

## タブーサーチによるスパース FIR フィルタの設計

A-8 Design of Sparse FIR Filters Using Tabu Search

磯本 剛  
Takeshi ISOMOTO陶山 健仁  
Kenji SUYAMA東京電機大学 工学部 電気電子工学科  
School of Engineering, Tokyo Denki University

## 1 はじめに

FIR (Finite Impulse Response) フィルタの回路規模削減には、乗算器の個数の削減が有効である [1]. 疎なフィルタ係数配分をもつフィルタをスパースフィルタという. スパース FIR フィルタの設計は零係数の配置を求める組合せ最適化問題である. 本研究では、タブーサーチ (TS:Tabu Search) [2] を用いてスパース FIR フィルタを設計する. 設計例より、提案法の有効性を示す.

## 2 スパース FIR フィルタ設計問題

フィルタ次数  $N$  が偶数で、インパルス応答  $h_n$  が偶対称のとき、振幅特性  $H(\omega)$  は次式で表される.

$$H(\omega) = \sum_{n=0}^{N/2} a_n \cos n\omega \quad (1)$$

ここで  $a_0 = h_{N/2}$ ,  $a_n = 2h_{N/2-n}$  である. ミニマックス基準による FIR フィルタ設計問題は、所望特性  $D(\omega)$  と  $H(\omega)$  の最大誤差を最小化するフィルタ係数  $a_n$  を決定する問題である. スパース FIR フィルタを設計するため、目的関数  $F(\mathbf{x})$  を次式で定義する.

$$F(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x}\|_0 + \phi(\mathbf{x}) \quad (2)$$

$$\phi(\mathbf{x}) = \begin{cases} c_p(\delta - \delta_d) + \delta_d, & \text{if } \delta > \delta_d \\ \delta, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

ここで  $\mathbf{x} = [a_0, a_1, \dots, a_{N/2}]^T$ ,  $\phi(\mathbf{x})$  は設計誤差に関するペナルティ関数,  $\delta$  は最大誤差,  $\delta_d$  は許容最大誤差,  $c_p$  は重みである. また,  $\|\cdot\|_0$  は  $l_0$  ノルムであり, 非零係数の個数を表す. 本設計では  $F(\mathbf{x})$  を最小化するように零係数の配置を決定する.

## 3 TS

TS は局所探索法 (LS:Local Search) の改良手法である. LS は現在の解の近傍内で目的関数値を最も改良する解への更新を繰り返すため, 探索性能が初期解に依存する. TS では発見した解を一定期間タブーリストに記録し, タブーリストに記録されている解への更新を禁止する. そのうえで改悪する解への更新を許容するため, 初期解への依存回避が期待できる.

## 4 TS によるスパース FIR フィルタ設計

本研究では, TS を用いて  $\delta \leq \delta_d$  の範囲で非零係数の個数を削減する. 解の近傍操作として, 非零係数を削減する操作 (drop 近傍操作) と, 非零係数を追加する操作 (add 近傍操作) を用いる. 良解は  $\delta \approx \delta_d$  の領域 (有

望領域) に存在すると考えられるため,  $\delta \leq \delta_d$  の場合は drop 近傍操作,  $\delta > \delta_d$  の場合は add 近傍操作を実行する. その際,  $a_n, \delta$  は線形計画法により求める. 近傍操作によって実行可能領域 ( $\delta \leq \delta_d$ ) と実行不可能領域 ( $\delta > \delta_d$ ) の境界を越えた後,  $\alpha$  回同じ近傍操作を行ない, その解をタブーリストに記録する.

## 5 設計例

提案法の有効性を示すため, 設計例を示す. 表 1 に設計条件を示す. ここで  $N_{max}$  は最大フィルタ次数,  $f_p$  は通過域端周波数,  $f_s$  は阻止域端周波数である. 事前実験により,  $\alpha = 1$  とした. 初期解は  $N_{max}$  の非スパース FIR フィルタとし, 線形計画法により求めた. 終了条件は有望領域探索中において最良解が 10 回更新しない場合とした. 比較手法として LS を用いた. 表 2 に設計結果を示す.

表 1 設計条件

	$N_{max}$	$f_p$	$f_s$	$\delta_d$
Ex.1	90	0.15	0.18	$1 \times 10^{-2}$
Ex.2	110	0.1	0.12	$1 \times 10^{-2}$

表 2 設計結果

	method	$\ \mathbf{x}\ _0$	$N$	$\delta$
Ex.1	TS	26	80	$9.458 \times 10^{-3}$
	LS	28	76	$9.919 \times 10^{-3}$
Ex.2	TS	43	104	$9.858 \times 10^{-3}$
	LS	44	106	$9.388 \times 10^{-3}$

表 2 より, 提案法は  $\delta_d$  以内で LS よりも  $\|\mathbf{x}\|_0$  が低減していることが確認できる.

## 6 まとめ

本研究では, TS によるスパース FIR フィルタの設計法を提案した. 設計例より, 提案法の有効性を示した. しかしながら, 提案法では大きさが異なる  $\|\mathbf{x}\|_0$  と  $\delta$  を同時に最小化したため, 必ずしも効果的な探索が行なえたとは言い難い. 今後の課題として,  $\|\mathbf{x}\|_0$  と  $\delta$  の最小化を分けて行なう手法の検討があげられる.

## 参考文献

- [1] Thomas Baran, Dennis Wei, and Alan V. Oppenheim, "Linear Programming Algorithms for Sparse Filter Design," IEEE Trans. Signal Processing, Vol.58, No.3, pp.1605-1617, March 2010.
- [2] 久保 幹雄, J. P. ペドロソ, "メタヒューリスティクスの数理," 共立出版, 2009.