi ft)$$

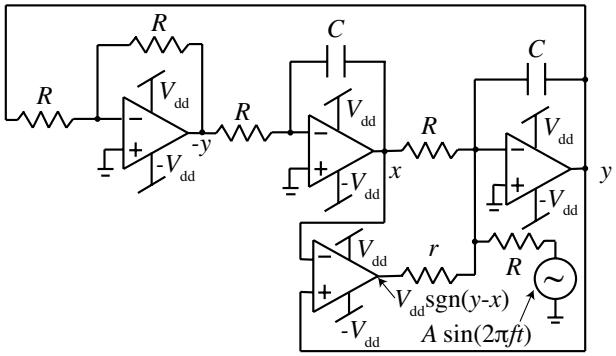
$$\tau\frac{dx}{dt} = y$$

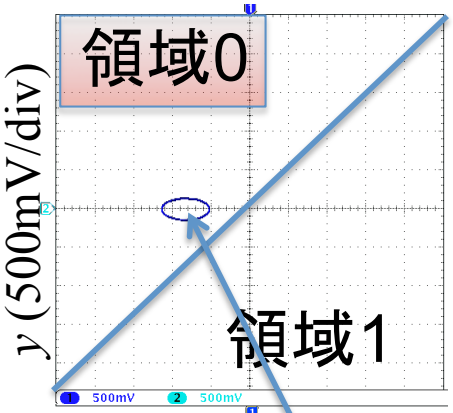
$$-C\frac{dy}{dt} = \frac{1}{R}\left(x + \frac{1}{r}V_{dd}\,\mathrm{sgn}(y-x) + A\sin(2\pi ft)\right)$$

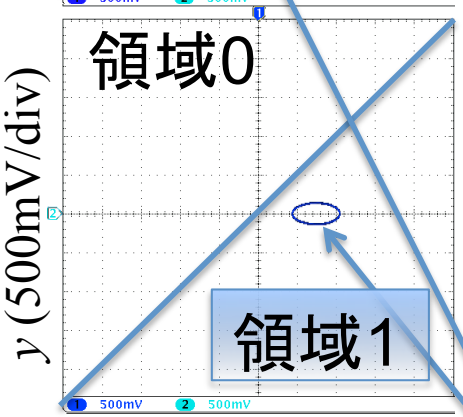
$$\tau\frac{dy}{dt} = -x + a\cdot\,\mathrm{sgn}(x-y) + A\sin(2\pi ft)$$

試作回路の応答(f=15Hz)

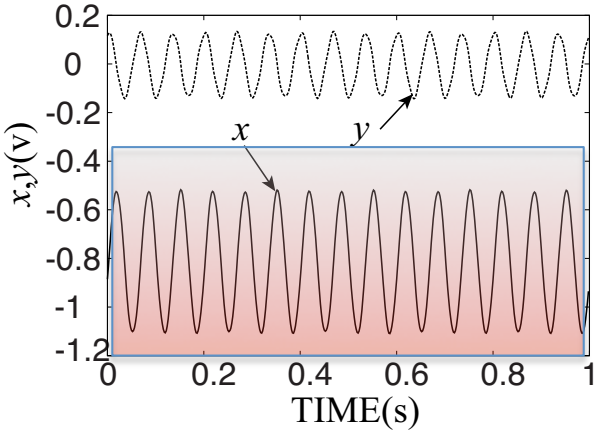


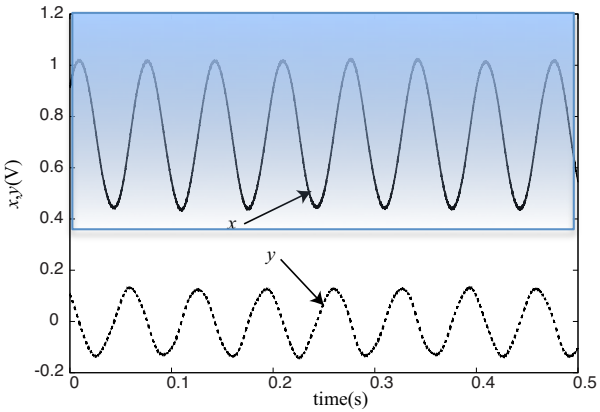






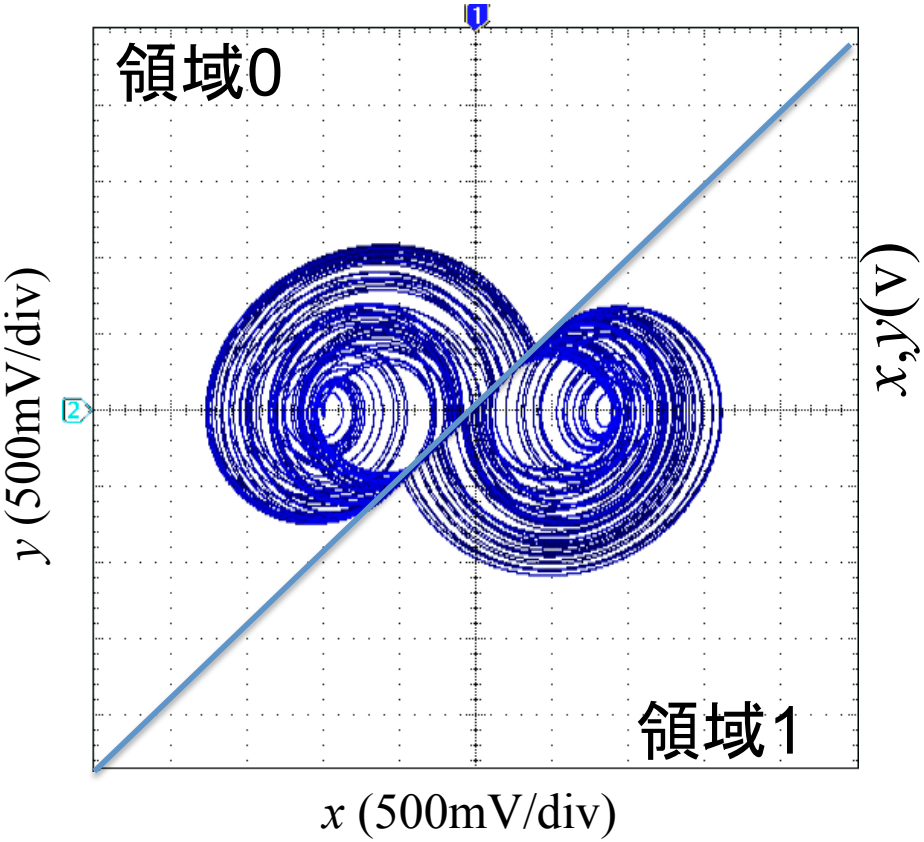
x (500mV/div)

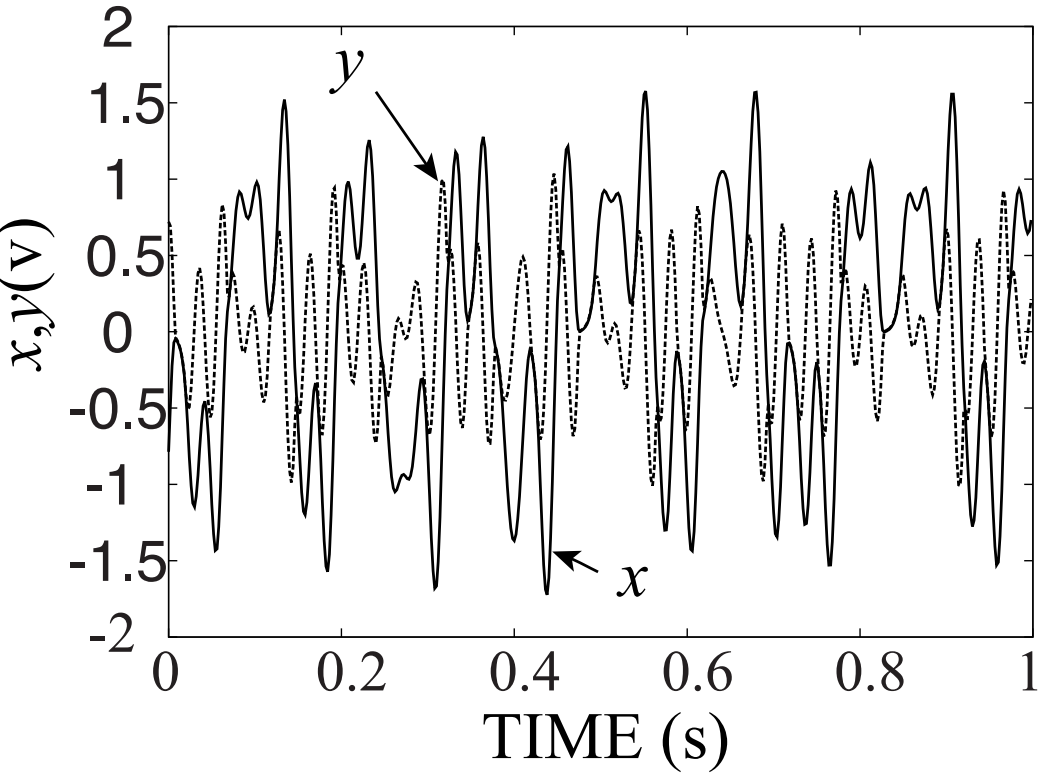




領域0または1にトラップ

試作回路の応答(f=31Hz)

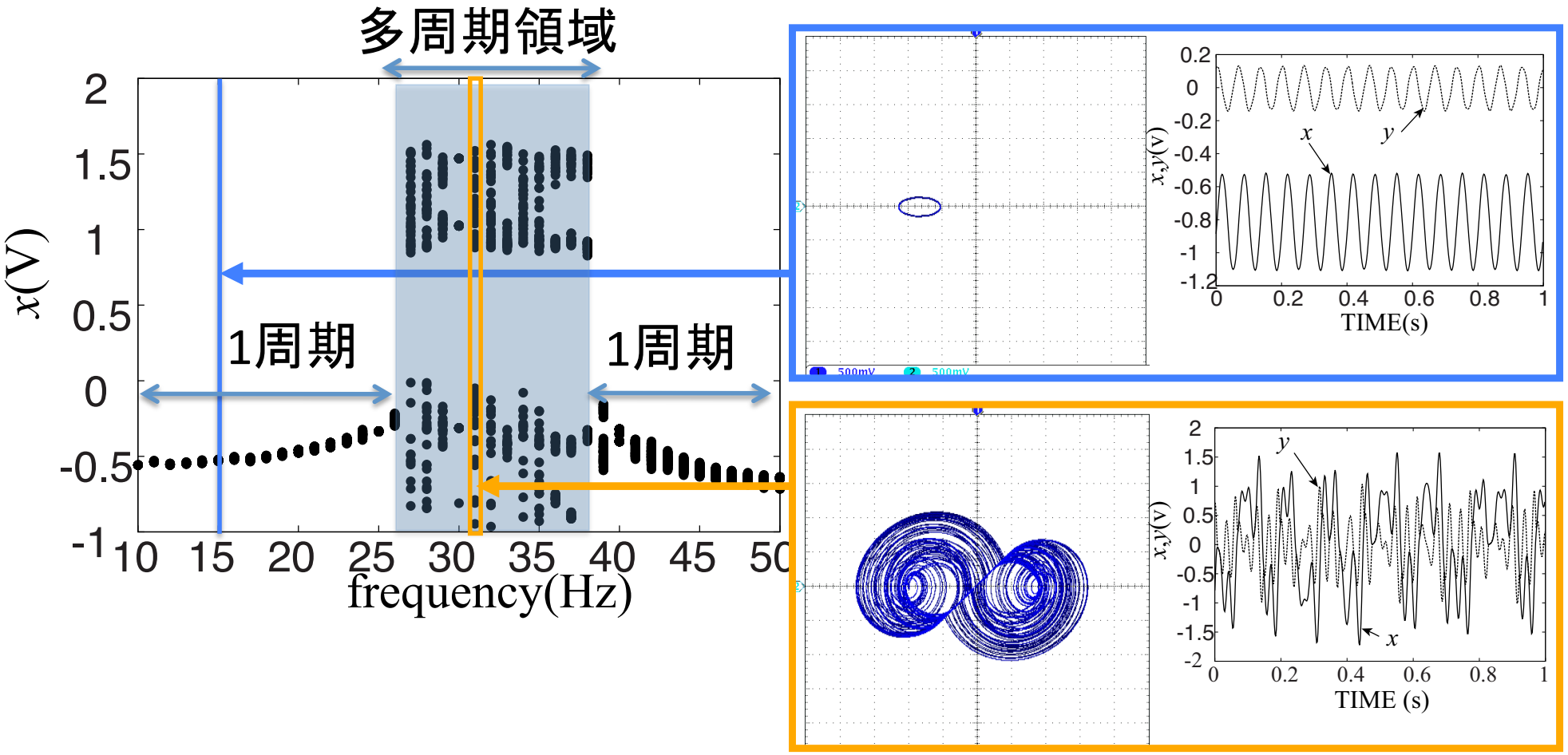




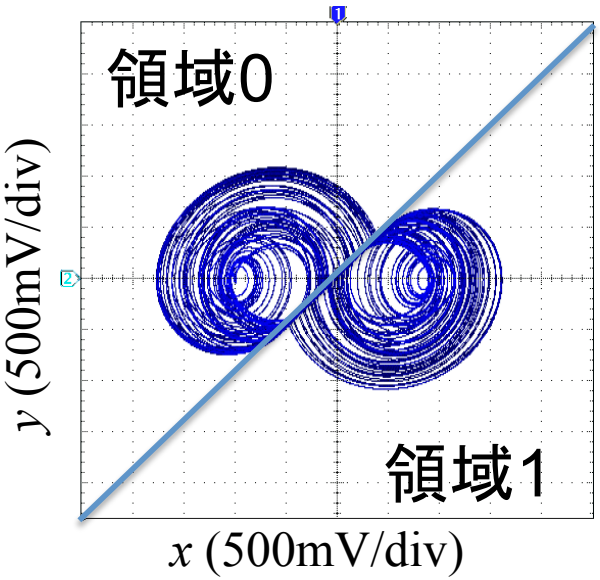
ゆらぎにより2つの領域を確率的に遷移

試作した擬似ダフィング回路の分岐図

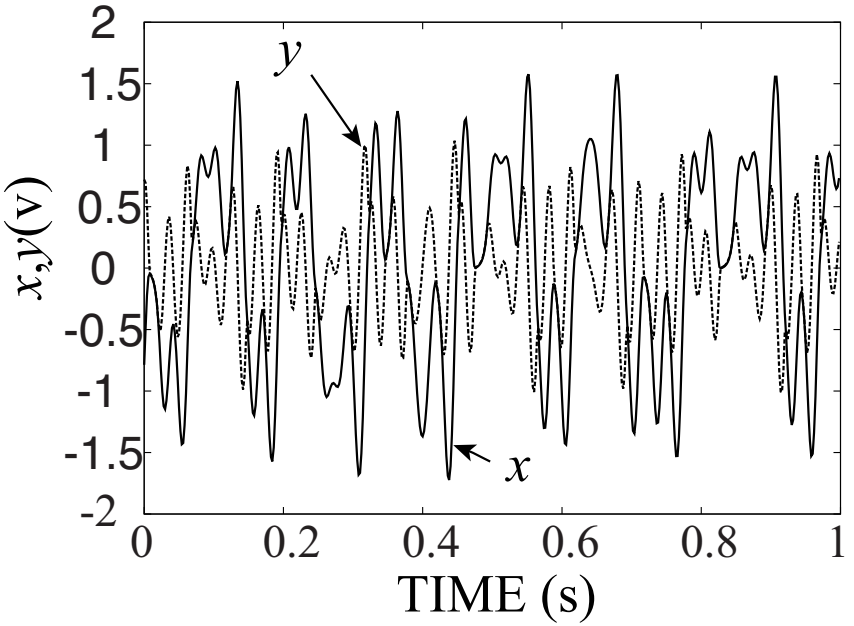
周波数fでスイープ



多周期領域でのSNRの算出

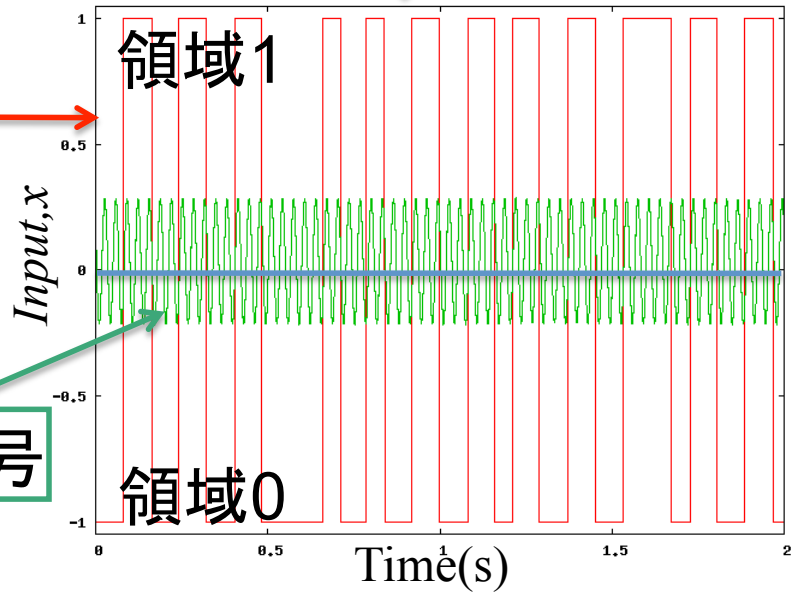


(f=31Hz)

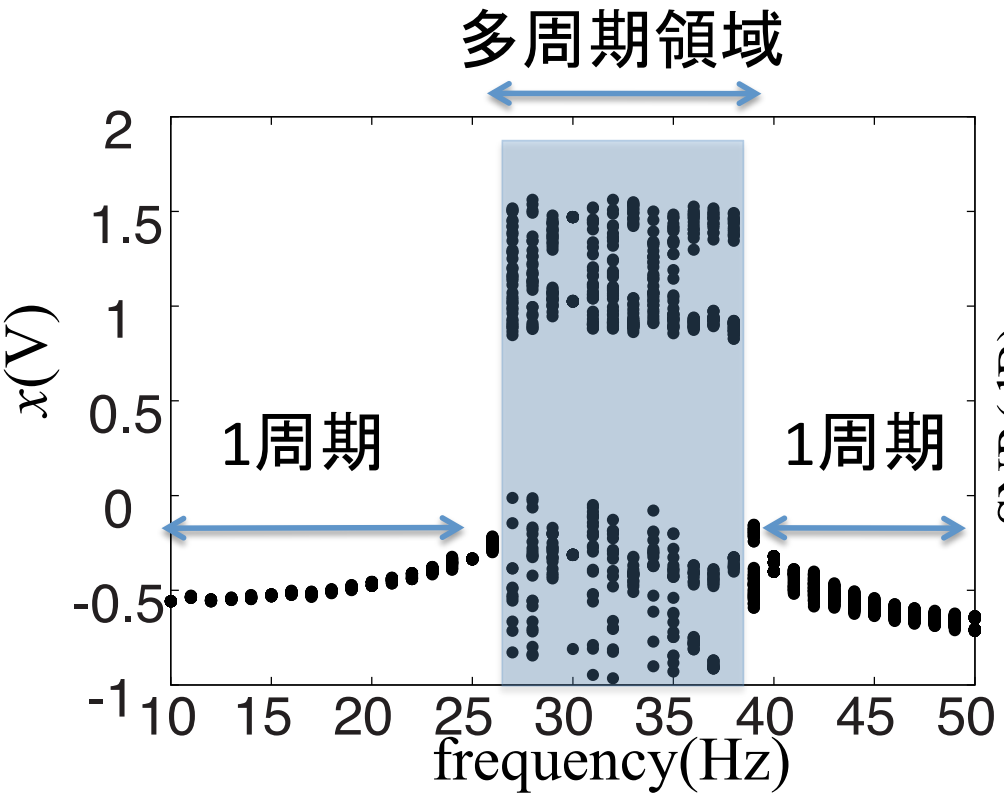


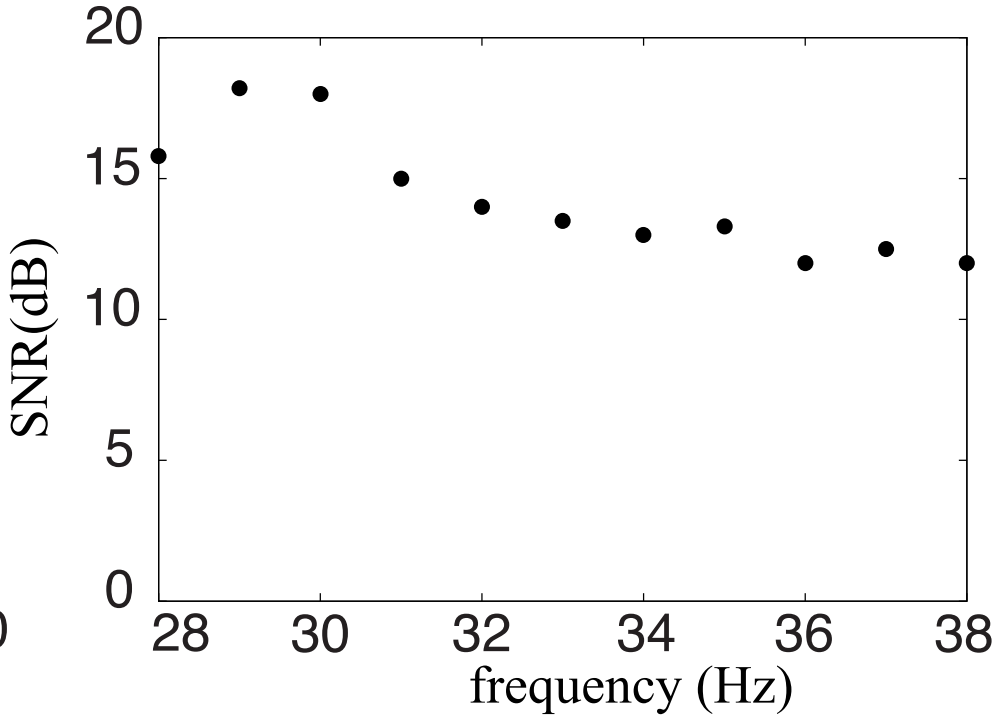
出力信号xを二値化

領域間遷移のみ評価

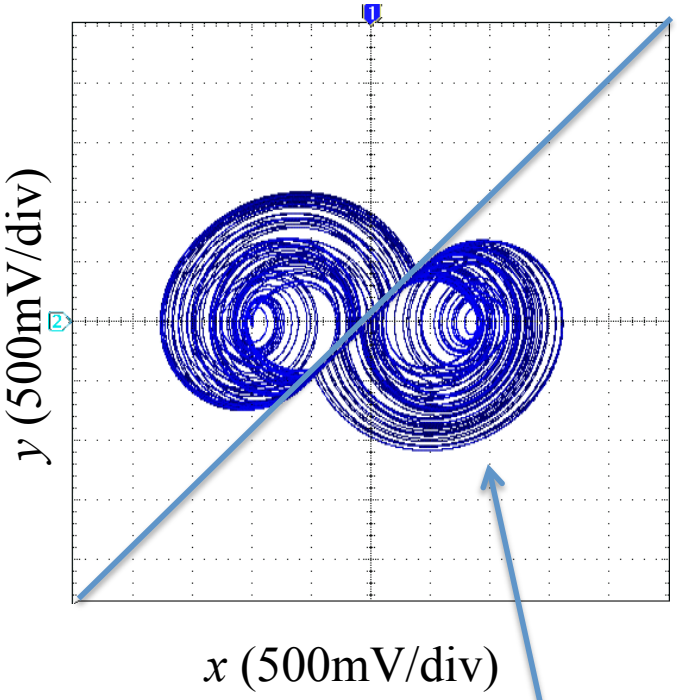


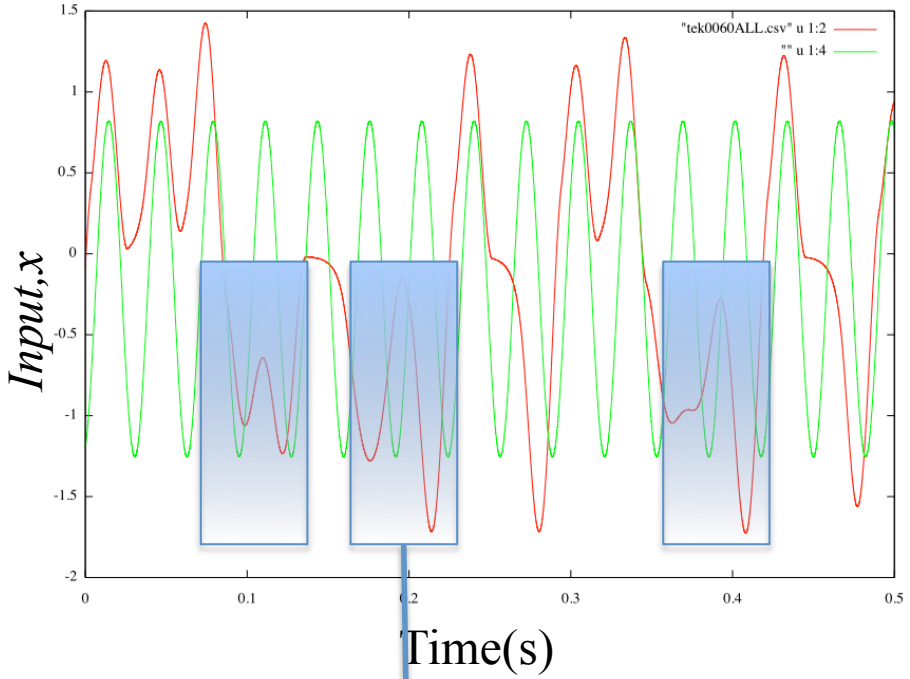
多周期領域でのSNR





二領域間遷移について





状態がゆらぐ

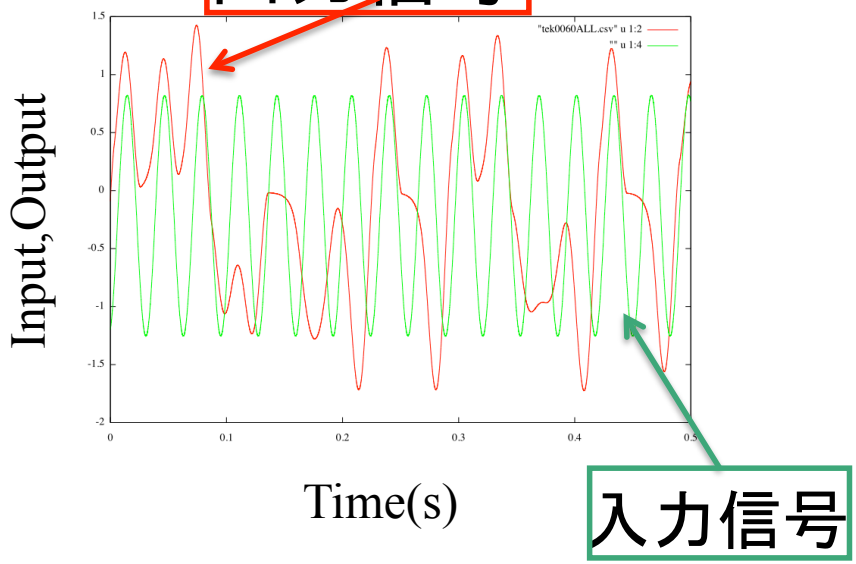
＋

外力で軌道が逸れる

入力信号の最大、最小値での遷移が少ない

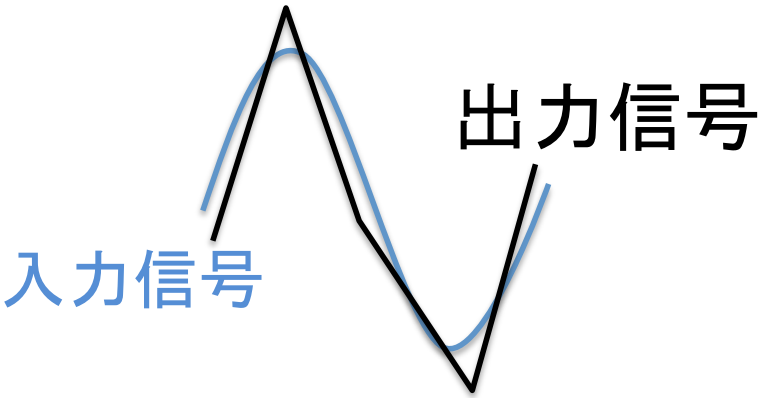
カオス共鳴？

出力信号



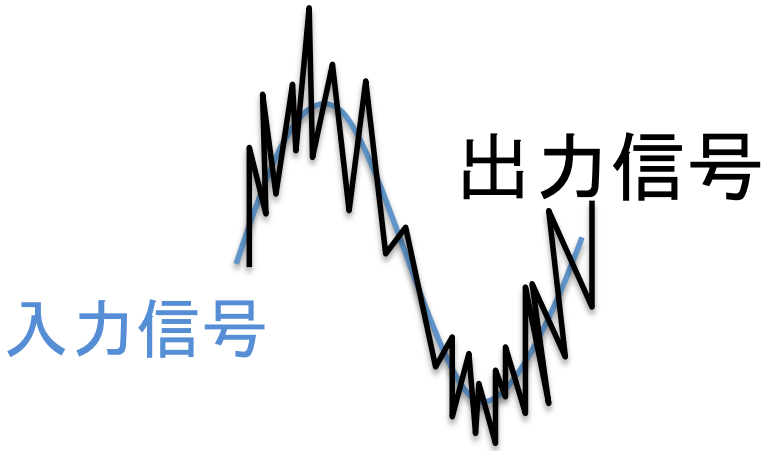
入力信号

外力に十分なゆらぎが付加されていない

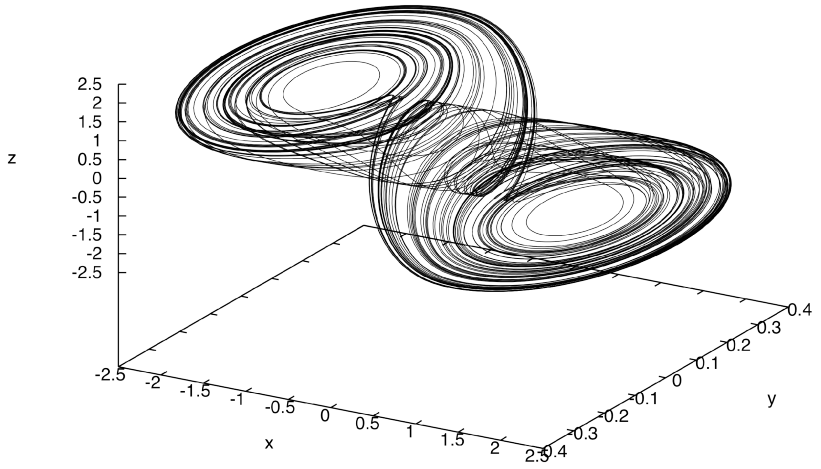


カオス共鳴を起こす為に
十分なゆらぎが必要

入力信号周波数<ゆらぎ



ダブルスクロール・アトラクタ



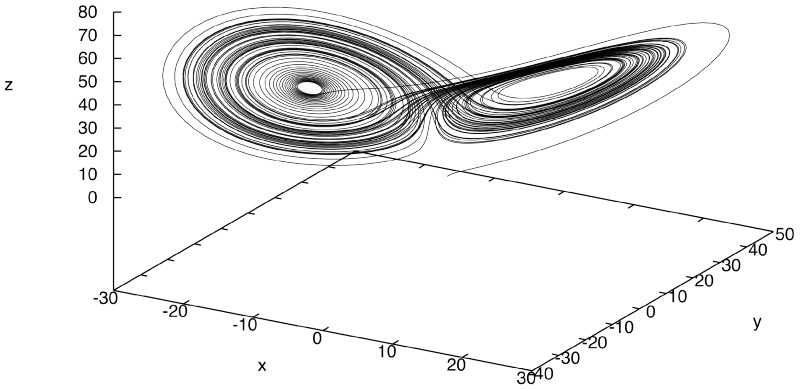
$$C_1 \frac{dv_{C_1}}{dt} = G(v_{C_2} - v_{C_1}) - g(v_{C_1})$$

$$C_2 \frac{dv_{C_2}}{dt} = G(v_{C_1} - v_{C_2}) + i_L$$

$$L \frac{di_L}{dt} = -v_{C_2}$$

$$g(v_{C_1}) = m_0 v_{C_1} + \frac{1}{2}(m_1 - m_0)\left|v_{C_1} + B_P\right| + \frac{1}{2}(m_0 - m_1)\left|v_{C_1} - B_P\right|$$

ローレンツ・アトラクタ



$$\frac{dx}{dt} = -\sigma x + \sigma y$$

$$\frac{dy}{dt} = -xz + \gamma x - y$$

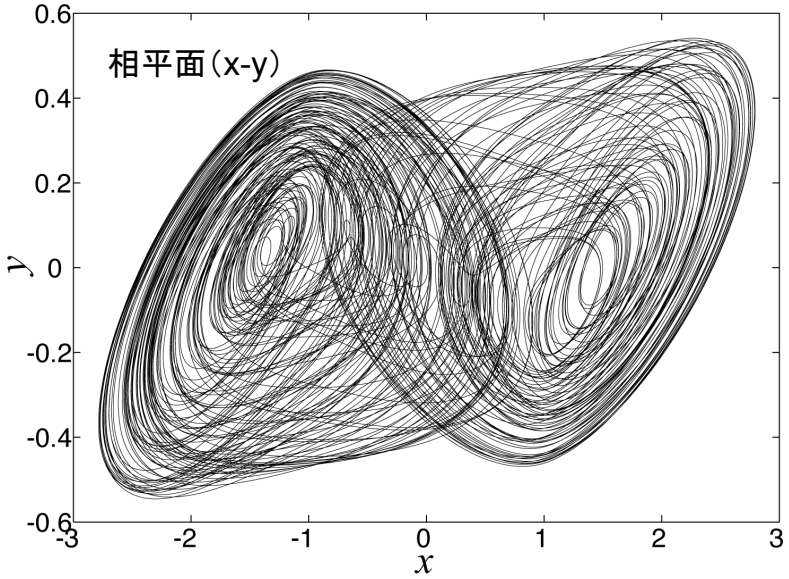
$$\frac{dz}{dt} = xy - bz$$

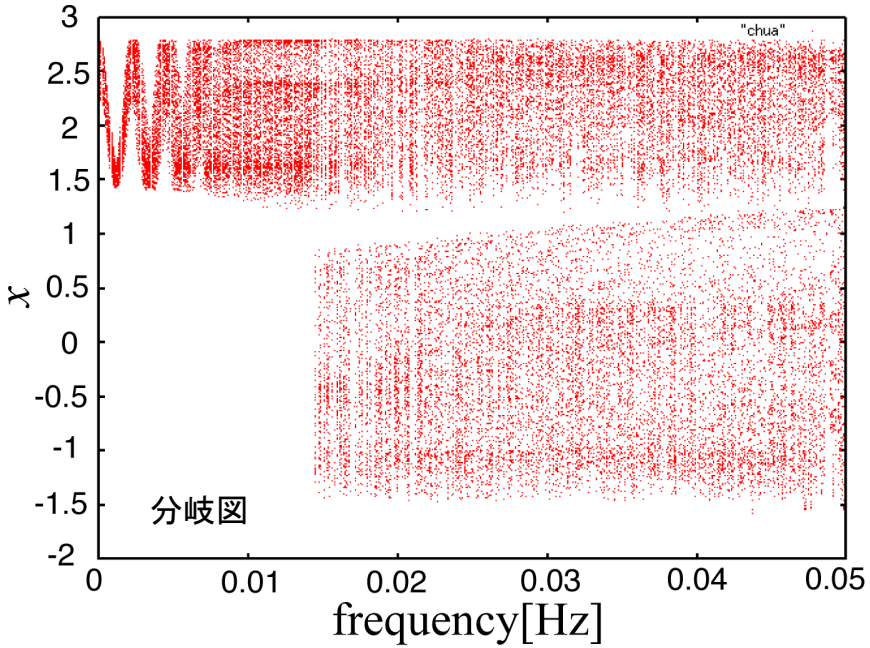
Chuaのダブルスクロール系に外力を加えてみる

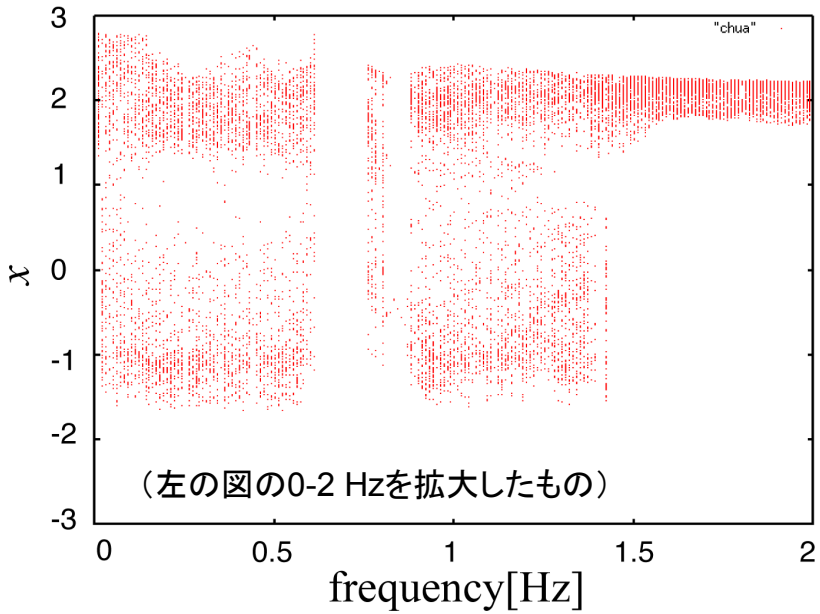
$$\dot{x} = C_1(y - x - g(x))$$
$$\dot{y} = C_2(x - y + z)$$
$$\dot{z} = -C_3 y + A\sin(2\pi f t)$$ 外力

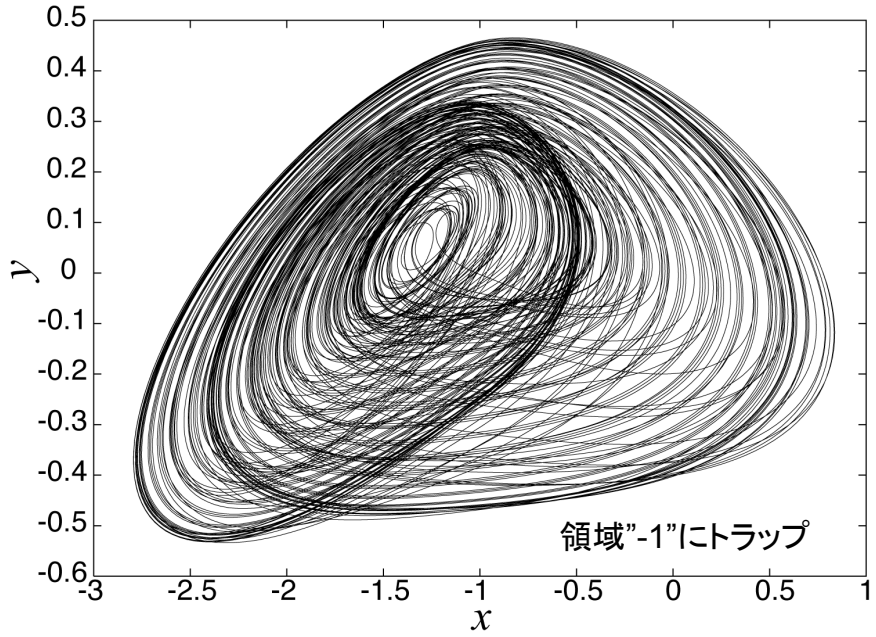
$$g(v_{C_1}) = m_1 x + \frac{(m_1 - m_0)}{2}\left(|x+1| - |x-1|\right)$$

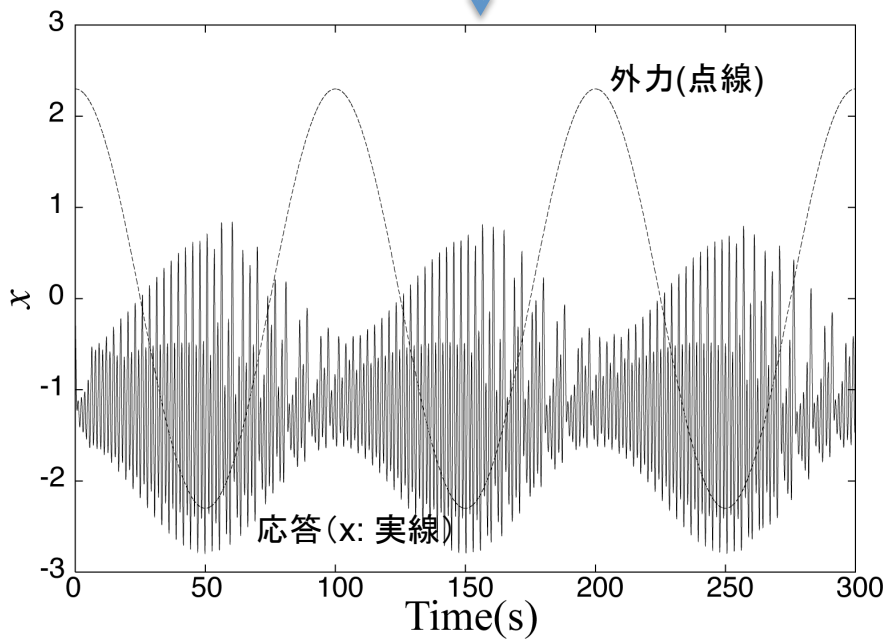
$C_1 = 15.6, C_2 = 1, C_3 = 33, m_0 = -8/7, m_1 = -5/7, A = 2.3$

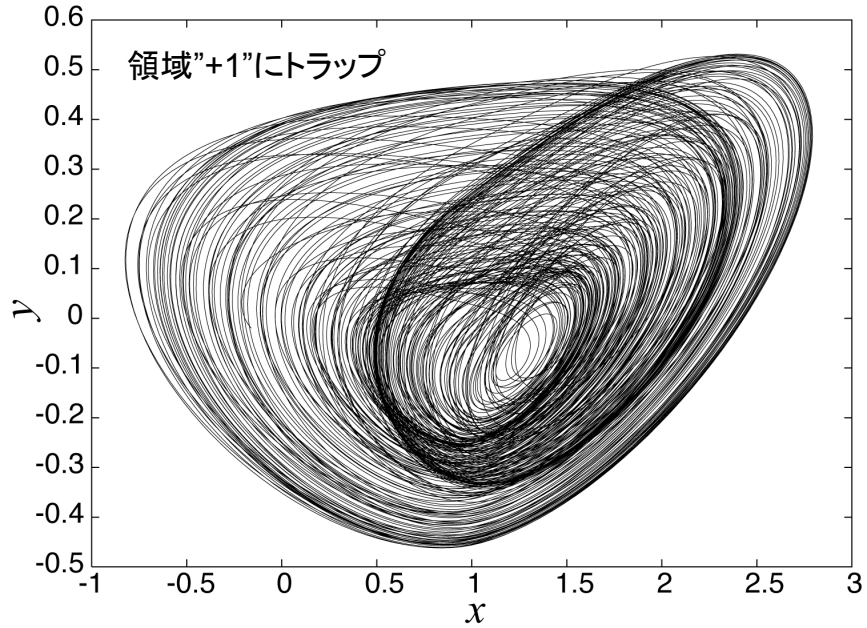


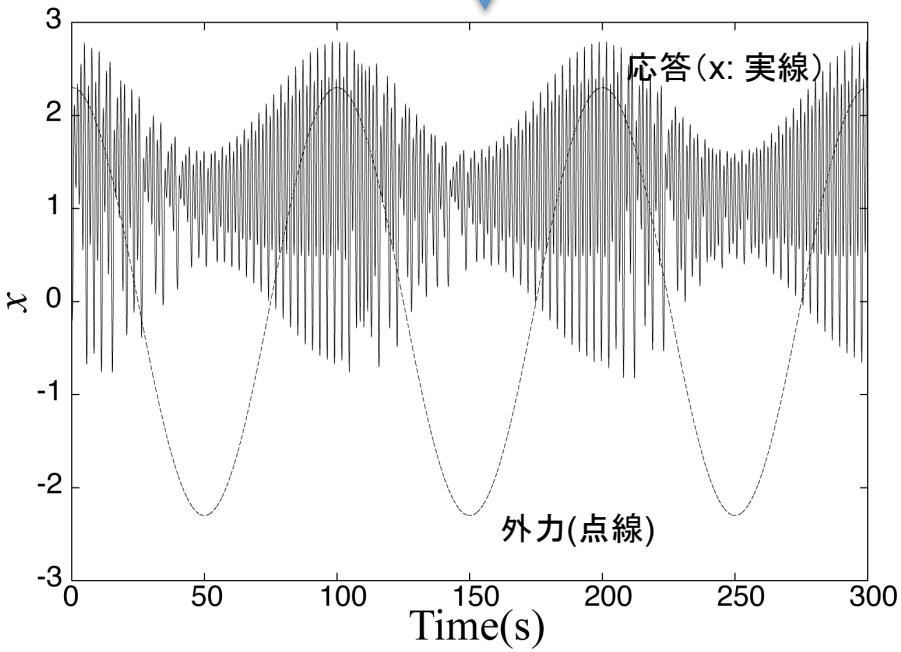


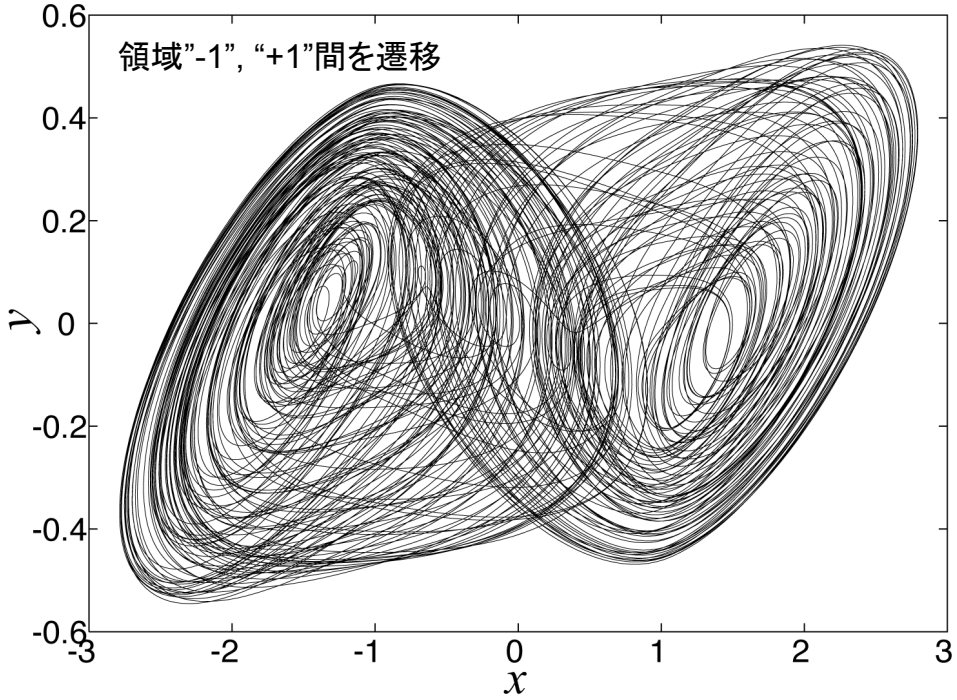


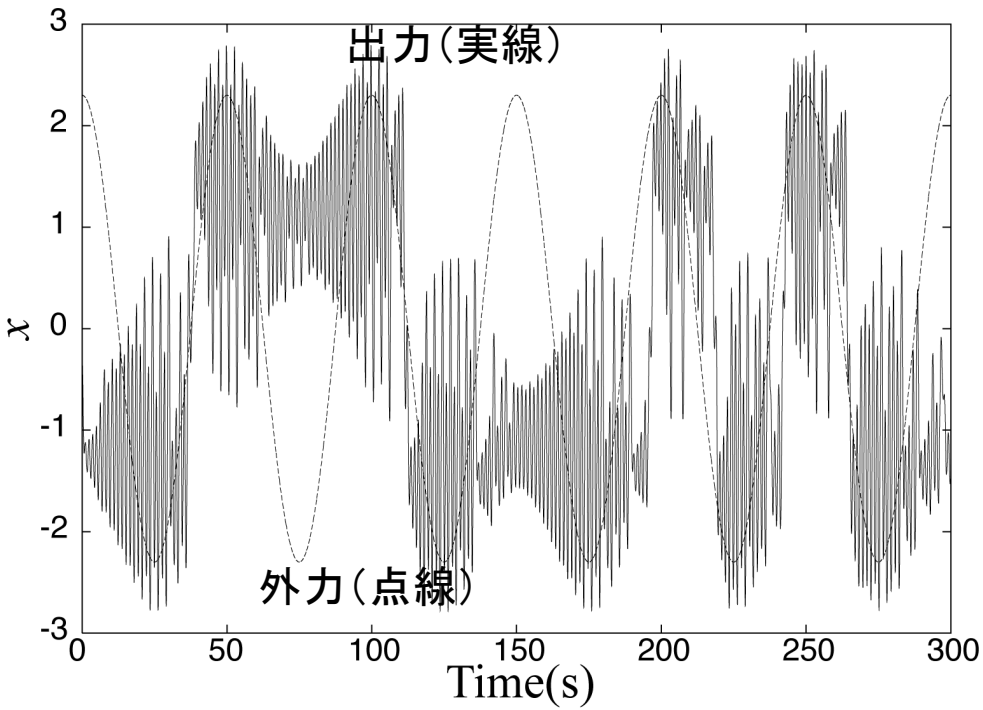

領域”-1”にトラップ
x
y

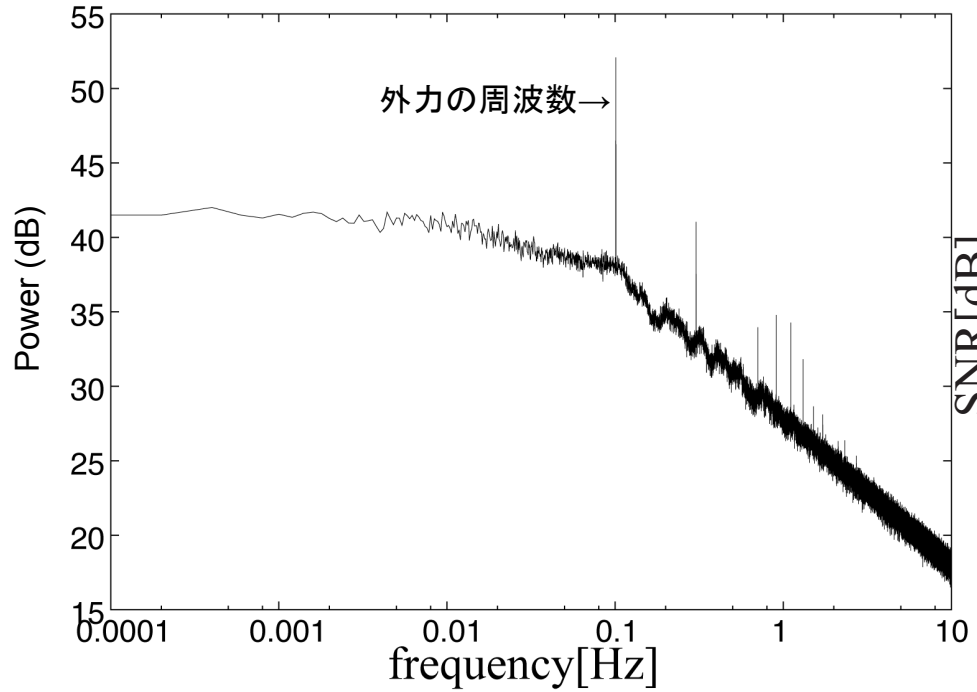

外力(点線)
応答(x: 実線)
Time(s)
x

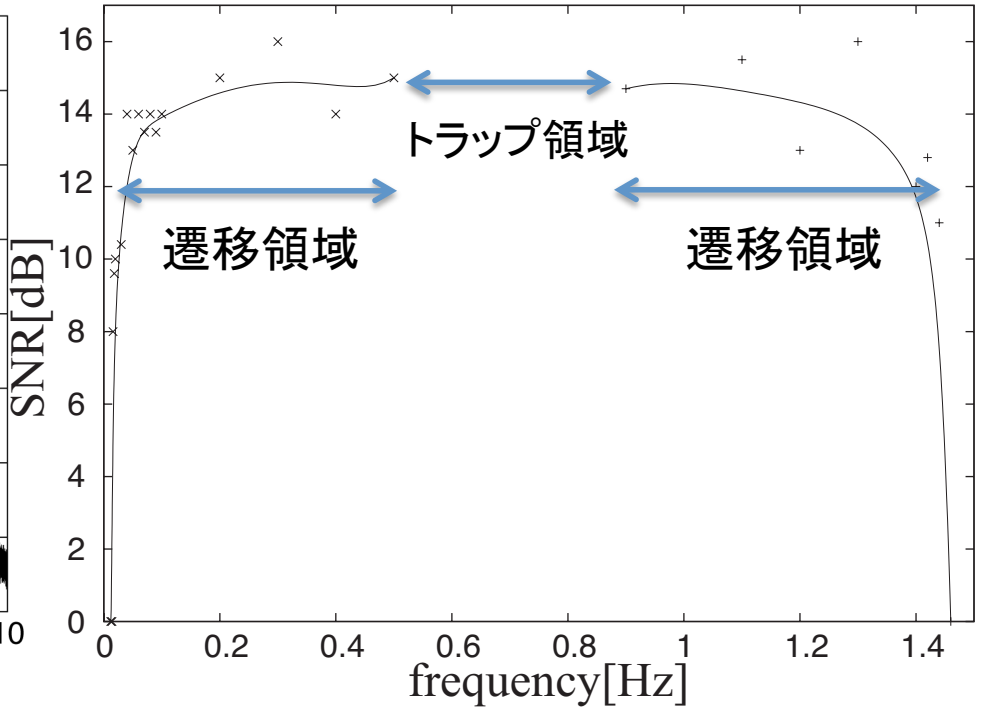

領域”+1”にトラップ
x
y


応答(x: 実線)
外力(点線)
Time(s)
x

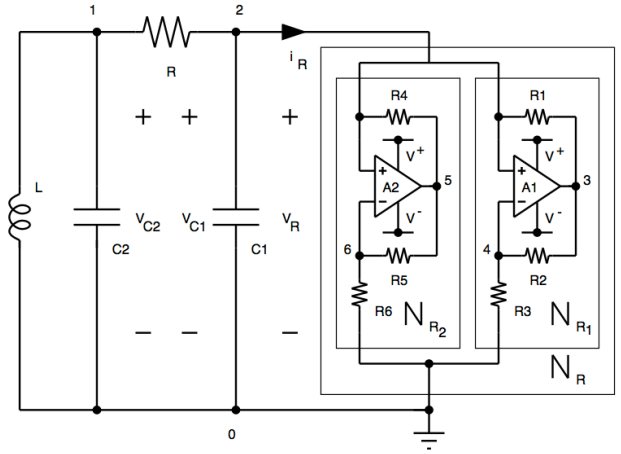

領域”-1”, “+1”間を遷移
y
x

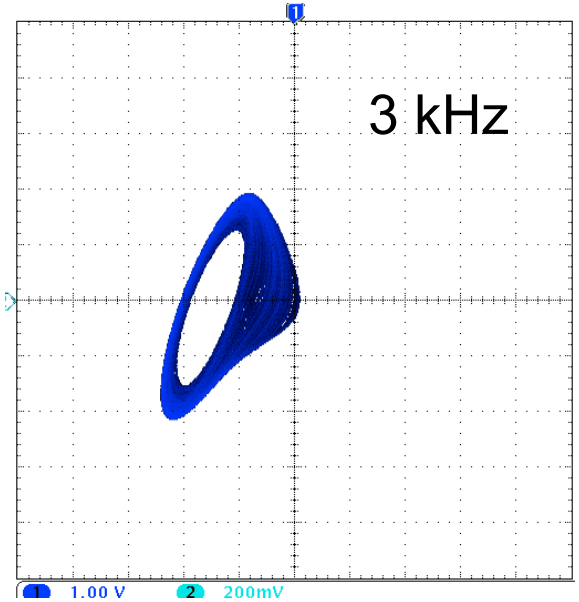

出力（実線）
外力（点線）
x
Time(s)

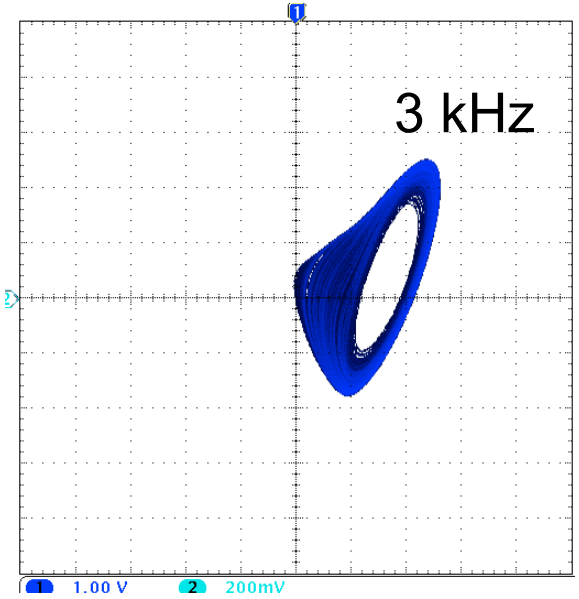

外力の周波数→
Power (dB)
frequency[Hz]

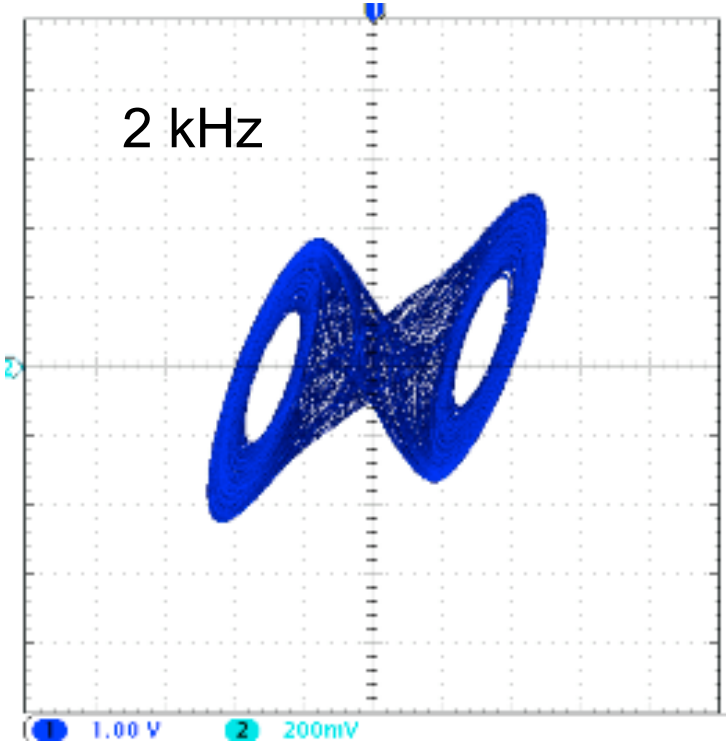

トラップ領域
遷移領域
遷移領域
SNR[dB]
frequency[Hz]

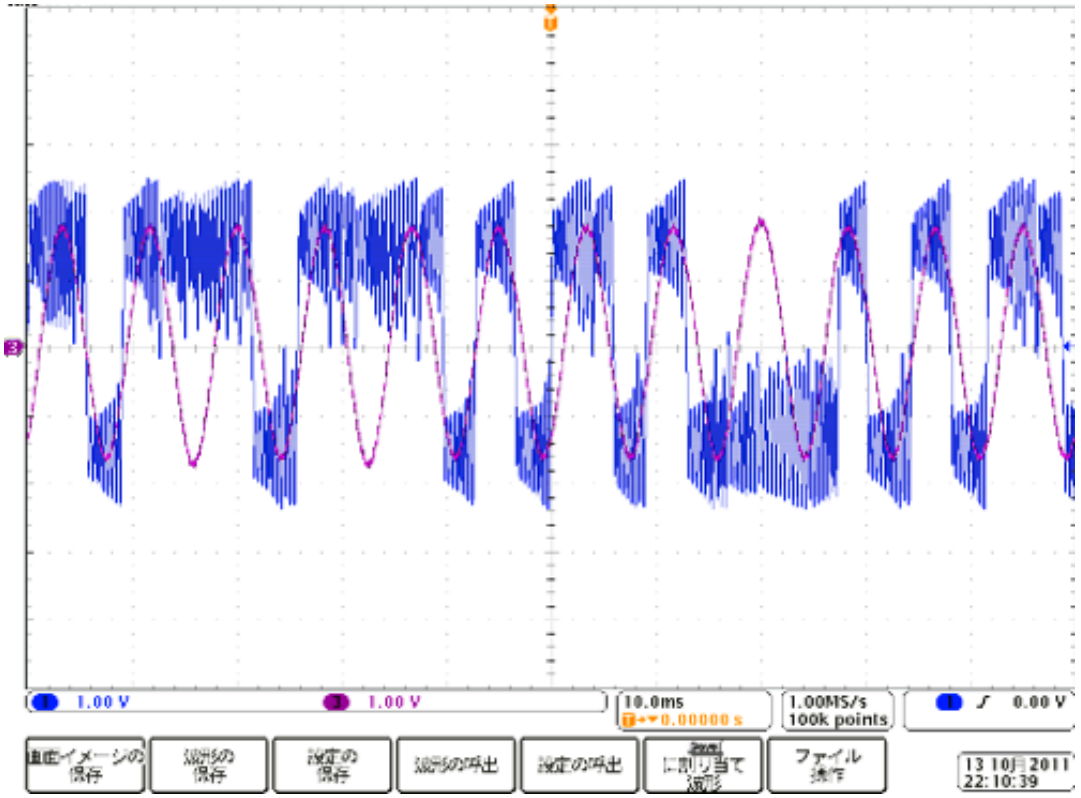
回路試作＆実験結果


1
2
R
i_R
L
V_{C2}
V_{C1}
V_R
C2
C1
R4
R1
A2
A1
R5
R2
R6
R3
N_{R_2}
N_{R_1}
N_R
0


3 kHz
1.00 V
200mV


3 kHz
1.00 V
200mV


2 kHz
1.00 V
200mV


1.00 V
1.00 V
10.0ms
1.00MS/s
100k points
0.00 V
13 10月 2011
22:10:39

まとめ

力学系自らが生み出すゆらぎ（カオス）による確率共鳴

＝カオス共鳴（と呼びたい）

1. 連続時間力学系でのカオス共鳴の観測

- 二重井戸型の擬似ダフィング系を提案
- 個別部品による回路実装

ゆらぎによる二領域間の確率的な遷移

SNRは12～18dB。ただし「弱い共鳴」

2. ダブルスクロール系におけるカオス共鳴

Chua回路にて「強い共鳴」を観測