

グラフの凸単調性描画

On a new variant of monotone graph drawings

熊谷瑛太[†] 宮田洋行[†] 中野真一[†]

Eita KUMAGAI[†] Hiroyuki MIYATA[†] Shin-ichi NAKANO[†]

[†]群馬大学大学院理工学府

[†]Graduate school of Science and Technology, Gunma University

1 はじめに

グラフの描画方法には大きな任意性があり、より視覚的に理解しやすい描画に関する研究が盛んに行われている。その一つに、グラフ上の任意の2点間を結ぶパスを見つけやすい描画に関する研究がある。本研究では、頂点が平面上の点、枝が交差しない線分で表現される描画(平面直線描画と呼ぶ)を考える。パス P の描画に対し、ある直線 l への直交投影において頂点の現れる順序が P における頂点の順序と一致するとき、 P は単調[1]であるという。単調性は見つけやすいパスの描画として研究されているが、大きく上下にジグザグと何度も振動するような形状のパス等も単調性を満たしており、単調性を満たすのみでは必ずしも視覚的に理解しやすいとは限らない。そこで本研究では、単調性よりさらに性質の良いパスの描画として、凸単調性、またそれを少し一般化した2-凸単調性という概念を導入する。そして、凸単調性、2-凸単調性を満たすように描画できる木(tree)、擬木(pseudotree)、平面的3-木(planar 3-tree)を特徴づける。

2 諸定義

単調なパスは以下のような特徴づけを持つことが知られる。

補題 1 [1]パス P の各辺の単位方向ベクトルを、単位円の中心を始点として並べたとき、すべてのベクトルがある中心角 180° 以内の扇形に収まる場合、またその場合に限り、 P は単調である。

本研究では、この性質に少し条件を加え、以下のように凸単調なパスを定義する。

定義 2 パス $P = (v_1, v_2, \dots, v_k)$ の描画について、各辺 $v_i v_{i+1}$ ($i = 1, 2, \dots, k-1$) の単位方向ベクトルを、単位円の中心を始点として順に並べたとき、時計回り、あるいは反時計回りの順になり、かつ、それらがある中心角 180° 以内の扇型に収まるとき、 P を凸単調と呼ぶ。

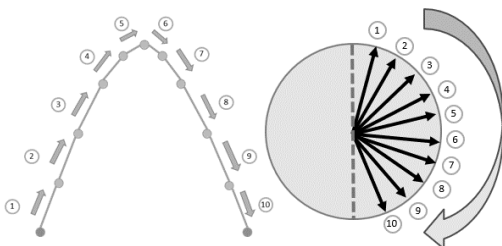


図 1: 凸単調なパスの例

グラフ $G = (V, E)$ の平面への描画 D が、もし任意の2頂点 u, v 間に凸単調なパスが存在するとき、 D は凸単調性描画であるということにする。凸単調なパスは単調性に加え、

通常の幾何的な意味での凸性を有している。また、凸単調なパスの描画の有用な性質の1つとして、パスにおける折れ曲がりの角度の総和が 180° 未満であるという性質がある。

凸単調なパスの概念を一般化し、高々2つの凸単調なパスの結合として表現できるパスの描画を2-凸単調なパスの描画と呼ぶことにする。また、2-凸単調な描画を凸単調な描画と同様の方法で定義する。2-凸単調性を満たすように描画されたパスは、パスにおける折れ曲がりの角度の総和は 360° 未満である。

3 描画可能なグラフクラス

凸単調性、2-凸単調性を満たすように描画可能な木(tree)、擬木(pseudotree)、平面的3-木(planar 3-tree)の3つのグラフクラスについて考察を行った。まず、木については、以下の結果が得られた。

定理 3 木 T が(平面的に)凸単調性描画可能である必要十分条件は、 T がキャタピラグラフの細分であることである。

さらに議論を進めることで、(平面的に)凸単調性描画可能な擬木の特徴づけを得ることができる。記述が少し複雑となるため、紙面の都合上、詳細は省略する。さらに、平面的3-木については、以下の部分的結果を得た。

命題 4 任意の2-外平面的な平面的3-木は(平面的に)凸単調性描画可能である。

上記に引き続き、2-凸単調性描画可能なグラフについて考察し、以下の結果が得られた。

定理 5 任意の木、擬木、平面的3-木は(平面的に)2-凸単調性描画可能である。

凸単調性描画できるグラフは限定的である一方、多くのグラフが2-凸単調性描画できることがわかる。

4 参考文献

- [1] P. Angelini, E. Colasante, G. Di Battista, F. Frati and M. Patrignani, Monotone Drawings of Graphs, J. of Graph Algorithms and Appl. vol. 16, no. 1, pp. 5-35, (2012)
- [2] D. He and X. He, Optimal monotone drawings of trees, SIAM J. Discrete Math., 31, pp. 1867-1877, (2017)