I-023

スケッチのための再分割ベクトルフィールド
Subdivision Vector Field for Sketch

○佐藤 信[†]
Makoto Satoh

概 要

流体を表現するスケッチでの使用を目的とする，初期ベクトル場を作成するアルゴリズムを提案する．本方式の特徴は，制約条件として指定した形状とその周囲のベクトル場を関連付けて，流体計算が可能なベクトル場を作成する点である．少ない制約条件によりベクトル場の作成が可能であるので，作成しようとするグラフィックス・コンテンツの概要の表現に適する．また，ベクトル場の概要を作成してから，詳細な形状を作成するための制約条件の追加が可能である．このことから，初期のイメージを表現する形状から，徐々に目的とする形状を作成する，グラフィックス・コンテンツ作成方法に適する．提案するアルゴリズムにより作成した初期ベクトル場を基にして流体速度場の変化を計算することにより，水や風などの自然からのイメージを表現するスケッチを作成可能である．

1　はじめに

本稿では，流体を表現するスケッチでの使用を目的とする，初期ベクトル場を作成するアルゴリズムを提案する．本方式の特徴は，制約条件として指定した形状とその周囲のベクトル場を関連付けて，流体計算が可能なベクトル場を作成する点である．

関連する研究としては，曲線に関連したグラフィックス・オブジェクトを生成する例として，閉曲線内の領域に，色勾配を生成する方式がある．例えば，この機能は，Web グラフィックスの標準規格である SVG に含まれている．この機能を使用すると，単純な閉曲線の場合には，曲線と色勾配を手作業で関連付けることが可能である．曲線とその周囲の色勾配を，自動的に関連付けることを可能とする研究としては，拡散を使用したものがある [2]．その研究では，曲線を境界とする拡散を使用して，曲線形状と色勾配とを関連付けている．

本稿で提案する方式では，制約条件とする形状とその周囲のベクトル場を関連付ける．少ない制約条件によりベクトル場を作成することが可能であるので，作成しようとするグラフィックス・コンテンツの大まかなイメージを表現するベクトル場を作成してから，詳細な形状を作成するための制約条件を追加することが可能である．このベクトル場を基にして流体速度場の変化を計算することにより，流体の移流，拡散，粘性をもった形状での移動，そして外力との相互作用をイメージするグラフィックス・オブジェクトを作成可能である．これらのことから，水や風などの自然からイメージしたスケッチを作成するのに適する方式である．

2　流体を表現するスケッチの作成

2.1　作成方式の概要

1. 流体速度場の速度ベクトルの一部分を指定する．
2. 流体を表現する偏微分方程式の係数を指定する．
3. 初期速度場を作成し，その時間変化を計算する．
4. 得られた流体速度場からスケッチを作成する．

2.2　流体速度場の方程式

以下に示すナビエ・ストークス方程式 [3] を使用して，流体速度場の慣性を表現する．

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} = -(\boldsymbol{u}\cdot\nabla)\boldsymbol{u} + \nu\nabla^2\boldsymbol{u} + \boldsymbol{f} \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{u}$は流体の速度，t は時間，ν は粘性係数，そして$\boldsymbol{f}$は外力である．また，流体速度場の連続性 [3] を以下の式で表現する．

$$\nabla\cdot\boldsymbol{u} = 0 \tag{2}$$

3　初期ベクトル場の作成

制約ベクトルを基にして，初期ベクトル場を作成するアルゴリズムを示す．

1. 座標空間を格子状に分割する．その各座標での速度ベクトルを格納する配列$\boldsymbol{u_i}(i = 1, n)$ を用意する．
2. 制約ベクトル$\boldsymbol{V_j}(j = 1, m)$ を用意して，その初期値を設定する．この制約ベクトルには，m 個の座標点についての速度ベクトルの制約値と，その座標点に対応する$\boldsymbol{u}$の要素へのインデックスを格納する．

[†]岩手大学，Iwate University

3. $\boldsymbol{V}$の制約値を，対応する$\boldsymbol{u}$の要素に格納する．

4. この繰り返しの step3 で$\boldsymbol{V}$の制約値を格納していない$\boldsymbol{u}$の要素に，その要素との空間座標距離が最も近い$\boldsymbol{V}$の要素の制約値を格納する．

5. $|\nabla \cdot \boldsymbol{u_i}| > c_1$($c_1$ は定数) である$\boldsymbol{u_i}$を，再分割要素リスト L に登録する．このときの登録数が，ある値以下の場合に繰り返しを終了する．

6. $\boldsymbol{u_i} \cdot \boldsymbol{a} < c_2 \|\boldsymbol{u_i}\| \|\boldsymbol{a}\|$ (c_2 は定数) である$\boldsymbol{u_i}$を，再分割要素リスト L に登録する．ここで，$\boldsymbol{a}$は$\boldsymbol{u_i}$に隣接する要素である．このときの登録数が，ある値以下の場合に繰り返しを終了する．

7. (3) 式のポアソン方程式を用いて，圧力 p を計算する．この式は，流体の速度と圧力の関係を表現している，圧力のポアソン方程式である．

$$\nabla^2 p = \nabla \cdot \boldsymbol{u} \tag{3}$$

(4) 式を用いて，$\nabla \cdot \boldsymbol{u}_{new} = 0$ である $\boldsymbol{u}_{new}$ を計算する．このときの $\boldsymbol{u}_{new}$ は，一意に定まる [1].

$$\boldsymbol{u}_{new} = \boldsymbol{u} - \nabla p \tag{4}$$

8. $\boldsymbol{u}$ に $\boldsymbol{u}_{new}$ を代入し，$\boldsymbol{V}$に L の要素とその制約値を追加する．

9. step3 に戻る．

4　実装と実験結果

4.1　実装

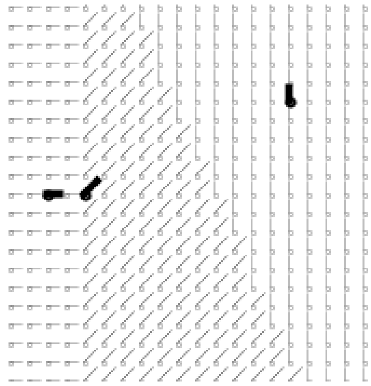
Java 言語を使用して実装する．

4.2　実験結果

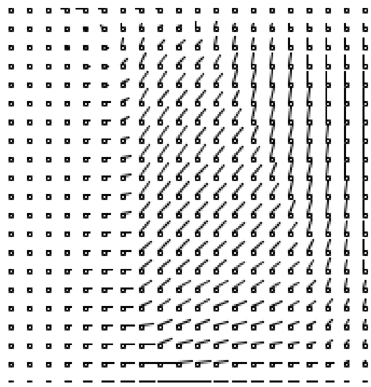
図 1(a) は，3 個の制約ベクトル (太線) を基にして作成したベクトル場の例である．ベクトル場を表現する配列のサイズは，200*200 であり，10*10 要素ごとに速度ベクトルを表示している．図 1(b) は，流体計算後のベクトル場の例である．図 1(c) は，ベクトル場から作成したスケッチの例である．ベクトル場の速度ベクトルに沿って，輝度の濃度を移動させる（トレース）ことにより，スケッチを作成した．トレースの開始点は，$(x, y) = (80, 40)$ である．このように，少数の制約ベクトルを基にして，ベクトル場とそれを基にしたスケッチを作成可能である．

5　おわりに

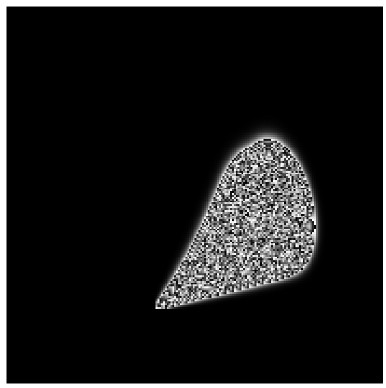
初期ベクトル場を作成するアルゴリズムを提案し，それを基にしたスケッチの作成例を示した．イメージを反映して制約条件を指定するためのユーザインタフェースについては，今後の課題である．



(a) 制約ベクトル (太線) によるベクトル場



(b) 流体計算後のベクトル場



(c) ベクトル場のトレースによるスケッチ

図 1: 制約ベクトルを基にしたスケッチの作成例

参考文献

[1] Flanders, H.: *Differential Forms With Applications to the Physical Sciences*, Dover Pubns.

[2] Orzan, A., Bousseau, A., Winnemöller, H., Barla, P., Thollot, J. and Salesin, D.: Diffusion curves: a vector representation for smooth-shaded images, *SIGGRAPH '08*, pp. 1–8 (2008).

[3] 巽　友正：流体力学，培風舘.