

カルマンフィルタを用いた劣化画像の復元手法

Kalman Filter Based Restoration Method For Deteriorated Image

北原 俊一*

Shunichi KITAHARA

田邊 造*

Nari TANABE

古川 利博†

Toshihiro FURUKAWA

辻井 重男‡

Shigeo TSUJII

1 はじめに

近年、デジタルカメラの多機能化、高性能化により鮮明な画像が手に入れられるようになってきている。しかしながら、古文書等の既に劣化している画像、瞬間的に変化し撮りなおしのゆるされない画像等の復元は困難な問題であり、それらの画像復元の重要性が高まっている。

従来から劣化画像の復元フィルタとしてウィナーフィルタが広く用いられている [1]。これは確率過程の定常性と半無限長の画像のサイズを前提にした復元手法である。しかしながら、現実には先で述べた前提が成り立つことは困難であるため、最適に復元されない問題がある。さらに、ウィナーフィルタは、平均二乗誤差を評価量とした一括処理であるため、復元後の画像にぼけが残る問題もある。

この問題を解決する方法としてカルマンフィルタを用いた劣化画像の復元手法が存在する [2][3]。この手法は、(step 1) 前処理として原画像の注目画素とその周囲の画素に対して、AR(Auto Regressive:自己回帰) システムのパラメータを推定した後、(step 2) 推定した AR システムのパラメータを用いて状態方程式と観測方程式からなる状態空間モデルを構成することにより、カルマンフィルタの理論を用いて画像復元している。しかしながら、劣化画像に焦点ずれの劣化が含まれる場合には、step 1 の AR システムのパラメータの推定が困難となるため、step 2 のカルマンフィルタによる画像復元の精度に影響が出てしまう問題がある。

そこで本論文では、文献 [4] を画像復元に用いることによって、上記で述べたウィナーフィルタの問題点と従来のカルマンフィルタの問題点を解決する手法を提案する。この手法の特徴は、step 1 の AR システムのパラメータを用いることなくカルマンフィルタのみで画像を復元することが可能なことにより、従来手法の問題点を改善することが期待できる。提案手法の有効性は計算機シミュレーションを用いて確認されている。

2 問題設定

画像の劣化は大きく分けると 2 つに分類できる。一つは、各画素がその周りの画素の影響を受けておきるもの、及び画素の位置とは無関係におきるものである。前者は原画像にぼけの点拡がり関数 (Point Spread Function:PSF) を畳み込むことで表現される。後者は雑音として原画像に加算することで表現される。

上記で述べた雑音による劣化画像を数式で表すと次式のよ

うになる。

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x-n, y-m) f(n, m) dn dm + n(x, y) \quad (1)$$

ただし、 (x, y) は画像の縦軸と横軸の座標を表わし、 $f(x, y)$ と $g(x, y)$ は原画像と劣化画像の 0~255 の 256 階調で表される輝度、 $h(x, y)$ はぼけの点拡がり関数、 $n(x, y)$ は雑音である。また、雑音 $n(x, y)$ は加法的白色ガウス雑音 (Additive white Gaussian noise:AWGN) であり、原画像 $f(x, y)$ とは無相関とする。さらに、本論文においては、 $h(x, y)$ は既知のものとし、モデルとしては 2 次元ガウス関数

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}\right) \quad (2)$$

を用いる。ただし、 x, y は注目画素からの相対位置、 σ はガウス関数の標準偏差である。また、この標準偏差をぼけの大きさを意味する。

本論文における画像復元とは原画像は未知であり、観測される画像と PSF のモデルである $h(x, y)$ を既知として画像を復元することを目的とする。また本論文では、従来のウィナーフィルタとカルマンフィルタの問題点を改善するために、文献 [4] を基にした新たな手法を提案する。

3 従来手法 [1]

従来手法は、以下に示す復元画像 $\hat{f}(x, y)$ の輝度と原画像 $f(x, y)$ の輝度の平均二乗誤差を最小にするような $k(x, y)$ を求めることで、画像を復元している。

$$\hat{f}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} k(x-n, y-m) g(n, m) dn dm \quad (3)$$

ウィナーフィルタによる劣化画像の復元は、原画像 $f(x, y)$ と復元画像 $\hat{f}(x, y)$ から周波数領域において $k(x, y)$ を求めることに帰着される。ここで、原画像 $f(x, y)$ と復元画像 $\hat{f}(x, y)$ の輝度の平均二乗誤差を評価量 J とする。 $f(x, y)$ をフーリエ変換したものを $F(\xi, \eta)$ とすると、評価量 J はパーセバルの定理より以下のように表わせる。

$$J = E[|f(x, y) - \hat{f}(x, y)|^2] = E[|F(\xi, \eta) - \hat{F}(\xi, \eta)|^2] \quad (4)$$

$\hat{F}(\xi, \eta)$ を求めるために式 (3) をフーリエ変換すると

$$\hat{F}(\xi, \eta) = K(\xi, \eta)G(\xi, \eta) \quad (5)$$

* 諏訪東京理科大学

† 東京理科大学

‡ 情報セキュリティ大学院大学

となり、式 (5) を式 (4) に代入すると

$$\begin{aligned} J &= E[|F(\xi, \eta) - \hat{F}(\xi, \eta)|^2] \\ &= E[|F(\xi, \eta) - K(\xi, \eta)G(\xi, \eta)|^2] \\ &= E\{[F(\xi, \eta) - K(\xi, \eta)G(\xi, \eta)] \\ &\quad [\bar{F}(\xi, \eta) - \bar{K}(\xi, \eta)\bar{G}(\xi, \eta)]\} \end{aligned} \quad (6)$$

となる。ただし、 $K(\xi, \eta)$ 、 $G(\xi, \eta)$ はそれぞれ、 $k(x, y)$ 、 $g(x, y)$ をフーリエ変換したもの、 $\bar{F}(\xi, \eta)$ と $\bar{G}(\xi, \eta)$ はそれぞれ $F(\xi, \eta)$ と $G(\xi, \eta)$ の複素共役を表す。

この評価量 J が最小となるときの $K(\xi, \eta)$ を求めるために、式 (6) を $K(\xi, \eta)$ で偏微分したものを零とおくと

$$\frac{\partial J}{\partial K(\xi, \eta)} = E[-G(\xi, \eta)\{\bar{F}(\xi, \eta) - \bar{K}(\xi, \eta)\}] = 0$$

$$E[\bar{F}(\xi, \eta)G(\xi, \eta)] = E[\bar{K}(\xi, \eta)G(\xi, \eta)] \quad (7)$$

となる。

$G(\xi, \eta)$ を求めるために式 (1) に着目し、これをフーリエ変換すると、式 (8) を得る。

$$G(\xi, \eta) = H(\xi, \eta)F(\xi, \eta) + N(\xi, \eta) \quad (8)$$

それゆえ、式 (8) を式 (5) に代入すると

$$\hat{F}(\xi, \eta) = K(\xi, \eta)\{H(\xi, \eta)F(\xi, \eta) + N(\xi, \eta)\} \quad (9)$$

となる。式 (7) に式 (8) と式 (9) の共役をとった式を代入すると

$$\begin{aligned} E[\bar{F}(\xi, \eta)\{H(\xi, \eta)F(\xi, \eta) + N(\xi, \eta)\}] \\ = E[\bar{K}(\xi, \eta)\{\bar{H}(\xi, \eta)\bar{F}(\xi, \eta) \\ + \bar{N}(\xi, \eta)\}\{H(\xi, \eta)F(\xi, \eta) + N(\xi, \eta)\}] \end{aligned} \quad (10)$$

を得る。ここで原画像 $f(x, y)$ と雑音 $n(x, y)$ は無相関としているので、簡単にすることができる。

$$\begin{aligned} E[|F(\xi, \eta)|^2 H(\xi, \eta)] \\ = E[\bar{K}(\xi, \eta)\{H(\xi, \eta)F(\xi, \eta) + N(\xi, \eta)\}^2] \\ = E[\bar{K}(\xi, \eta)\{|H(\xi, \eta)|^2 |F(\xi, \eta)|^2 + |N(\xi, \eta)|^2\}] \end{aligned} \quad (11)$$

式 (11) において $\bar{K}(\xi, \eta)$ についてまとめ、共役をとると以下の式を得る。

$$K(\xi, \eta) = \frac{\bar{H}(\xi, \eta)}{|H(\xi, \eta)|^2 + \frac{|N(\xi, \eta)|^2}{|F(\xi, \eta)|^2}} \quad (12)$$

得られた $K(\xi, \eta)$ を式 (5) に代入し、最後に、得られた $\hat{F}(\xi, \eta)$ を逆フーリエ変換することで復元画像が得られる。

4 ウィナーフィルタとカルマンフィルタの画像復元手法の問題点

ウィナーフィルタには以下に示す 2 点の問題がある。

[問題 (1)] ウィナーフィルタの評価量の問題

[問題 (2)] 原画像の非定常性の問題

問題 (1) については、ウィナーフィルタの評価量は原画像全体と復元画像全体の最小 2 乗平均に設定している。しかしながら、原画像 $f(x, y)$ は未知であるから、原画像の輝度に関しての平均を評価量に対してとる必要がある。それゆえ、出現頻度が高い部分は精度よく復元できるが、出現頻度が低いエッジ部分にはボケが残ってしまう問題がある。

問題 (2) については、ウィナーフィルタは画像全体に対して最適となるように設計されており、処理すべき信号の定常性を前提にしているため、非定常性が強い自然画像は最適に復元されない問題もある。

一方、この問題を解決する手法である、カルマンフィルタを用いた画像復元手法は、以下の 2 段階のステップを踏む必要がある。

step 1 AR システムのパラメータ推定

step 2 推定した AR システムのパラメータを用いてカルマンフィルタを適用

この 2 段階のステップを踏むことによってカルマンフィルタを用いた画像復元を行なっている。従って、カルマンフィルタは原画像の輝度と、推定した原画像の輝度との誤差の分散が、最小となるように輝度を推定するため、ウィナーフィルタの評価量として問題であった原画像全体に関する平均操作を必要としないことから、出現頻度の低い部分であるエッジ部の復元が期待される。また、カルマンフィルタは時間領域での逐次的な処理を行うことが可能である。従って、周波数領域への変換の必要が無くなり、定常であるという前提が無くなるため、非定常性が強い写真等の自然画像における最適な復元が期待される。

しかしながら、カルマンフィルタは復元の対象である劣化画像にぼけの劣化が含まれている場合、step 1 で AR システムのパラメータ推定が正確に行なえない問題がある。step 2 では step 1 で推定したパラメータを用いてカルマンフィルタによる画像復元を行なうため、画像復元にも影響が生じてしまう。

本論文では、AR システムのパラメータを用いることなくカルマンフィルタのみを用いた復元手法として提案されている文献 [4] を応用し、上記で述べたウィナーフィルタとカルマンフィルタを用いた画像復元手法の問題の解決を図る。

5 提案手法

以下ではカルマンフィルタを用いる場合のモデルについてを述べる。図 1, 2 に画像モデルのサポート領域とその状態の遷移を示す。

まず状態方程式を定める。状態ベクトル $\mathbf{x}(k)$ 、駆動雑音 $\mathbf{w}(k)$ 、状態遷移行列 \mathbf{A} を

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}(k) &= [x_1(k), x_2(k), \dots, x_{25}(k)]^T \\ \mathbf{w}(k) &= [0, \dots, 0, w_{21}(k), \dots, w_{25}(k)]^T \\ \mathbf{A} &= \left(\begin{array}{cc} \mathbf{O}_{20 \times 5} & \mathbf{I}_{20} \\ \hline & \\ & \mathbf{O}_{5 \times 25} \end{array} \right) \end{aligned} \right\}$$

とおいたとき、AR システムのパラメータを用いないように、

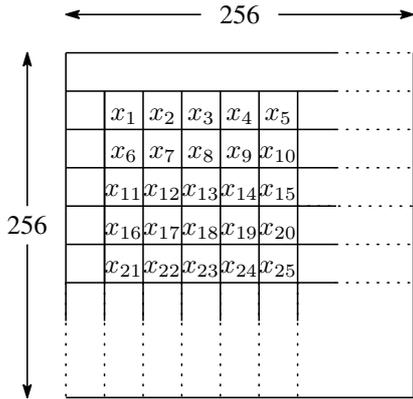


図 1: 画像モデルのサポート領域

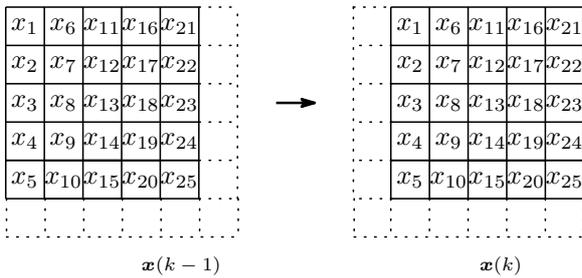


図 2: 状態遷移

次式の状態方程式を与える。

$$[\text{状態方程式}] \quad \mathbf{x}(k) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{w}(k) \quad (13)$$

同様に、観測方程式は、観測ベクトル $\mathbf{y}(k)$ 、AWGN $\mathbf{v}(k)$ を

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{y}(k) &= [y_1(k), y_2(k), \dots, y_{25}(k)]^T \\ \mathbf{v}(k) &= [v_1(k), v_2(k), \dots, v_{25}(k)]^T \end{aligned} \right\}$$

とおくと、劣化画像は原画像が劣化され、雑音加わることで構成されることから次式で与える。

$$[\text{観測方程式}] \quad \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{v}(k) \quad (14)$$

ただし、観測行列 \mathbf{C} は PSF(σ を 0.5 とする) を対応させた以下の帯行列とする。

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} h_{0,0} & h_{0,-1} & 0 & 0 & h_{1,1} & h_{1,0} & h_{1,-1} & 0 & \dots \\ h_{0,1} & & & & & & & & \\ 0 & & & & & & & & \\ 0 & & & & & & & & \\ h_{-1,-1} & & & & & & & & \\ h_{-1,0} & & & & & & & & \\ h_{-1,1} & & & & & & & & \\ 0 & & & & & & & & \\ \vdots & & & & & & & & \end{pmatrix}$$

以上のような状態方程式、観測方程式から構成される状態空間モデルを用いてカルマンフィルタを適用した時のアルゴ

表 1: 提案手法の手順

[Initialization]	$\mathbf{x} = \mathbf{y} = [0, \dots, 0]^T, \mathbf{P} = \mathbf{I}_{25}$
[Iteration]	
	$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}(k k-1)\mathbf{C}^T \{ \mathbf{C}\mathbf{P}(k k-1)\mathbf{C}^T + \mathbf{V}(k) \}^{-1}$
	$\hat{\mathbf{x}}(k k) = \hat{\mathbf{x}}(k k-1) + \mathbf{K}(k) \{ \mathbf{y}(k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(k k-1) \}$
	$\mathbf{P}(k k) = \{ \mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{C} \} \mathbf{P}(k k-1)$
	$\hat{\mathbf{x}}(k+1 k) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(k k) + \bar{\mathbf{a}}\mathbf{z}$
	$\mathbf{P}(k+1 k) = \mathbf{A}\mathbf{P}(k k)\mathbf{A}^T + \mathbf{W}(k+1)$

リズムを表 1 に示す。以上のように時間領域で画像全体を走査し、原画像を推定する。

6 計算機シミュレーション

6.1 シミュレーション条件

原画像として図 3 に示す画像 (画素数 256×256 , 8 ビットグレースケール) を用いる。この画像に対して式 (2) の σ を 0.5 としたときの PSF を畳み込ませ、式 (15) を信号対雑音比 (Signal to Noise Ratio: SNR) が 30dB となるように AWGN を付加した画像を作成する。

$$SNR_{in} = 10 \log_{10} \frac{\sigma_f^2}{\frac{1}{256 \times 256} \sum_{x=1}^{256} \sum_{y=1}^{256} \{ f(x,y) - \hat{f}(x,y) \}^2} \quad (15)$$

ただし、式 (15) において σ_f^2 は原画像 $f(x,y)$ の分散とする。

6.2 シミュレーション結果

以下に先に述べた条件に従って、ウィナーフィルタ (従来手法とする) と提案手法のシミュレーション結果を図 3~7 に示す。原画像を図 3、原画像にぼけを加えたものを図 4、さらに AWGN を加えたものを図 5 とする。図 6, 7 はそれぞれ従来手法と提案手法による復元画像である。また、従来手法と提案手法による復元画像について比較のために拡大した画像を図 8(a)~8(d) に示す。

本論文では主観評価と客観評価の 2 種類の評価を行なう。

6.2.1 主観評価

主観評価としては MOS (Mean Opinion Score) を用いる。これは、表 2 に示す 5 段階の評価基準に従って復元画像を複数人に評価してもらい、その平均値を評価量とする手法である。

表 3 から従来手法が 3.33、提案手法が 4.33 と提案手法の有効性が確認できる。評価基準となった復元画像から考察する。図 6 と図 7 を比較すると図 6 は復元自体はされているが、まだぼけが残っていて、原画像への復元というよりはその手前のぼけ画像までの復元となっている。図 7 を見ると従来手法では復元しきれなかったぼけの復元も行っていることが確認できる。さらに、図 8(a) と 8(b) を比較すると、画像において背景の空だけであれば定常であるので従来手法でも復元されている。しかし、空と人物の境界線というのは非定



図 3: 原画像



図 4: ぼけ画像



図 5: ぼけ + 雑音画像



図 6: 復元画像 (従来手法) 図 7: 復元画像 (提案手法)



(a)

(b)



(c)

(d)

図 8: (a),(c) 従来手法による復元画像と (b),(d) 提案手法による復元画像の比較

常となるので従来手法ではうまく復元ができていないが、提案手法では復元されていることが確認できる。

6.2.2 客観評価

客観評価について議論する。客観評価としては原画像と復元画像の SNR_{out} を以下の式によって求めることで評価する。

$$SNR_{out} = 20 \log_{10} \frac{\sum_{x=1}^{256} \sum_{y=1}^{256} \{f(x, y)\}^2}{\sum_{x=1}^{256} \sum_{y=1}^{256} \{f(x, y) - \hat{f}(x, y)\}^2} \quad (16)$$

ただし、この SNR_{out} を求める際に注目する領域を、画像においてカメラ及び人物の顔に注目して求める。

表 3 から従来手法が 17.00、提案手法が 19.40 となり客観評価においても提案手法の有効性が確認できる。

表 2: MOS 評価基準

基準	評価値
まったく差が無い	5
わずかに差がある	4
差がある	3
かなり差がある	2
非常に差がある	1

表 3: シミュレーション結果に基づいた評価

	従来手法	提案手法
MOS	3.33	4.33
SNR_{out} [dB]	17.00	19.40

7 まとめ

本論文では、AR システムのパラメータを用いずにカルマンフィルタのみで画像復元する手法を提案した。これにより、ウィナーフィルタの問題点を解決し、さらに従来のカルマンフィルタの問題も解決した。提案手法の有効性は計算機シミュレーションにおいて明らかにした。

今後の課題としては、 SNR_{in} が低い場合の復元処理手法の改善である。本論文では紙面の都合上結果を示していないが、復元対象である劣化画像の SNR_{in} が低い場合においてのシミュレーションを行なっている。この場合、画像の輪郭が強調され、遠近感がない復元画像を得る結果となっている。今後はこの問題に対する検討が必要である。

参考文献

- [1] 小川 英光 “信号と画像の復元 [2] - 復元問題の普遍性 - , ”電子情報通信学会誌, vol.71, no.5, pp.491-497, 1988.
- [2] 城 崇, 長谷川 美紀, 北島 秀夫, “カルマンフィルタによる高精度画像復元のための画像のモデリングとパラメータ推定, ”電子情報通信学会, vol.j80-D-II, no.11, pp.2912-2919 1997.
- [3] 松村 淳, 長谷川 美紀, 北島 秀夫, “効果的な雑音除去のための適応的な画像のモデル化によるカルマンフィルタ, ”電子情報通信学会, vol.j86-D-II, No.2, pp.212-222 2003.
- [4] N. Tanabe, T. Furukawa, S. Tsujii, “Robust Noise Suppression Algorithm with the Kalman Filter Theory for White and Colored Disturbance, ” IEICE Trans. Fundamentals, vol.E91-A, No.3, March 2008.
- [5] 川田 亮一, デジタル・ビデオ画像の評価の実際 トランジスタ技術, 2004.
- [6] 谷萩 隆剛, カルマンフィルタと適応信号処理, コロナ社, 2005.
- [7] 片山 徹, 応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, 2000.