

複数群 PSO による阻止域にヌル周波数をもつ IIR フィルタ設計

A-8 Design of IIR Filters having Null Frequency in Stopband Using Multi-Swarm PSO

會見 春奈
Haruna Aimi陶山 健仁
Kenji Suyama東京電機大学 工学研究科 電気電子工学専攻
Graduate School of Engineering, Tokyo Denki University

1 まえがき

一般に, IIR (Infinite Impulse Response) フィルタ設計問題は非線形最適化問題であり, 最適設計が困難である. また, 応用面を考えると, 周波数選択型フィルタだけでなく, 設計仕様に何らかの制約条件を付加するフィルタが求められる場合が多い. 雑音信号として, 定常雑音だけでなく特定の周波数付近に強いパワーを有する信号を対象とする場合, その周波数でのヌル形成が有効である. その場合, 制約条件付加のため, 局所解の増加をまねく. 本研究では, 個体再配置法に基づいた PSO (Particle Swarm Optimization) [1] を用いて IIR フィルタ設計を行う. 設計例より, 手法の有効性を示す.

2 設計問題

IIR フィルタの周波数特性 $H(\omega)$ は, 次式で示される.

$$H(\omega) = a_0 \prod_{n=1}^N (1 - z_n e^{-j\omega}) \bigg/ \prod_{l=1}^L (1 - p_l e^{-j\omega}) \quad (1)$$

ここで, N, L はフィルタ次数, a_0 はフィルタ係数, z_n, p_l は零点と極を表す. PSO を IIR フィルタ設計問題に適用するため, 目的関数を次式で与える.

$$F(\mathbf{x}) = |D(\omega_f) - H(\omega_f)| + c_s \phi(\mathbf{x}) + c_{null} |H(\omega_{null})| \quad (2)$$

ここで, \mathbf{x} は設計変数, $\omega_f (f = 1, \dots, S)$ は離散周波数, S は周波数分割数, ω_{null} はヌル周波数, c_s, c_{null} は重みである. また, 式 (2) の右辺第 2 項と第 3 項はそれぞれ, IIR フィルタの安定性保証のためのペナルティ関数とヌル周波数のゲインの減衰のためのペナルティ関数である. この問題は, $F(\mathbf{x})$ を最小化するような \mathbf{x} を求める問題である.

3 Particle Swarm Optimization

PSO は生物の群行動をモデル化した確率的多点探索手法である. PSO は, 個体と個体の集合である群で定義され, 群全体で情報を共有し, 個体の位置を更新しながら目的関数の局所解を探索する. t 回目の探索における位置 \mathbf{x}^t と速度 \mathbf{v}^t の更新は, 次式で行う.

$$\mathbf{x}_u^{t+1} = \mathbf{x}_u^t + \mathbf{v}_u^{t+1} \quad (3)$$

$$\mathbf{v}_u^{t+1} = w \mathbf{v}_u^t + c_1 r_1 (\mathbf{p}_u^t - \mathbf{x}_u^t) + c_2 r_2 (\mathbf{g}^t - \mathbf{x}_u^t) \quad (4)$$

ここで, u は個体番号, r_1, r_2 は $[0,1]$ の一様乱数, \mathbf{p}_u^t は個体最良解, \mathbf{g}^t は群最良解を表す.

4 個体再配置による PSO の停留回避

文献 [1] の手法は, PSO の局所解停留問題に対し, 探索候補となる領域に個体を再配置し, 持続的な探索を促す. この手法では, 各群は独立した探索をする. そのため, 多くの場合, 停留時に各群は異なる局所領域に存在している. IIR フィルタ設計問題の目的関数は非凸関数であるため, これらの良解に基づいて定められる領域には他の局所解の存在が期待できる. そこで, そのような領域内に個体を再配置し, 局所解停留を回避する.

5 設計結果

手法の有効性を示すため, 設計例を示す. 表 1 に設計条件を示す. ここで, τ_d は所望群遅延, f_p は通過域端周波数, f_s は阻止域端周波数, P は個体数, I_{max} は最大探索回数, $S = 100$ とした. c_{null} は検証により, $c_{null} = 80$ を用いた. 比較手法として Standard PSO を用いた. 初期値は, a_0 を $[-0.01, 0.01]$, z_n, p_l の実部と虚部を $[-3, 3], [-R, R]$ の一様乱数で生成した. ここで, R は許容最大極半径である. 表 2 に, 50 回試行した場合の設計結果を示す.

表 1 設計条件

	N	L	τ_d	f_p	f_s	R	P	I_{max}
Ex.1	8	6	5	0.175	0.25	0.92	150	5000
Ex.2	12	6	9	0.1	0.2	0.93	200	10000

表 2 設計結果 ($\times 10^{-2}$)

	method	Best	Average	Deviation
Ex.1	Reference [1]	2.5666	7.7437	3.0930
	Standard PSO	3.1644	10.6467	3.6684
Ex.2	Reference [1]	0.5913	1.0535	0.3529
	Standard PSO	1.1179	2.8246	1.3511

表 2 より, 文献 [1] の手法は, Standard PSO と比較して誤差の最良値, 平均値, 標準偏差が小さく, 個体再配置の効果により, 良好な解を算出していると考えられる. また, 標準偏差が小さいため, 試行によらず良好な解を算出しており, 初期値に依存しないと言える.

6 まとめ

本研究では, PSO を用いた, 阻止域にヌル周波数をもつ IIR フィルタ設計について検討した. 設計例より, 文献 [1] の手法を用いて良好な設計が可能であることを示した.

参考文献

[1] Proc. of ISCIT 2015, pp.29–32, October 2015.