

高速ユークリッド距離変換に基づく一般化ボロノイ図の生成

Generation of Generalized Voronoi Diagram Based on Fast Euclidean Distance Transformation

井上 光平[†]
Kohei Inoue

浦浜 喜一[†]
Kiichi Urahama

あらまし

Shih ら [1] によって最近提案されたデジタル画像の高速ユークリッド距離変換法を拡張したものをを用いて一般化ボロノイ図を高速に求める方法を提案し、ステンドグラス風画像の生成に利用する。

1. まえがき

ボロノイ図は画像処理やコンピュータグラフィックスなどの幅広い分野で応用されており、高速な計算法が望まれている。Hoff ら [2] はグラフィックスハードウェアによる一般化ボロノイ図の高速算法を提案した。Hoff らの手法はノンフォトリアリスティックレンダリングなどに利用されている [3]。本論文では、グラフィックスハードウェアを必要としない一般化ボロノイ図の高速算法として、Shih ら [1] によって提案されたデジタル画像の高速ユークリッド距離変換法を拡張したものをを用いる方法を提案する。応用例として、原画像との誤差を最小化するようにボロノイ図の各母点の重みを調節してステンドグラス風画像を生成する。

2. 一般化ボロノイ図の高速算法

ボロノイ図の一般化には、いくつかの方法があるが、ここでは各母点が乗法的な重みをもつ一般化ボロノイ図を例にとって説明する。母点 k の座標を p_k 、重みを w_k とし、任意の画素 p は $w_k \|p_k - p\| \leq w_l \|p_l - p\|, \forall l \neq k$ のとき母点 k に属すとす。複数の母点と等距離にあるときは、いずれか1つを選ぶ。デジタル画像のボロノイ図を求めることは、各画素に最も近い母点のラベルを付ける処理に他ならない。注目画素 p の 8 近傍画素を図 1 に示す記号で表す。また $F(p) = \{f_1(p), \dots, f_4(p)\}$ 、 $B(p) = \{b_1(p), \dots, b_4(p)\}$ とする。画素 p の最近傍母点からの相対座標を $r(p) = (r_i(p), r_j(p))$ とする。処理に先立って $r(p)$ は全て $(0, 0)$ と初期化しておく。ある母点から画素 p までの距離の 2 乗と、同じ母点から p の 8 近傍画素 $q \in F(p) \cup B(p)$ までの距離の 2 乗の差は

$$h(p, q) = \begin{cases} w^2(q)(2r_i(q) + 1) & q \in \{f_3(p), b_3(p)\} \\ w^2(q)(2r_j(q) + 1) & q \in \{f_1(p), b_1(p)\} \\ 2w^2(q)(r_i(q) + r_j(q) + 1) & q \in \{f_2(p), f_4(p), b_2(p), b_4(p)\} \end{cases} \quad (1)$$

$f_2(p)$	$f_3(p)$	$f_4(p)$
$f_1(p)$	p	$b_1(p)$
$b_4(p)$	$b_3(p)$	$b_2(p)$

図 1: 画素 p の 8 近傍画素

で計算される。ここで $w(q)$ は q での重みであり、これは q の最近傍母点の重みに等しい。次に p と $q \in F(p) \cup B(p)$ の相対座標の差を

$$G(p, q) = \begin{cases} (1, 0) & q \in \{f_1(p), b_1(p)\} \\ (0, 1) & q \in \{f_3(p), b_3(p)\} \\ (1, 1) & q \in \{f_2(p), f_4(p), b_2(p), b_4(p)\} \end{cases} \quad (2)$$

とする。画素 p の母点ラベルを $v(p)$ とする。 $v(p)$ と $w(p)$ には最初、母点画素だけに確定値が入っていて、他の画素については以下の手順で順次値を代入していく。各画素 p での最近傍母点からの距離の 2 乗を入れる配列を $D(p)$ とする。 p が母点のとき $D(p) = 0$ である。

[順方向走査]

Step 1: 注目画素 p が母点でなければ $D(p) = \infty$ とし、各 $q \in F(p)$ について $D(q) + h(p, q) < D(p)$ なら $D(p) = D(q) + h(p, q)$ 、 $v(p) = v(q)$ 、 $w(p) = w(q)$ と更新する。

Step 2: $D(q) + h(p, q)$ の最小値を与える $q \in F(p)$ について $D(q) + h(p, q) < D(p)$ なら $r(p) = r(q) + G(p, q)$ と更新する。

[逆方向走査]

Step 3: 注目画素 p が母点でなければ $D(p) = \infty$ とし、各 $q \in B(p)$ について $D(q) + h(p, q) < D(p)$ なら $D(p) = D(q) + h(p, q)$ 、 $v(p) = v(q)$ 、 $w(p) = w(q)$ と更新する。

Step 4: $D(q) + h(p, q)$ の最小値を与える $q \in B(p)$ について $D(q) + h(p, q) < D(p)$ なら $r(p) = r(q) + G(p, q)$ と更新する。

Step 5: $v(p)$ を出力して終了。

以上が本論文で提案する一般化ボロノイ図の作成手順である。 $w(p) = 1$ とすると通常のボロノイ図が得られる。また $\sqrt{D(p)}$ は母点からの距離変換を与える。式 (1) の導出等の詳細については文献 [1] を参照されたい。

3. 実験

上記の手順で一般化ボロノイ図を生成するのに要する時間を測定した結果を示す。画像サイズを 480×640 とし、母点の数を何通りか変えたときの時間を図 2 に示す。横軸は母点の数である。破線は単純な最近傍検索による結果であり、実線は本手法での結果である。本手法では母点数が増えても計算時間は変わらない。これは本手法が画像走査に基づいており、母点の数には依存しない方法になっているからである。次に画像サイズを変えたときの計算時間を図 3 に示す。横軸は画像の画素数である。母点の数は 200 とした。画像サイズが大きくなると本手法の計算時間(実線)は増えるが、最近傍検索による結果(破線)よりも計算時間の増加は緩やかである。計算環境は、Pentium(R)4 CPU 2.20GHz, 512MB RAM, OS

[†]九州大学大学院芸術工学研究院

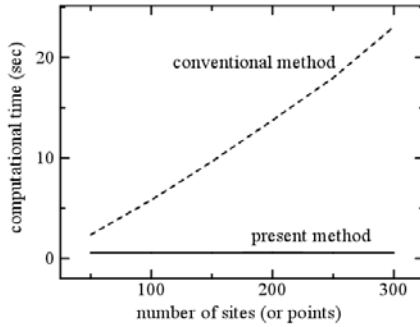


図 2: 計算時間

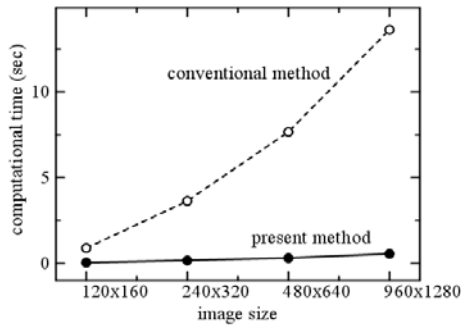


図 3: 計算時間

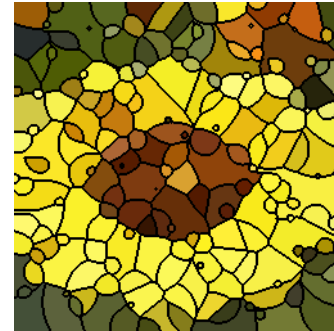


図 5: 結果画像

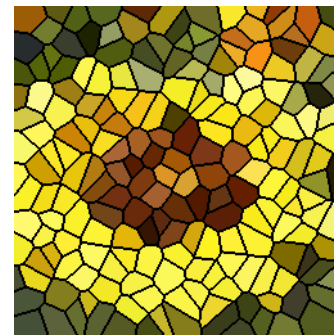


図 6: 重み 1 での結果

は Windows XP, プログラミング言語は C++ である。次にステンドグラス風画像の生成への応用例を示す。図 4 に示す画像を入力として、画面上に母点を 200 個ランダムに配置し、各ポロノイ領域を母点画素の色で塗りつぶしてステンドグラス風画像を作成する。画像サイズは 256×256 である。各母点の重みを少しずつ修正しながらステンドグラス風画像を入力画像に近づけていく。重みの初期値は 1 とし、各母点の重みを $(1 + \delta)/(1 - \delta)$ 倍したときと $(1 - \delta)/(1 + \delta)$ 倍したときとで入力画像との誤差を計算し、誤差が小さくなるほうの重みに修正していく。δ は 0.1 とした。各母点の重みを 10 回ずつ修正した後での画像を図 5 に示す。図 5 の作成に要した時間



図 4: 入力画像

は約 15 分である。全ての重みを 1 としたときの結果を図 6 に示す。図 5 はセルの形状が丸みを帯びて花びらなどの輪郭形状をよく近似できており、図 6 に比べて入力画像 (図 4) の再現性が高い。

4. むすび

ユークリッド距離変換の高速算法を拡張してデジタル画像の一般化ポロノイ図を高速に求める方法を提案し、ステンドグラス風画像の生成に応用した。ここでは母点の位置は固定して重みを最適化した。松井ら [3] が行ったように母点の位置も最適化して、より再現性の高いステンドグラス風画像を作成するのが今後の課題である。

参考文献

- [1] F. Y. Shih and Y.-T. Wu, "Fast Euclidean distance transformation in two scans using a 3×3 neighborhood," Computer Vision and Image Understanding, vol.93, no.2, pp.195-205, Feb. 2004.
- [2] K. E. Hoff, T. Culver, J. Keyser, M. Lin and D. Manocha, "Fast computation of generalized Voronoi diagrams using graphics hardware," Proc. ACM SIGGRAPH, pp.277-285, 1999.
- [3] 松井一, ヘンリージョハン, 芳賀俊之, 土橋宜典, 西田友是, "領域ベース・ストロークベースのアート風画像生成法," Visual Computing グラフィクスと CAD 合同シンポジウム 2003, pp.183-188, 2003.