

[招待講演]

オンラインユーザダイナミクスの 基礎理論構築に向けた取り組み —ネットワークの振動モデルについて—

会田 雅樹

東京都立大学

June 17, 2021

背景と目的

- SNS の発展や普及がオンラインコミュニティの活動を活性化
⇒ 実社会の活動にも大きな影響を与えている
- 良い側面：社会活動の圧倒的な効率化，情報格差の解消
- 悪い側面：フェイクニュース，ネット炎上，誹謗中傷，風評被害等
⇒ 解決のため，オンラインユーザダイナミクスを理解したい
- 二つの異なるアプローチ：
 - 実データや事例の分析に基づく現象の理解
個別の事象について深く理解できるが，背後にある普遍的な構造の理解が課題。
 - 基礎理論による構造の理解
原理的にどうあるべきかに基づいて構造を理解できるが，個別のケースへの応用が課題。
(影響の伝播速度の有限性，影響が直接伝播するのは隣接ユーザのみ，因果関係の明示的な記述可能性，などに基づく基礎理論の検討)
- データサイエンス関連技術の発展で前者の研究は活発。
- 本研究は後者に挑戦！

目次

1 はじめに

- マクロなモデル vs ミクロなモデル
- 波動方程式が記述するもの
- 拡散方程式と波動方程式の解の特徴

2 ネットワークの振動モデル

- 無向グラフ上の波動方程式とノード中心性
- 有向グラフ上の波動方程式とネット炎上
- オンラインユーザダイナミクスの基礎方程式

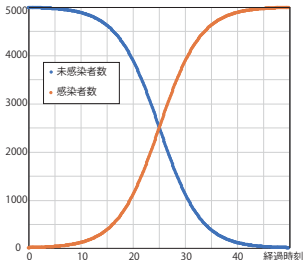
3 振動モデルの展開

- 基礎方程式の特性と利点
- ネットワーク構造変化に伴うユーザダイナミクス活性化の証拠検出
- エコーチェンバー現象

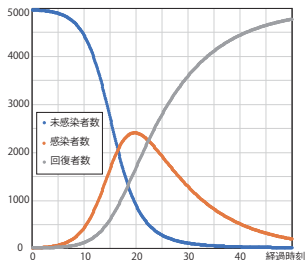
4 おわりに

マクロなモデルの例：感染症モデル

- 感染症モデルを応用したユーザのマクロな状態遷移の記述
 - 未感染者 = 情報を知らない人
 - 感染者 = 情報を受け取った人
 - 回復者 = 情報に興味を失った人



SI モデル

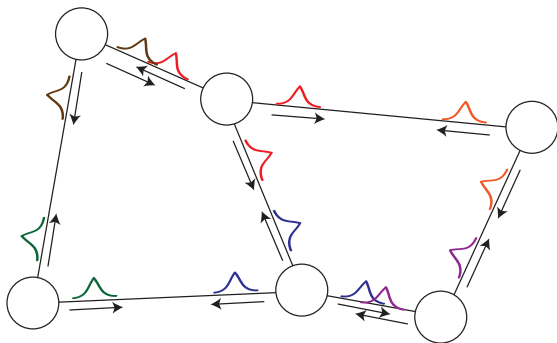


SIR モデル

- マクロなモデル：ユーザの集団の状態を記述 ⇒ NW 構造の反映が弱点
- ミクロなモデル：個々のユーザの状態を記述 ⇒ NW 構造の反映が可能

ミクロなモデル：なぜ波動方程式なのか (1)

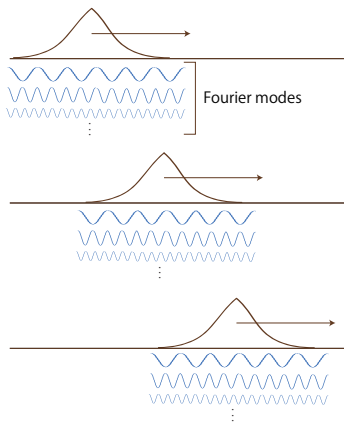
- オンラインソーシャルネットワーク (OSN) のユーザは互いに影響を与えあっているはずである。



- 議論の出発点：
 - その影響は OSN を介して伝播する
 - 影響の伝播速度は有限である

ミクロなモデル：なぜ波動方程式なのか (2)

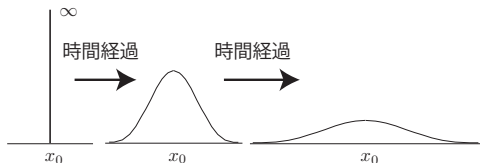
- 有限速度での影響の伝播は，波動方程式で記述される。



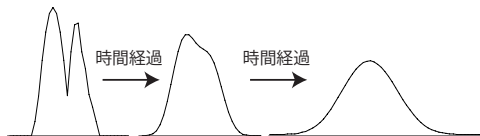
- 影響の波形をフーリエ展開すると，三角関数が一定速度で伝搬する。
⇒ **振動モデル**（ネットワーク上の波動方程式のモデル）が必要

情報の“拡散” \neq 拡散方程式の“拡散”

- 一次元空間上の拡散現象：
 - 初期条件：ある一点に集中 (デルタ関数)



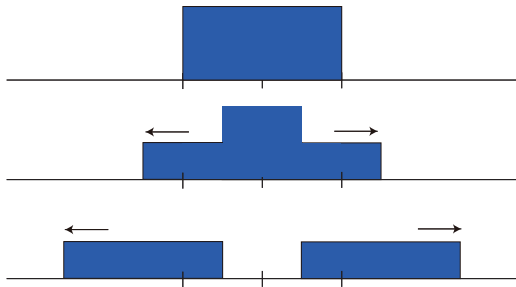
- 初期条件：一般の分布



- 拡散方程式の拡散 = 薄く広まる「拡散」(面積一定)
- 情報の拡散 = 情報を知っている人が増える「拡散」

波動方程式の解：初期変位の伝播

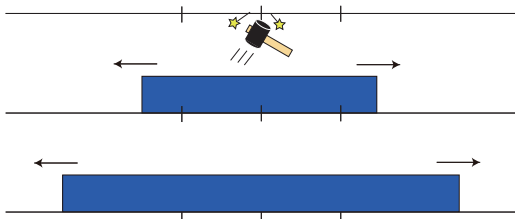
- 時刻 $t = 0$ で矩形波を与た例：



- 影響の「波形」が形を保ったまま、**有限の速度で伝播**。
- OSN 上のユーザ間の影響の伝わり方もこのタイプ！

波動方程式の解：インパルス的な衝撃の伝播

- $t = 0$ である「一点」にデルタ関数のインパルス的な初期速度を与える。



- この初期条件は、 $t = 0$ で情報が無い状態で、一箇所に衝撃的なニュースが飛び込んできた状況。
- **情報拡散に対応する解**が出現！

目次

1 はじめに

- マクロなモデル vs ミクロなモデル
- 波動方程式が記述するもの
- 拡散方程式と波動方程式の解の特徴

2 ネットワークの振動モデル

- 無向グラフ上の波動方程式とノード中心性
- 有向グラフ上の波動方程式とネット炎上
- オンラインユーザダイナミクスの基礎方程式

3 振動モデルの展開

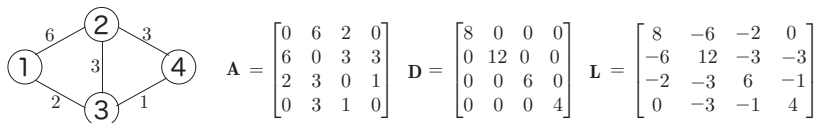
- 基礎方程式の特性と利点
- ネットワーク構造変化に伴うユーザダイナミクス活性化の証拠検出
- エコーチェンバー現象

4 おわりに

無向グラフのラプラシアン行列

- n ノード $\{1, 2, \dots, n\}$ からなる無向グラフ: $G = G(V, E)$
- ノード i と j を結ぶ無向リンク $i-j$ の重み: $k_{ij} = k_{ji} > 0$
- A : 重み付き隣接行列 $A = [k_{ij}]$
- $D := \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$: 次数行列, 但し $d_i = \sum_{j=1}^n k_{ij}$
- 無向グラフのラプラシアン行列の定義:

$$L := D - A$$



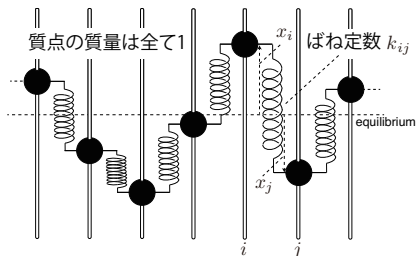
- 無向グラフのラプラシアン行列は対称行列
- OSN はユーザ間の影響の強さが方向によって異なるので, 有向グラフが必要

無向グラフ上の波動方程式

- 無向グラフ上の波動方程式 (ノードの運動方程式)

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{x}(t) = -\mathbf{L} \mathbf{x}(t) \quad (1)$$

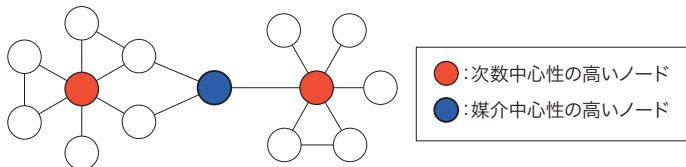
- 但し, $\mathbf{x}(t) = {}^t(x_1(t), \dots, x_n(t))$ はノードの状態ベクトル,
- $x_i(t)$ は時刻 t におけるノード i の状態.



一次元ネットワークに対する波動方程式のイメージ

ノード中心性と振動エネルギー

- ノード中心性：NW 内でのノードの働きの強さ
- ノードの働きの尺度によって多様な中心性の定義あり



- 次数中心性：ノード次数の大きいノードを高く評価。
⇒ ノード次数の大きいノードは情報伝播に強く関与するから
 - 媒介中心性：ノード間の最短経路の通過数が多いノードを高く評価。
⇒ 通信経路の要としての重要性を評価するため
 - ネットワークトポロジのみで決まる (ノードに偏りのない通信)
 - OSN 上の波動方程式の振動エネルギー
 - ★ リンクの重みが全て 1 → 次数中心性
 - ★ リンクの重みが通過トラヒック量 → 媒介中心性
- ⇒ より現実的な状況へのノード中心性の拡張が可能

目次

1 はじめに

- マクロなモデル vs ミクロなモデル
- 波動方程式が記述するもの
- 拡散方程式と波動方程式の解の特徴

2 ネットワークの振動モデル

- 無向グラフ上の波動方程式とノード中心性
- 有向グラフ上の波動方程式とネット炎上
- オンラインユーザダイナミクスの基礎方程式

3 振動モデルの展開

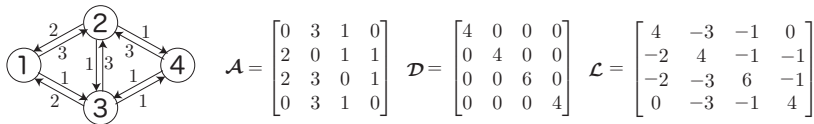
- 基礎方程式の特性と利点
- ネットワーク構造変化に伴うユーザダイナミクス活性化の証拠検出
- エコーチェンバー現象

4 おわりに

有向グラフのラプラシアン行列

- n ノード $\{1, 2, \dots, n\}$ からなる有向グラフ: $G = G(V, E)$
- ノード i から j に向かう有向リンク $i \rightarrow j$ の重み: $w_{ij} > 0$
- \mathcal{A} : 重み付き隣接行列 $\mathcal{A} = [w_{ij}]$
- $\mathcal{D} := \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$: 出次数行列, 但し $d_i = \sum_{j \in \partial_i} w_{ij}$
- **ラプラシアン行列**の定義:

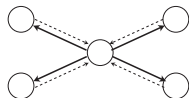
$$\mathcal{L} := \mathcal{D} - \mathcal{A}$$



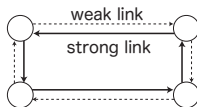
- OSN の構造をラプラシアン行列で表す
 \Rightarrow ノードがユーザ, ユーザ間の関係が有向リンク

リンクの非対称性の分類

- 典型的な非対称リンクの例：



(a) hub type relation



(b) cyclic relation

- (a) はリンクの非対称性をノード特性に還元しリンクの対称化が可
- (b) はリンク非対称性はリンク固有の性質で、リンクの対称化が不可
- 対称化可能グラフの例： $\mathcal{L}_0 = M^{-1} L$ (対角行列 \times 対称 Laplacian 行列)

$$\mathcal{L}_0 = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -1 & 0 \\ -2 & 4 & -1 & -1 \\ -2 & -3 & 6 & -1 \\ 0 & -3 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$\xrightarrow{\text{symmetrization}}$

$\xleftarrow{\text{asymmetrization}}$

$$= \begin{bmatrix} 4 & -6/2 & -2/2 & 0 \\ -6/3 & 4 & -3/3 & -3/3 \\ -2/1 & -3/1 & 6 & -1/1 \\ 0 & -3/1 & -1/1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & -6 & -2 & 0 \\ -6 & 12 & -3 & -3 \\ -2 & -3 & 6 & -1 \\ 0 & -3 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

- 対称化の条件： $M = (m_1, \dots, m_n)$ に対して $m_i w_{ij} = m_j w_{ji}$

対称化可能な有向グラフ上の波動方程式 (1)

- ネットワーク上のユーザの状態 $\mathbf{x} = {}^t(x_1, \dots, x_n)$ の運動方程式:

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{x}(t) = -\mathcal{L}_0 \mathbf{x}(t) \quad (2)$$

- $\mathcal{L}_0 = M^{-1} L$ だから, 両辺に左から M を掛けると, 運動方程式は以下のように書ける.

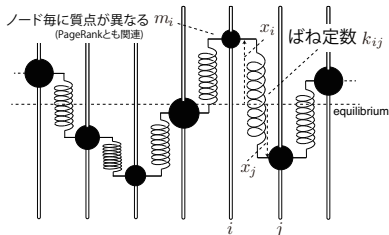
$$M \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{x}(t) = -L \mathbf{x}(t)$$

リンクの非対称性がノードの質量によって表現された

- ラプラシアン行列 \mathcal{L}_0 の対称化の条件 $m_i w_{ij} = m_j w_{ji}$
 \Leftrightarrow Newton の第三法則 (作用・反作用の法則) に対応
- 力学的なモデルに対応する.

対称化可能な有向グラフ上の波動方程式 (2)

- 非対称なユーザ間相互作用は異なる質量を持ったノードの波動方程式として解釈可

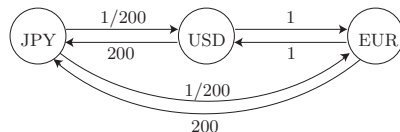
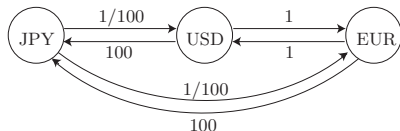


- ノード $i-j$ 間のバネ係数は $k_{ij} := m_i w_{ij}$, ノード i の質量は m_i .
- 対称化可能な有向グラフであれば, 力学的なモデルに変換可能.
 - ⇒ 作用・反作用の法則が成り立ち, エネルギーも保存する
 - ⇒ ネット炎上は起こらない

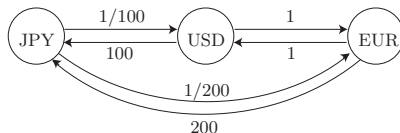
ネット炎上の定義: ネットワークの振動エネルギーが時間とともに発散すること.

グラフ構造に起因してネット炎上が起こる仕組み

- 外国為替市場の取引の喩え話：
 - 裁定機会なし



- 裁定機会あり：100円 = 1ドル，1ドル = 1ユーロ，1ユーロ = 200円



目次

1 はじめに

- マクロなモデル vs ミクロなモデル
- 波動方程式が記述するもの
- 拡散方程式と波動方程式の解の特徴

2 ネットワークの振動モデル

- 無向グラフ上の波動方程式とノード中心性
- 有向グラフ上の波動方程式とネット炎上
- オンラインユーザダイナミクスの基礎方程式

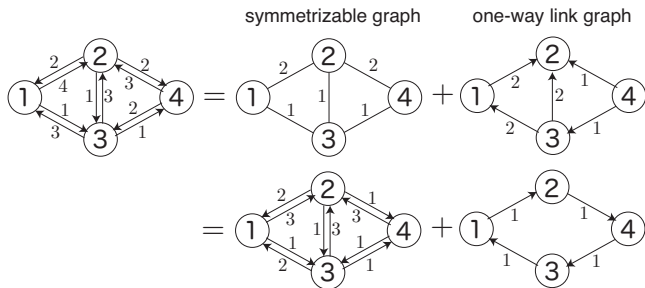
3 振動モデルの展開

- 基礎方程式の特性と利点
- ネットワーク構造変化に伴うユーザダイナミクス活性化の証拠検出
- エコーチェンバー現象

4 おわりに

一般の有向グラフの分解

- 一般の有向グラフは「対称化可能グラフ」と「一方向リンクグラフ」に分解可能. ($\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1$)



- 最初の例は無向グラフ (対称化可能な有向グラフの一種) への分解
- 以上の例からわかること：
 - 「対称化可能グラフ」と「一方向リンクグラフ」への分解は常に可能
 - その分解は一意的ではない。

ネットワーク構造とユーザダイナミクスの関係の記述

- 有向グラフの分解 $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_I$ と波動方程式

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{x}(t) = -\mathcal{L} \mathbf{x}(t) = -(\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_I) \mathbf{x}(t) \quad (3)$$

- それぞれの NW に関連した二つの波動方程式：

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{X}_0(t) = -\mathcal{L}_0 \mathbf{X}_0(t)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{x}_I(t) = -(\mathcal{L}_I \text{ に関する行列}) \mathbf{x}_I(t)$$

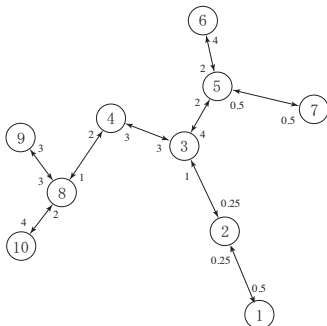
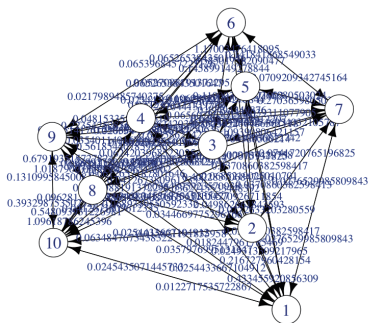
の積として $\mathbf{x}(t) = \mathbf{X}_0(t) \mathbf{x}_I(t)$ のように書けるか？ \Rightarrow 不可能

- 積形式解は時間に関する一階の方程式にすれば可能，波動方程式の解と両立するためには，

$$\pm i \frac{d}{dt} \mathbf{x}^\pm(t) = \sqrt{\mathcal{L}} \mathbf{x}^\pm(t) \quad (\text{複号同順}) \quad (4)$$

\mathcal{L} と $\sqrt{\mathcal{L}}$ のリンク構造の問題

- あるグラフのラプラシアン行列とその平方根行列のグラフ構造

ラプラシアン行列 \mathcal{L} 平方根行列 $\sqrt{\mathcal{L}}$

- ラプラシアン行列がスパースであっても、その平方根行列は一般に完全グラフとなる。
- 全ユーザ間に関係性が生じることは常識的に考えられない。

ユーザダイナミクスの基礎方程式

- OSN 上の波動方程式 (再掲)

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{x}(t) = -\mathcal{L} \mathbf{x}(t) \quad (5)$$

\mathcal{L} : ラプラシアン行列, $\mathbf{x}(t)$: ユーザの状態ベクトル

- ユーザダイナミクスの基礎方程式

$$i \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{x}}(t) = \left(\mathcal{H} \otimes \frac{1}{2} \begin{bmatrix} +1 & +1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} + \sqrt{\mathcal{D}} \otimes \frac{1}{2} \begin{bmatrix} +1 & -1 \\ +1 & -1 \end{bmatrix} \right) \hat{\mathbf{x}}(t) \quad (6)$$

\mathcal{D} : 次数行列, $\mathcal{H} := \sqrt{\mathcal{D}}^{-1} \mathcal{L}$

$$\hat{\mathbf{x}}(t) := \mathbf{x}^+(t) \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{x}^-(t) \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- 基礎方程式の特徴: **波動方程式の解を与え, \mathcal{L} のリンク構造も保存**
ディラック方程式 (相対論的量子力学) と類似

目次

1 はじめに

- マクロなモデル vs ミクロなモデル
- 波動方程式が記述するもの
- 拡散方程式と波動方程式の解の特徴

2 ネットワークの振動モデル

- 無向グラフ上の波動方程式とノード中心性
- 有向グラフ上の波動方程式とネット炎上
- オンラインユーザダイナミクスの基礎方程式

3 振動モデルの展開

- 基礎方程式の特性と利点
- ネットワーク構造変化に伴うユーザダイナミクス活性化の証拠検出
- エコーチェンバー現象

4 おわりに

ユーザダイナミクスの基礎方程式の解

- 元の波動方程式の一般解

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_b(t) = & \mathbf{P} \cos(\boldsymbol{\Omega} t) \mathbf{P}^{-1} (\mathbf{x}^+(0) + \mathbf{x}^-(0)) \\ & - i \mathbf{P} \sin(\boldsymbol{\Omega} t) \mathbf{P}^{-1} (\mathbf{x}^+(0) - \mathbf{x}^-(0)) \end{aligned} \quad (7)$$

但し, $\mathbf{x}^+(0)$ と $\mathbf{x}^-(0)$ は初期条件

\mathbf{P} : \mathcal{L} の固有ベクトルからなる非退化行列

$\boldsymbol{\Omega} := \text{diad}(\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{n-1})$

\mathcal{L} の固有値 $\lambda_0 < \lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_{n-1}$ に対して $\omega_\mu = \sqrt{\lambda_\mu}$

- 基礎方程式から導かれる波動方程式の一般解

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_f(t) = & \mathbf{P} \cos(\boldsymbol{\Omega} t) \mathbf{P}^{-1} (\mathbf{x}^+(0) + \mathbf{x}^-(0)) \\ & - i \mathbf{P} \mathbf{U} \sin(\boldsymbol{\Omega} t) \mathbf{P}^{-1} \sqrt{\mathcal{D}} (\mathbf{x}^+(0) - \mathbf{x}^-(0)) \end{aligned} \quad (8)$$

但し, $\mathbf{U} := \text{diad}(0, 1/\omega_1, \dots, 1/\omega_{n-1})$

初期条件の比較

- 初期変位について

$$\mathbf{x}_b(0) = \mathbf{x}^+(0) + \mathbf{x}^-(0)$$

$$\mathbf{x}_f(0) = \mathbf{x}^+(0) + \mathbf{x}^-(0)$$

両者に違いはない。どちらも同じ波動方程式の解なので、初期速度が0ならば同じ解となる。

- 初期速度について

$$\dot{\mathbf{x}}_b(0) = -i\mathbf{P}\mathbf{\Omega}\mathbf{P}^{-1}(\mathbf{x}^+(0) - \mathbf{x}^-(0)) \quad (9)$$

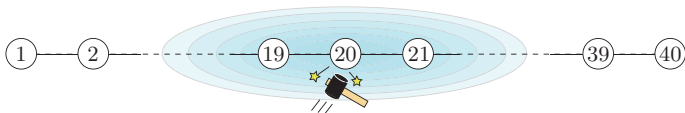
$$\dot{\mathbf{x}}_f(0) = -i\mathbf{P}\mathbf{U}\mathbf{\Omega}\mathbf{P}^{-1}\sqrt{\mathcal{D}}(\mathbf{x}^+(0) - \mathbf{x}^-(0)) \quad (10)$$

初期速度は異なる。これがどういう影響を与えるか？

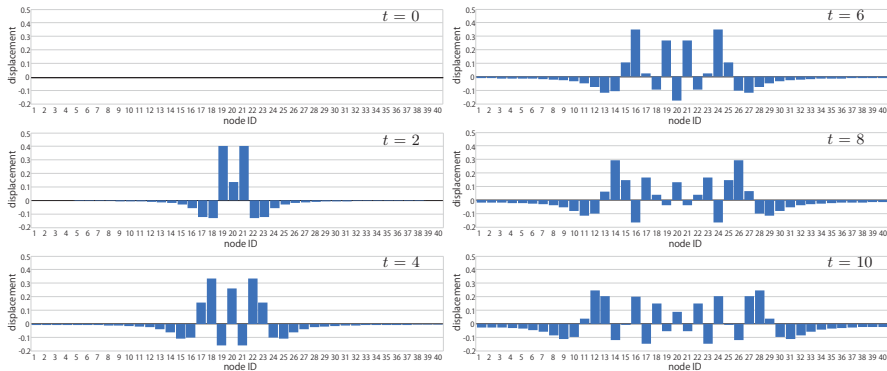
基礎方程式の解の特徴を調べるためには...

- 初期条件において、初期速度を与えないと通常解との差が見えない。
- 違いを浮き彫りにするには、 $x^\pm(0)$ を複素共役になるように $a_i \pm ib$ と選んで、特に実部を 0 とすれば良い。
- ノード数 40 の一次元 NW のノード番号 20 のみに初期速度を与え、初期変位は全て 0、リンクの重みは 1 とする。

$$a_i = 0, \quad b_i = \begin{cases} 0 & (i \neq 20), \\ \frac{1}{2} & (i = 20), \end{cases} \quad x_i^\pm(0) = \begin{cases} 0 & (i \neq 20), \\ \pm \frac{1}{2} i & (i = 20). \end{cases}$$



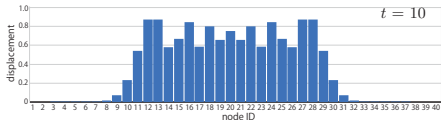
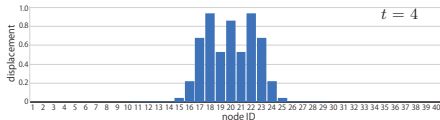
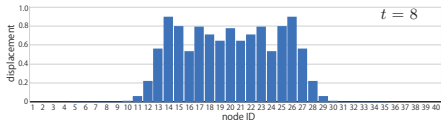
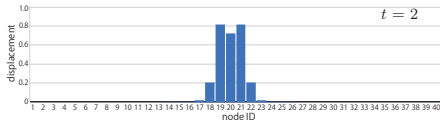
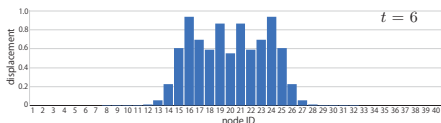
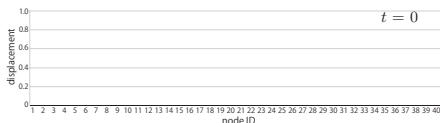
波動方程式の解から得られるノードの変位



横軸：ノード ID，縦軸：各ノードの変位

- ノード 20 を中心に影響が左右対称に広がっているが，伝播速度 (= 1) を超える速度で伝播が起こっているように見える。
- 波動方程式 (有限速度での伝播を記述) による**因果律**を破っている？

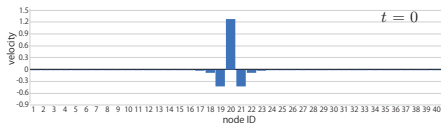
基礎方程式の解から得られるノードの変位



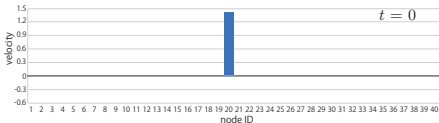
横軸：ノード ID，縦軸：各ノードの変位

- ノード 20 を中心に，有限速度で影響が伝播している。

ノードの初期速度の比較



波動方程式



基礎方程式

- 波動方程式では、初期速度がノード 20 以外の**周辺に分布**している。
⇒ ノード変位の伝播が因果律を破っているように見える原因
- 基礎方程式では、初期速度がノード 20 に集中して、**適切な初期条件を実現**している。
- 波動方程式では、因果関係の記述と初期条件の調整は両立しない。
- 基礎方程式では、**初期条件を直接制御可能**で、かつ**因果関係を適切に記述可能**である。

目次

1 はじめに

- マクロなモデル vs ミクロなモデル
- 波動方程式が記述するもの
- 拡散方程式と波動方程式の解の特徴

2 ネットワークの振動モデル

- 無向グラフ上の波動方程式とノード中心性
- 有向グラフ上の波動方程式とネット炎上
- オンラインユーザダイナミクスの基礎方程式

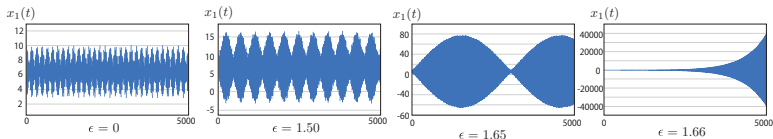
3 振動モデルの展開

- 基礎方程式の特性と利点
- ネットワーク構造変化に伴うユーザダイナミクス活性化の証拠検出
- エコーチェンバー現象

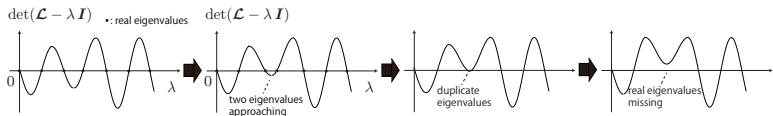
4 おわりに

ユーザダイナミクスにおける低周波の「うなり」の発生

- 振動モデルでは、OSNの構造変化によって生じるユーザダイナミクスの活性化には、低周波モードの顕在化を伴う。
- OSN構造変化によって顕在化する低周波モードの例：



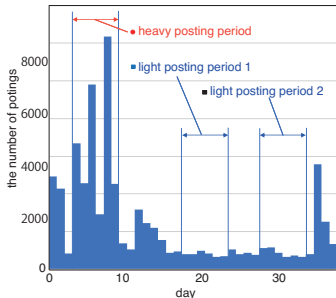
- 低周波モードの出現は、固有値が近接によって起こる。



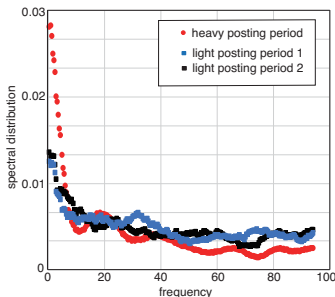
- 固有角振動数 = $\sqrt{\text{固有値}}$ なので、固有値が近接すると固有振動数の差が小さくなり、エネルギーの時間変化に低周波モードが出現する。

低周波の「うなり」の観測 (1)

- 2018年10月26日～12月3日の「2ちゃんねる」の広島カープに関するスレッドの投稿数
- セ・リーグ優勝後、10/27～11/3の期間が日本シリーズで、対戦相手のソフトバンクホークスに敗退。



(a) 投稿数の時系列

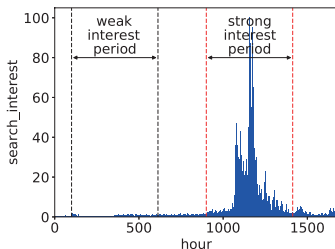


(b) 規格化したスペクトル分布

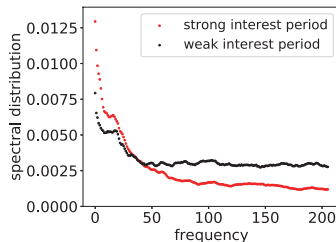
- 議論が活性化した時期は低周波成分の割合が多い

低周波の「うなり」の観測 (2)

- 2019年5月1日～7月26日の Google Trends での「7pay」の検索数
- 7pay はサービス開始直後から不正アクセスの問題が注目されて話題を集め、その後、サービスが中止された。



(a) 検索数の割合の時系列



(b) 規格化したスペクトル分布

- 議論が活性化した時期は低周波成分の割合が多い

目次

1 はじめに

- マクロなモデル vs ミクロなモデル
- 波動方程式が記述するもの
- 拡散方程式と波動方程式の解の特徴

2 ネットワークの振動モデル

- 無向グラフ上の波動方程式とノード中心性
- 有向グラフ上の波動方程式とネット炎上
- オンラインユーザダイナミクスの基礎方程式

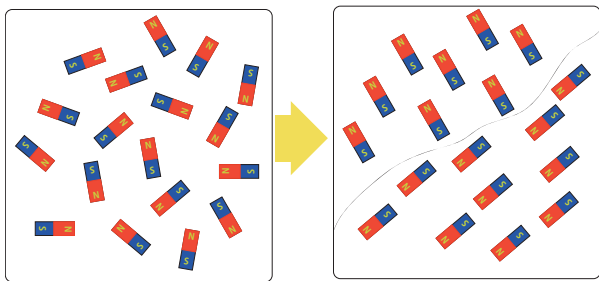
3 振動モデルの展開

- 基礎方程式の特性と利点
- ネットワーク構造変化に伴うユーザダイナミクス活性化の証拠検出
- エコーチェンバー現象

4 おわりに

エコーチェンバー現象と自発的対称性の破れ

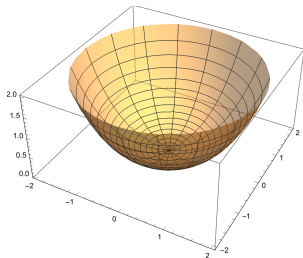
- 強磁性体の自発磁化の例：鉄の原子は小さな磁石



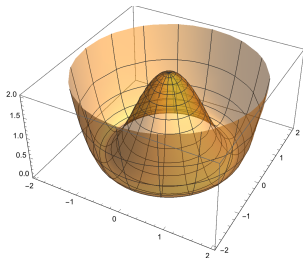
- バラバラな方向を向いていれば磁場が打ち消し合って磁化しない
⇒ 特別な方向は存在しない (対称性が高い).
- 隣接の原子と同じ方向に揃いやすくなると...
⇒ なんらかのきっかけで、自発的に特別な方向が選択されて磁化.
- **社会的な対立構造の発生の喩え話**としてしばしば言及される

メキシカンハット型ポテンシャル

- 対称性が自発的に破れる前後のポテンシャル



(a) 対称性が破れる前



(b) 対称性が破れた後

- ユーザダイナミクスの**基礎方程式**は相対論的量子力学の**ディラック方程式**の構造を持つ
⇒ 自発的対称性の破れのモデル化との相性が良い
- 自発的対称性の破れに伴って新たに発生するダイナクスである「**南部-ゴールドストーンモード**」を記述することも可能で、その影響を評価中。

まとめ

- オンラインユーザダイナミクスを記述するための基礎理論について「原理的にどうあるべきか」に基づいて考察。
- その結果，ネットワーク上の波動方程式に基づく**振動モデル**に到達。
- 振動モデルは振動エネルギーによってノード中心性の概念を一般化することができ，振動エネルギーの発散条件から**ネット炎上の発生メカニズム**を分析可能。
- ネットワーク構造とそれが生み出すユーザダイナミクスの因果関係を記述するための**基礎方程式**を導出．相対論的量子力学の**ディラック方程式**の構造が出現。
- 振動モデルの一部の予想が実験で観測されている。
- エコーチェンバー現象などのその他のオンラインユーザダイナミクスの理解に向け，現在検討中。