

泥棒の速度が異なる Cops and Robbers の 格子上における戦略

小森 良汰朗 武永 康彦
電気通信大学 大学院情報理工学研究科

1. はじめに

本研究で扱う Cops and Robbers とは、グラフ上で行う鬼ごっこのようなゲームである。近年、このゲームについて様々なルールの変種が考案され、種々のグラフでの必勝性の研究が行われている[1]。本研究では、泥棒が1回の手番で2頂点分移動可能な場合[2]について、警官が泥棒の位置がわかる通常ルールと最短経路方向のみわかるルール[3]の両方で、警官や泥棒の必勝戦略の提案を行う。

2. 一般的なルール

最初に警官が初期位置の頂点を決定し、その後泥棒が初期位置の頂点を決定する。その後、警官から順に隣接する頂点に移動するか、現在位置する頂点に留まるかのいずれかの動作を行う。また、警官が複数存在する場合、すべての警官の行動が終わった後に泥棒が行動を行う。警官と泥棒は各々が位置する頂点を認識することができる。警官と泥棒が存在する頂点が一致した場合、警官の勝利とする。警官に捕まえることなく、移動し続けられる場合、泥棒の勝利とする。

3. 本研究におけるルール

本研究では、泥棒の速度が2である、つまり一回の手番で2頂点移動できる場合を考える。また、警官が泥棒の位置を認識する方法として、図1のように、泥棒の位置する頂点への最短経路方向に含まれて、かつ警官の位置する頂点と隣接している頂点のみを認識できるというルール用いた場合と一般的なルールの両方考える[3]。以下、認識できる頂点を最短経路方向とする。

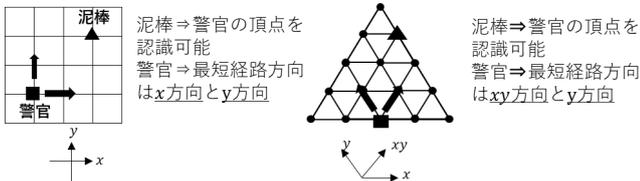


図1. 最短経路方向

4. 泥棒の必勝戦略

定理 1. 泥棒の速度が2の場合、 $n = 10$ の正方格子において警官が2人では泥棒の必勝となる。

証明の方針 泥棒は初期位置として図2のA,B,C,Dの4か所のうち、太線の内側に警官の存在しない頂点を選択する。その後、警官が太線で示した範囲に到達した場合、警官の動きに応じて移動する事で、警官に捕まえることなく、B,C,D いずれかの点に移動する事ができ、この動きを繰り返すことで、永続的に泥棒が逃げ切れる事ができる。

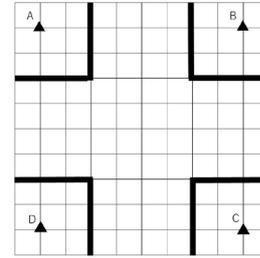


図2. $n = 10$ の泥棒の必勝戦略における泥棒の初期位置

5. 警官の必勝戦略

定理2. 泥棒の速度が2で、警官が方向のみ認識可能な場合、 $n = 4$ 以下の正方格子、 $n = 4$ 以下の三角格子では、警官2人で警官の必勝である。

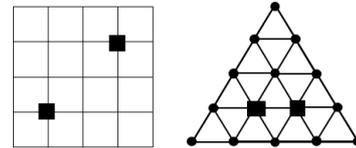


図3. $n = 4$ の三角格子、平方格子における必勝となる配置

定理3. 泥棒の速度が2の場合、 $n = 5$ 以上における正方格子において、警官の人数が

$$\left\lfloor \frac{n+1}{2} \right\rfloor + 1$$

であれば警官の必勝である。

証明の方針 警官を図4のように一直線に配置し、この形を保ったまま移動する。警官が x 方向、または $-x$ 方向に移動することで、泥棒が警官のいる行の上下間の移動ができなくなった時点で、警官は泥棒のいる y 方向または $-y$ 方向に移動する。

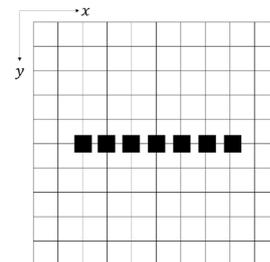


図4. $n = 10$ における、警官の必勝戦略の初期配置

参考文献

[1] Anthony Bonato and Richard J. Nowakowski, The Game of Cops and Robbers on Graphs, American Mathematical Society (2011)
 [2] Fedor V. Fomina, Petr A. Golovacha, Jan Kratochvíl, Nicolas Nisse and Karol Suchan: "Pursuing a Fast Robber on a Graph", Theoretical Computer Science 411 (2010) 1167-1181.
 [3] 大久保辰哉, 武永康彦, 格子上での Cops and Robbers の方向のみ認知可能なルール, 電子情報通信学会総合大会, ISS-A-03 (2019).