講演番号：23

q 元入力通信路におけるシンボル誤り率を向上させる組織型ポーラ符号

Systematic Polar Code to Improve Symbol Error Rate over q-Ary Input Channel

謝 尚貴 † 八木 秀樹 †

Shanggui Xie† Hideki Yagi†

† 電気通信大学 大学院情報理工学研究科 情報・ネットワーク工学専攻

†Department of Computer and Network Engineering, The University of Electro-Communications

1 はじめに

ポーラ符号は2008年にE. Arıkan [1] によって提案された誤り訂正符号である．ポーラ符号は通信路の結合・分解という操作から得られる通信路分極という現象を利用して，理論限界に近い性能を達成できる．2011年にArıkan [3] は組織型的なポーラ符号の符号化および復号方法を提案した．2元組織型符号は，非組織型符号よりもビット誤り率 (BER) がよくなることが知られている．

本稿では，$q=2^r$ 元入力通信路において，ビット交換操作 [4] を使用することにより，q 元の組織型ポーラ符号に対して，シンボル誤り率 (SER) を向上させることを目的とする．2元符号の場合と同様に，q 元組織型ポーラ符号を用いると，SER がよくなることが期待される．

2 $q=2^r$ 元組織型ポーラ符号

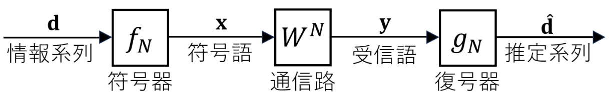

図1 通信路符号化における情報通信のモデル

図1に示す通信路符号化のモデルを考える．ここで符号長は N，系列 $\mathbf{d}$ の長さは K である．本研究では $q=2^r$ 元入力の対称な離散無記憶通信路 W を仮定する．

2.1 組織型符号化

長さ K の送信メッセージ $\mathbf{d}$ を組織型符号化する際に，式 (1) を満たすように長さ N の系列 $\mathbf{u}$ を長さ N の符号語 $\mathbf{x}$ に変換する [3].

$$\mathbf{x}=\mathbf{u}\mathbf{G},\quad \mathbf{u}_{\mathcal{B}^c}=\mathbf{f},\quad \mathbf{x}_{\mathcal{B}}=\mathbf{d}. \tag{1}$$

ここで $\mathbf{F}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}$， $\mathbf{G}=\mathbf{F}^{\otimes \log N}$， $\mathbf{f}$ は凍結シンボル列， $\mathcal{B}$ は低エントロピーシンボルのインデックス集合である．また $\mathbf{x}_{\mathcal{B}}=(x_i)_{i\in\mathcal{B}}$ のような表示を用いている．式 (1) は次のように書き換えられる．

$$\mathbf{x}_{\mathcal{B}}=\mathbf{u}_{\mathcal{B}}\mathbf{G}_{\mathcal{B},\mathcal{B}}+\mathbf{u}_{\mathcal{B}^c}\mathbf{G}_{\mathcal{B}^c,\mathcal{B}}, \tag{2}$$

$$\mathbf{x}_{\mathcal{B}^c}=\mathbf{u}_{\mathcal{B}}\mathbf{G}_{\mathcal{B},\mathcal{B}^c}+\mathbf{u}_{\mathcal{B}^c}\mathbf{G}_{\mathcal{B}^c,\mathcal{B}^c}. \tag{3}$$

ここで，$\mathbf{G}_{\mathcal{B},\mathcal{B}}$ は $\mathbf{G}$ の $i\in\mathcal{B}$，$j\in\mathcal{B}$ の要素 $G_{i,j}$ で構成される $\mathbf{G}$ の部分行列を表し，他の部分行列についても同様である．式 (3) に $\mathbf{x}_{\mathcal{B}}=\mathbf{d}$ および $\mathbf{u}_{\mathcal{B}^c}=\mathbf{f}$ を代入することにより，未知の部分列 $\mathbf{x}_{\mathcal{B}^c}$ が次式により求められる．

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{\mathcal{B}^c}=&\,\mathbf{d}\left(\mathbf{G}_{\mathcal{B},\mathcal{B}}\right)^{-1}\mathbf{G}_{\mathcal{B},\mathcal{B}^c}\\ &+\mathbf{f}\left[\mathbf{G}_{\mathcal{B}^c,\mathcal{B}^c}-\mathbf{G}_{\mathcal{B}^c,\mathcal{B}}\left(\mathbf{G}_{\mathcal{B},\mathcal{B}}\right)^{-1}\mathbf{G}_{\mathcal{B},\mathcal{B}^c}\right].\end{aligned} \tag{4}$$

したがって，$\mathbf{G}_{\mathcal{B},\mathcal{B}}$ が可逆な場合，組織型符号化が実行できることが保証される．

2.2 $q=2^r$ 元入力通信路の分極現象

文献 [2] で示された分極定理により，入力が u_i，出力が $(y_1,\ldots,y_N,u_1,\ldots,u_{i-1})$ の第 i 通信路 [1] $W_N^{(i)}$ において，q 元シンボル u_i を r ビットに2進展開したとき，u_i の後尾の j ビット $(0\le\exists j\le r)$ は低エントロピーになる．よって，$j<r$ のとき，全ビットを正しく送れないことになるため，全ての r ビットが低エントロピーシンボル (送信シンボル) のインデックス集合 $\mathcal{B}$ は必ずしも存在しない．

本研究では，全ビットを正しく送れるシンボル数を増やすため，ビット交換 [4] と呼ばれる符号化操作を導入する．

3 提案する組織型符号法

q 元の入力系列 $\mathbf{u}$ から新たな系列 $\tilde{\mathbf{u}}$ を作成し，図2 (r=3) の状況を作る．文献 [2] で示されたインデックスが大きい通信路の方が低エントロピービットが多い特徴により，後尾の K シンボルを送信シンボルに割り当てる．ここで $u_{i,j}$ は q 元シンボル u_i を2進展開したときの j ビット目を表す．図2に示すように，左から順番に，$i\le N-K=2$ の低エントロピービット $u_{1,3}$ と $2<i$ の高エントロピービット $u_{3,1}$ の組を考える．$\tilde{u}_{1,3}=u_{1,3}\oplus u_{3,1}$ 且つ $\tilde{u}_{3,1}=u_{3,1}$ とおき，元の凍結ビット $u_{3,1}$ の代わりに $\tilde{u}_{1,3}$ を凍結する．

このようなビット組が複数ある場合は同じ操作を行い，後尾の K シンボル (送信シンボル) が全て低エントロピーシンボルになるようにする．なお，ここでは $\mathcal{B}=\{N-K+1,\ldots,N\}$ とすることになる．$\mathbf{G}_{\mathcal{B},\mathcal{B}}$ が可逆となり [3]，組織型符号化は実行可能である．

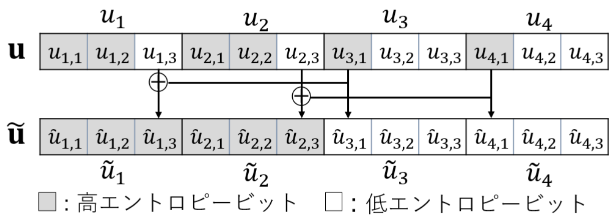

図2 ビット交換操作の説明図 (N=4, K=2, r=3)

4 まとめと今後の方針

本稿では $q=2^r$ 元入力通信路に文献 [4] のビット交換操作を導入した組織型ポーラ符号を提案した．提案する組織型 q 元ポーラ符号は SER を向上させることが期待される．今後は計算機シミュレーションによる SER の評価を行う予定である．

参考文献

[1] E. Arıkan, IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 55, no. 7, pp. 3051–3073, 2009.

[2] W. Park, et al., IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 59, no. 2, pp. 955–969, 2013.

[3] E. Arıkan, IEEE Commun. Letters, vol. 15, no. 8, pp. 860–862, 2011.

[4] L. Jin, et al., IEEE Access, vol. 6, no. 3, pp. 7340–7349, 2018.