LJ-2

メッシュレス法を用いた相互反射計算法の開発

A Meshless Method for Computing Inter-reflection of Light

土橋 宜典† 山本 強† 西田友是‡
Yoshinori Dobashi Tsuyoshi Yamamoto Tomoyuki Nishita

1．まえがき

コンピュータグラフィックスを用いて照明シミュレーションを行う際，物体間の光の相互反射は重要な要素であり，多くの手法が開発されている．相互反射計算法は，物体表面を微小な面素(四角形等のパッチ)に分割する方式とモンテカルロ法による方式の二つに大別できる[1]．パッチ分割による手法は，拡散反射が支配的なデータに対し有効であるが，パッチ分割のためのアルゴリズムやデータ構造の複雑化と記憶容量の増大が問題となる．特に，近年のデータの複雑化・大容量化に伴い，さらに深刻な問題となる．一方，モンテカルロ法による手法はパッチ分割が不要でありそのような問題は生じない．また，鏡面反射まで考慮することができる．しかし，拡散反射に対しては不利な傾向にある．

本研究は，両者の中間的な性質を持つ相互反射計算法を開発することを目的とする．具体的には，数値計算法の一つであるメッシュレス法[2]を相互反射計算に応用することを考える．これにより，物体表面上にサンプル点を発生させることでパッチ分割なしに相互反射計算を行うことができる．本稿では，まず，メッシュレス法の相互反射への適用可能性を検討するため，物体はポリゴンで構成されており，また，表面の反射特性が拡散反射である比較的簡単な問題への適用を試みる．

2．相互反射の計算原理

相互反射の計算原理を簡単に述べる(詳細は文献[1]参照)．最も基本的な方法は物体表面を四角形等の微小パッチに分割し，パッチ間のエネルギーの授受を計算することである．これは，次式の連立一次方程式を解くことに帰着される．

$$B_i = E_i + \sum_{j=1, j\neq i}^{n} \rho_j V_{ij} F_{ij} B_j \quad (i=1,\ldots,n) \qquad (1)$$

ここで，n はパッチ数，B_i はパッチ i の放射輝度，E_i はパッチ i の直射光による照度，r_j はパッチ j の拡散反射率，V_{ij} はパッチ i および j の間の可視性を表し，パッチ i から j が可視であれば 1，そうでなければ 0 となる．F_{ij} はパッチ i および j の間のフォームファクタを表す．F_{ij} は積分式として与えられるが，パッチが小さい場合は次式で近似できる．

$$F_{ij} = \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi r_{ij}^2} A_j \qquad (2)$$

ただし，r はパッチ i と j の距離，θ_i および θ_j は，それぞれ，パッチ i および j の法線とパッチ i と j の中心を結ぶ線分とのなす角，A_j はパッチ j の面積である．

†北海道大学大学院工学研究科
‡東京大学大学院新領域創成科学研究科

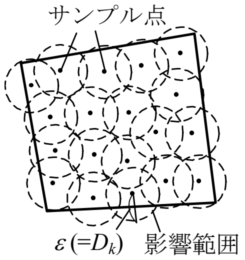

図1：初期配置

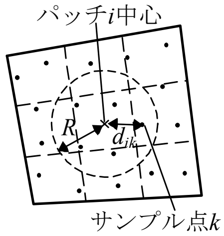

図2：面積の分配

3．提案手法

3.1 基本的考え方

パッチの代わりにサンプル点を発生し，サンプル点間のエネルギーの授受を計算することで相互反射計算を行う．このとき，フォームファクタを計算しなくてはならず，面積が必要となる(式(2)参照)．そこで，まず，各サンプル点が代表する面積を計算する．そして，プログレッシヴラジオシティ法[3]を用いて相互反射計算を行う．そして，影境界などによる急激な輝度変化を捉えるため，アダプティブにサンプル点を追加する．その後，再び相互反射計算を行う．これをサンプル点が追加されなくなるか，または，指定された回数に達するまで繰り返す．

以降，それぞれの処理について詳しく述べる．ただし，プログレッシヴラジオシティ法による相互反射計算は，パッチの代わりにサンプル点を用いるだけで，処理手順は従来法と大差ないため省略する(詳細は文献[3]参照)．

3.2 サンプル点の初期配置

サンプル点の初期配置として，物体表面上への規則的な配置が考えられる．しかし，規則的な配置は，エリアシング問題を起こしやすいことが多く指摘されている．そこで，提案法では乱数を用いる．ただし，サンプル点配置の偏りを避けるため，Poisson Disk Sampling を用い，新たに生成するサンプル点 k の位置 $\mathbf{x}_k$ は次式を満たすよう決定する．

$$\min_{j<k} |\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_j| > \varepsilon \qquad (3)$$

すなわち，図 1 に示すように，サンプル点間の距離がε以上になるようサンプル点を発生する．εはユーザにより指定する．サンプル点 k には，放射輝度 B_k および影響範囲を割り付ける．影響範囲はサンプル点位置を中心とする円で表し、その半径 D_k を記憶する．影響範囲は 3.4 節のサンプル点の追加処理に用い，初期値は，$D_k = \varepsilon$とする．

3.3 代表面積の計算

サンプル点の代表面積はメッシュレス法で用いられている方法を利用して求める[2]．まず，図 2 に示すように，物体表面を規則的なメッシュに分割する．この処理は均等分割するのみでよく，単純な処理によって実現できる．次に，規則メッシュのパッチ i の中心から指定された距離 R 以内にあるサンプル点を求める．提案法では，R は前節で述べたサンプル点の初期配置における平均サンプル点間隔εの 2

倍とする(すなわち，$R = 2\varepsilon$)．いま，n 点が範囲内に存在するとする(図 2 では 5 点)．サンプル点 k に次式を用いてパッチ i の面積 A_i を分配する．

$$a_{ik} = w(d_{ik} / R)A_i / \sum_{k=1}^{n} w(d_{ik} / R) \quad (4)$$

ここで，d_{ik} はパッチ i 中心とサンプル点 k との距離，A_i はパッチ i の面積，w はパッチ i 中心に近いほど大きな値となる重み関数であり，次式を用いる．

$$w(d) = \exp(-\alpha d) \quad (5)$$

ここで，αはユーザにより指定する．サンプル点 k の代表面積 S_k は，全パッチについて式(4)により面積の分配を行い，それらを足しこむことで求める．すなわち，

$$S_k = \sum_{i=1}^{n_p} a_{ik} \quad (6)$$

ただし，n_p はパッチ数である．

3.4 サンプル点のアダプティブな追加

基本的な考え方は，全サンプル点について誤差評価を行い，誤差の大きな領域により多くのサンプル点を追加する．局所的な微小領域における輝度変化は滑らかであると仮定し，各サンプル点とその周辺のサンプル点との輝度差の平均値を誤差として用いる．いま，サンプル点 k についての誤差を考える．まず，サンプル点 k からの距離が $2D_k$ 以内にある点を求める．ここでは，n_k 個の点が存在するとする．次に，式(7)を用いて誤差 e_k を算出する．

$$e_k = \sum_{j=1}^{n_k} | B_j - B_k | / n_k \quad (7)$$

式(7)から，仮に m_k 個のサンプル点を追加し，追加した点の輝度値は B_k と等しいとした場合，誤差は $e_k n_k /(n_k + m_k)$に減少する．従って，誤差を指定されたしきい値ζより小さくするには，$e_k n_k/(n_k+m_k) < \zeta$から $m_k = \lceil n_k e_k / \varsigma_k + 1 \rceil$ となる必要がある($\lceil x \rceil$は x を超えない最大の整数)．そして，m_k 個のサンプル点によりサンプル点 k の影響範囲の面積 πr_k^2 が分割されると考え，その半径を $D_k / \sqrt{m_k}$ に変更する．以上の方法により全サンプル点の影響範囲を更新した後，以下の処理によりサンプル点の追加を行う．

追加処理は，初期配置と同様，Poisson Disk Sampling を用いる．まず，乱数によりサンプル点位置の候補 **x**’を算出する．次に，**x**’からの距離がε以内である点を求め(n'個の点が存在するとする)，次式を用いて点 **x**’における影響範囲の半径 D'を求める．

$$D' = \sum_{j=1}^{n'} w(d_j / R) D_j / \sum_{j=1}^{n'} w(d_j / R) \quad (8)$$

ただし，d_j は点 **x**’とサンプル点 j の距離，w は重み係数で式(5)と同様である．そして，点 **x**’から距離 D'の範囲内に他のサンプル点が存在しなければ **x**’を新たにサンプル点として追加する．D'はその影響範囲の半径として記憶する．これをサンプル点が追加できなくなるまで繰り返す．

4. 適用例

図 3 に示す簡単な例を用いて実験を行った．図 3(a)は提案手法により生成した画像である．天井に面光源を一つ配置している．画像生成は，レイトレーシング法を用いて視線と物体との交点を算出し，その点の輝度値を周囲のサンプル点から文献[4]の方法を用いて補間により計算した．図 3(b)はサンプル点配置を示す．輝度変化の激しい領域に多くのサンプル点が配置されている．サンプル点数は 5627 個であった．計算時間は，PentiumIII (1.2GHz)を搭載した PC を用いて，90 秒であった．比較のために，室内を十分細かなパッチに分割し(パッチ数 18,540)，従来のパッチを用いた手法[3]により相互反射を計算して生成した画像を真の画像とし，図 3(a)との誤差評価を行った．真値の平均輝度値に対する平均絶対誤差の比は 5%であった．以上より，提案法の有効性が示されている．

次に，図 4 に示すように，提案法をより複雑なデータへ適用した．天井に 8 つの点光源を配置している．サンプル点数は 47036 であり，計算時間は 176 分であった．良好な結果が得られている．この例では，パッチ分割自体が困難な処理となり，従来のパッチ分割による手法は適用が困難となる．一方，提案法はパッチ分割なしに計算を行える．

(a) レンダリング結果

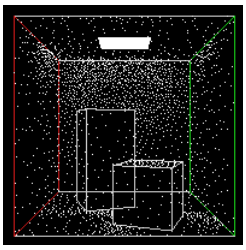
(b) サンプル点の配置

図3:簡単な例による実験

図4:美術館の照明シミュレーション

5. まとめと今後の課題

本稿では，メッシュレス法の相互反射計算への適用可能性を検証し，良好な結果を得た．これにより，パッチ分割の手間を省きつつ相互反射計算を行える．今後の課題としては，鏡面反射の考慮やサンプル点を階層的にグループ化することで高速化を図ることが挙げられる．

参考文献

[1] P. Dutre, K. Bala, SIGGRAPH 2001 Course Note #20, (2001).
[2] T. Nagashima, Intl Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 46, pp. 341-385 (1999).
[3] M. F. Cohen et al., Computer Graphics, Vol. 22, No. 4, pp. 75-84 (1988).
[4] M. Zwicker et al., Proc. SIGGRAPH 2001, pp. 371-378 (2001).