

J-052

# Wavelet 解析に基づく曲率変化の滑らかな曲線の構成法 Construction of curvature controled curves based on Wavelet analysis

宇田川 隆之†  
Takayuki Udagawa

田代 裕子†  
Yuko Tashiro

高橋 時市郎†  
Tokiichiro Takahashi

齊藤 剛†  
Tsuyoshi Saitoh

## 1. はじめに

意匠性の高い外観形状を持つ工業製品では、製品自体の機能や性能と並んで、製品自体の形状が商品価値を左右する重要な要素になっている。特に、曲面に基づく形状においては、ハイライトや映り込みに歪みのない高い品位が要求される。この要件を満たす曲面を構成するためには、曲面上の曲率分布を制御する必要がある。曲率分布の乱れは、ハイライトや映り込みにより、見た目でも容易に検知される一方、曲面の2次微分要素に依存されるために、その制御は容易ではない。一方、意匠設計の初期段階では、形状として特徴的な部分をデザイナーの感性に基づきデザインすることに重きが置かれ、全体的な形状は次段階で種々の評価基準により再構成される。

本研究は既存の曲線曲面から、曲率分布を制御した高品位な曲線曲面を再構成することを目的としている。筆者らは Wavelet 変換・逆変換による多重解像度解析を用いることにより、既存の曲線からの曲率単調曲線の再構成手法 [1] を報告した。本稿では、再構成前と後の曲線形状の違いを最小化する手法について報告する。

## 2. Wavelet 変換

本手法では、空間曲線上の点列を時系列データと見なし、フィルタリングを行なうことにより滑らかな曲線を再構成する。信号処理の一般的手法としてフーリエ変換があるが、この手法では時間情報が失われてしまう。本手法は、点間距離が時間情報に相当し、フーリエ変換により時間情報を失うことは、形状保存の観点から好ましくない。一方、Wavelet 解析は時間に関する情報を失わずに対象データを解析することが可能である。

Wavelet 解析における原系列を  $f(x)$ 、Mother Wavelet を  $\psi(x)$ 、レベル  $j$  の Wavelet 係数を  $d^j$  と定義すると、変換と逆変換のプロセスは次式となる。

$$d_k^j = 2^j \int_{-\infty}^{\infty} \overline{(2^j x - k)} f(x) dx \quad (1)$$

$$f(x) \approx \sum_j \sum_k d_k^j \psi(2^j x - k) \quad (2)$$

## 3. 再構成手法

### 3.1 対象となる曲線

図1に曲線の再構成手法の流れを示す。図2は曲線と共に、曲線上の各点における曲率半径を示したものである。図2を見るとわかるように、曲率分布が単調ではなく意匠曲線としては好ましくない。この曲線より離散的に制御点を取り出し、Wavelet 解析により曲率単調曲線を再構成する。



図1 曲線再構成プロセス

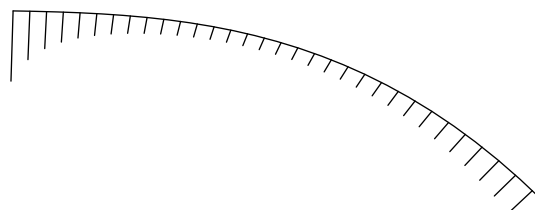


図2 対象となる曲線と曲率分布パターン

### 3.2 多重解像度によるフィルタリング

対象曲線より取り出した制御点に対して、Wavelet 変換を行なう。変換に用いる際の基底関数として、広く利用されている Daubechies Wavelet 関数を用いる。この基底関数を用いて対象データ点群の高次・低次それぞれの Wavelet 変換を行なう。これにより原系列は Wavelet 係数に変換される。その後、高次・低次それぞれの変換結果における高レベル成分を取り除く。そして、Wavelet 逆変換により元の原系列に戻す。

### 3.3 Wavelet 解析におけるエネルギー

Wavelet 解析は原系列情報を保持したままの状態、時間情報と周波数情報に分離することが可能である。この時点で、Wavelet 係数や Scaling 係数の二乗値をエネルギーと定義した場合、エネルギー保存が成り立つ [2]。レベル  $j$  の Wavelet 係数を  $d^j$ 、Scaling 係数を  $\phi^j$  と定義すると、次式のように表される。

†東京電機大学 Tokyo Denki University

$$\sum_k d_k^{j^2} + \sum_k \phi_k^{j^2} = \sum_k \phi_k^{(j-1)^2} \quad (3)$$

この式は、レベル  $j$  の Wavelet 係数のエネルギーと Scaling 係数のエネルギーの和が、レベル  $j-1$  の Scaling 係数のエネルギーに等しいことを示している。ここで、 $\phi^0 \equiv x$  であることを考慮すると、 $j=1$  として次式が成立する。

$$\sum_k d_k^{1^2} + \sum_k \phi_k^{1^2} = \sum_k x_k^2 \quad (4)$$

このように原系列情報に対して、Wavelet 変換・逆変換を行なっても、エネルギーは保存される。

このエネルギー保存に基づいて高次・低次の Wavelet 逆変換の結果を組み合わせる。図3に示すように、曲線形状を仮に定義し、曲線に対して低次の Wavelet 逆変換の結果を適用し、始点・終点付近には高次の Wavelet 逆変換の結果を適用させる。これは再構成前の対象曲線の形状を維持しつつ、なおかつ曲率を単調化させるための手法である。曲率を変化させるということは曲線形状が変化することであり、変換前と後では曲線形状に差が生じる。この差を最小にするために、元の曲線の始点・終点付近に元の曲線形状に近い高次 Wavelet 逆変換結果を適用する。

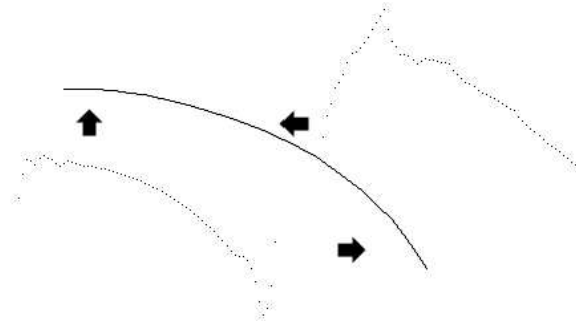


図3 Wavelet 逆変換結果の適用

この Wavelet 逆変換結果の組み合わせの際のエネルギーが、Wavelet 変換直後のエネルギーに最も近い値となるように、高次・低次 Wavelet 逆変換結果を組み合わせる。高次 Wavelet 係数を  $d^H$ 、低次 Wavelet 係数を  $d^L$ 、任意次数の Wavelet 係数を  $d^W$  とすると次式で定義できる。

$$\max \left( \sum_{k=1}^a d_k^{H^2} + \sum_{k=a}^{n-b} d_k^{L^2} + \sum_{k=n-b}^n d_k^{W^2} \right) \leq \sum d_k^{W^2} \quad (5)$$

### 3.4 制御点の決定

各区間の平均座標を初期制御点とし、区間ごとの類似度を求める。類似度は再構成前と後の曲線形状との差から求めることとする。この中で、類似度が最も低くなる区間に対して次に述べる一連の操作を行なう。

1. 各区間内の標準偏差内の点を Q1, Q2 とする。
2. P から Q1, Q2 を結ぶ線分の中点を求める。

3. それぞれの点を制御点にした場合の類似度を求める。
4. 類似度が高くなる方の点を新たな制御点 P とする。
5. 得られた制御点より Bezier 曲線を構成し、曲線全体の類似度を求める。

曲線全体の類似度が一定値に収束するまで上記操作を繰り返し行ない、得られた制御点を Bezier 曲線の制御点とし、曲線を構成する。この手法により再構成を行なった 4 次 Bezier 曲線を曲率分布パターンと共に図4に示す。

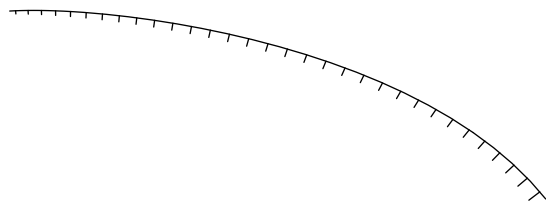


図4 再構成した曲線と曲率分布パターン

本手法は、Wavelet 変換の際の基底関数を変えることにより、異なる曲率分布パターンを持つ曲線を再構成することが可能である。図5に基底関数を Baylkin Wavelet 関数に変えて再構成を行なった曲線を示す。

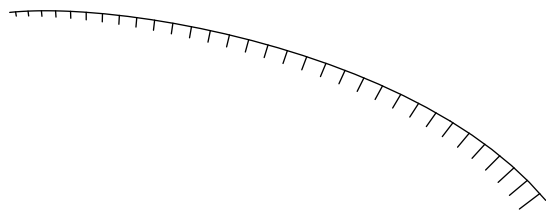


図5 Baylkin Wavelet 関数による再構成曲線

## 4. むすびに

本報告では、Wavelet 解析を用いた曲線再構成手法により、曲率分布が単調ではない曲線から滑らかな曲率変化を持ち、しかも元の曲線との差が最小となる曲線が再構成できることを示した。Wavelet 変換の際に基底関数や次数を操作することにより、異なる曲率分布パターンを持つ曲線を再構成することも可能となる。今後の課題として、曲率分布パターンを指定することによる曲線の再構成手法の検討などが挙げられる。

### 参考文献

- [1] 宇田川 隆之, 田代 裕子, 高橋 時市郎, 齊藤 剛: Wavelet 解析による意匠曲線の再構成, 情報処理学会全国大会論文集, pp.157-158(2004)
- [2] Walker, J.S: *A Primer on Wavelets and their Scientific Application* Chapman & Hall/CRC Boca Raton(1999)