

グラフ理論を用いた高校数学の知識ネットワーク解析手法 Knowledge Network Analysis Method for High School Mathematics with Graph Theory

谷口陽聖[†] 伊藤利明[†]
Yosei Taniguchi Toshiaki Ito

1. はじめに

近年情報化が進むことで、知識を関連付けて学習することが重要視されている。しかし、どのように知識を関連付けるかが不明瞭である。また我が国は中学生の数学的リテラシーにおいて世界トップレベルであるにも関わらず、高校以降数学に対する苦手意識が増加している[1]。そのため、高校数学の単元のつながりを知識のつながりとみなした知識ネットワークを解析することで、理解度の高い学習者はどのように知識に関連をもたせて学習しているか明らかにする必要がある。

しかしながら、この知識ネットワークは主観的に構築されることから、理解度の高い学習者であっても異なる知識ネットワークを構築する。また、単元間のつながりは直接的なつながりと、他単元を介してつながる間接的なつながりが存在する。またつながりごとに重要度が異なるため、単元間のつながりの中からより効果的に重要度の高いものを選び出す作業が困難となっている。

本稿では、この知識ネットワークにグラフ理論を用いた構造モデリング手法を応用した。また、高校数学の理解度が高い人(習熟者)と理解度が低い人(非習熟者)の分類を行うため、高校数学の教科書の基本レベルの学力試験を実施することで、学力試験結果を用いた習熟者・非習熟者の分類をし、解析を行った。解析結果と習熟者の知識ネットワークの可視化を参照する学習方法を提案することで、学習者の支援を目指す。

2. 知識ネットワーク解析手法

2.1 解析対象

本研究で高校数学の指導者 10 名と、ある大学の新入生 55 名の知識ネットワークを解析した。本研究では文部科学省の学習指導要領に基づいた 24 単元をノード、それらの単元同士が関連するかをリンクとした知識ネットワークを構築した。

2.2 データの解析手法

本研究では、グラフ理論を用いて知識ネットワークの解析を行う。まずネットワークのリンクの有無を表現した隣接行列を用いる。隣接行列はノード v_i からノード v_j にリンクがあるときに i 行 j 列に 1、リンクがないときに 0 とする[2]。このときリンクの強さを考慮し、1 を入力する部分に重みの数値を入力する。これより直接影響行列を作成できる。隣接行列(または直接影響行列)を全成分の和で除したものを正規化直接影響行列 X と呼ぶ。ノード v_i から n 個のノードを経由してノード v_j に影響する間接影響の強さは、行列 X の $n+1$ 乗の ij 成分で表される。これより、直接的影響と間接的影響をともに含めた総合影響行列 T は

$$T = X + X^2 + X^3 + \dots = X \cdot (I - X)^{-1} \quad (1)$$

となる。ここで I を単位行列とする[3]。

2.3 単元特性値

総合影響行列 T を用いて影響度、被影響度、中心度、原因度といったノードの特性値を算出することができる。この特性値は、そのノードが構造の中でどの程度中心的な役割を果たしているか、ほかのノードに対して原因要因として作用しているか、結果要因として作用しているかの指標となる[3]。

2.4 習熟者・非習熟者分類方法

習熟者と非習熟者の分類を行うため、高校数学の教科書の基本レベルの学力試験をある大学の新入生 55 名に行った。試験は全 24 問で、それぞれの問題は本研究で用いた 24 単元に対応する。知識ネットワークに違いが出る、習熟者と非習熟者の分類基準を求めるために、学力試験の平均値 μ と標準偏差 σ を用いて、分類の基準点を μ 、 $\mu + \sigma$ としてそれぞれで解析を行った。

3. 結果と考察

3.1 データ収集手法と解析手法の妥当性

高校数学の指導者 10 名に 2.2 節の隣接行列の入力を行ってもらい、総合影響行列に変換した。さらに 2.3 節で述べた 4 つの単元特性値を算出し、自身の単元特性値を確認してもらった。その結果 10 名中 10 名が自身のイメージする単元の重要度を反映できていると述べたアンケート結果を得た。ここから総合影響行列が表現する各単元間リンクは習熟者がイメージする単元の関係を忠実に再現すると考えられる。したがって、本実験で用いたアンケート方法の有効性、総合影響行列を用いた解析の有効性が示せたといえる。

3.2 単元間リンク解析

ある大学の新入生のうち、習熟者と非習熟者で形成する知識ネットワークの単元間リンクの違いについて解析した。まず学力試験結果が平均値 μ 以上の学生を習熟者とし、平均値 μ 未満の学生を非習熟者として分類した。各グループの隣接行列から各単元間リンクの選択率に有意な差があるか検定を行った。また各グループの総合影響行列から各単元間リンクの平均値に有意な差があるか検定を行った。これらの検定から習熟者と非習熟者の単元間リンクの違いがわかり、この違いは学習者が特に注意すべき単元間リンクであると考えられた。しかし、2.4 節で述べたように基準点を $\mu + \sigma$ に変えた解析から、解析結果は異なる部分が多く、習熟者と非習熟者を分ける特徴的な単元間リンクを見出すことはできなかった。したがって、知識ネットワークの単元間リンクは、個人もしくはある集団で重要視して

[†]同志社大学大学院生命医科学研究科 Graduate School of Life&Medical Sciences, Doshisha University

いる単元間のつながりを説明するツールとして扱うことが適しているとわかった。

3.3 単元特性値解析

単元特性値が学力試験結果に与える影響に関する解析を行った。習熟者・非習熟者分類の基準点を平均値 μ としたときの結果を示す。各単元の重要度—正答率の関係を図 1 に、原因度—正答率の関係を図 2 に示す。ここで、原因度が正であれば原因要因(始点)として作用し、負であれば結果要因(終点)として作用する。

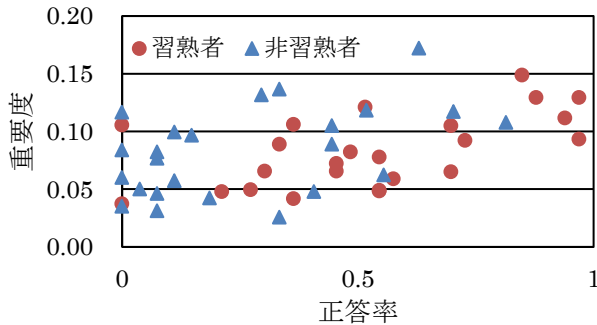


図 1 重要度—正答率

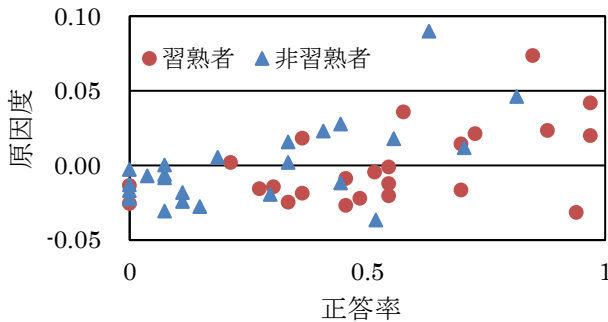


図 2 原因度—正答率

図 1 に示すように、重要度と正答率の関係は習熟者と非習熟者ともに正の相関があり、習熟者の相関係数は 0.57、非習熟者の相関係数は 0.48 であった。これら 2 つの相関係数の差の有意性を検定すると、有意水準 5% で有意な差があるとはいえなかった。したがって、学生は重要であると考えている単元ほど正答率が高くなると考えることができ、その傾向は学力試験の結果により差があるとはいえない。これらのことから、学習者は単元の重要性について閑雅ながら学習することで、正答率の向上が見込めると考える。

また図 2 より、非習熟者は習熟者と比較して、正答率が高い単元は原因要因であり、正答率が低い単元は結果要因である傾向が強い。したがって習熟者は原因要因である単元も結果要因である単元も区別なく正答できていることがわかる。また、非習熟者は原因要因である単元は正答できているため、応用力を身に付け、結果要因として作用する単元の正答率を上げることで習熟者に近づくことができると考えられる。

4. 学習方法の提案

可視化を用いることで、知識ネットワークの全体像を把握することができる。習熟者の隣接行列の和から作成した総合影響行列をオープンソースの Gephi を用いて可視化し

た図を図 3 に示す。ここでノードの大きさは重み付き入次数と重み付き出次数の和に、リンクの大きさは重み付き成分の大きさに従っている。またグラフ構造から関係が密なノード群であるコミュニティ毎にノード及びリンクの色を変えた。

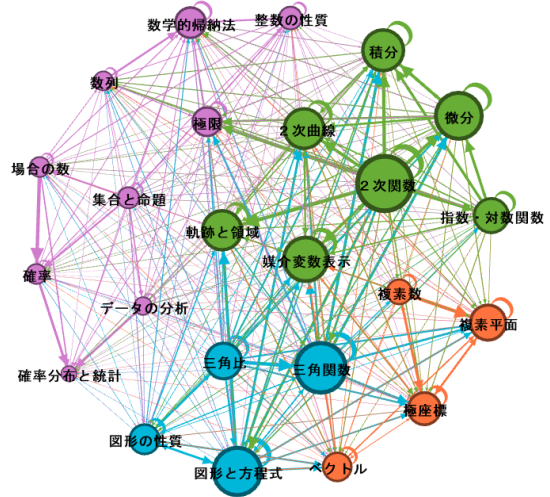


図 3 知識ネットワーク可視化図

図 3 においてすべての単元間にリンクがあるため、重要とされる単元間リンクを一目で判断することが困難となっている。そのため重要とされている単元間リンクから順に、単元間リンクがなぜ結ばれているかを理解する学習方法を提案する。この方法では、ある重み以下のリンクは入力しないというフィルタを用いる。フィルタの閾値を少しずつ下げることで徐々にリンクが表示される。追加される単元間リンクの関係性を考えることで、習熟者が重要としている単元間リンクから順に理解を深めることができる。

他にも注目単元を決め、その単元と結合している単元をリンクの重みが大きいものから順に可視化する方法などを用いることで、学習者が知識ネットワークを構築する支援ができると考える。

5. おわりに

本稿では、グラフ理論を用いた高校数学の知識ネットワークの解析手法の妥当性を示した。また Gephi による可視化を用いて、知識ネットワークを利用した学習方法の提案を行った。今後は、提案した学習方法を実際に学習者に実行してもらい、その有効性を検討していく。また、Knowledge Tracing を用いることで、学力試験結果から知識のつながりを読み取り、知識ネットワークと組み合わせることを検討している。

参考文献

- [1] 文部科学省国立教育政策研究所, “OECD 生徒の学習到達度調査(PISA2018)のポイント”, https://www.nier.go.jp/kokusai/pisa/pdf/2018/01_point.pdf, (2019-12-10).
- [2] E. Kreyszig, “Advanced Engineering Mathematics”, John Wiley & Sons, (2011).
- [3] W. Wang et al., “DEMATEL-based model to improve the performance in a matrix organization”, Expert Systems with Applications, Vol.39, Issue.5, (2012).