

入力点密度を考慮した手書き線図形の近似表現

Curve Fitting of Hand-writing Figures Considering with Input Point Interval

上加世田 暁[†] 齊藤 剛[†]
Satoru Kamikaseda Tsuyoshi Saitoh

1 はじめに

筆者らは、手書き線図形の整形および圧縮表現に関する研究を行っている。手書き線図形は、タブレット型PCを利用した図形入力など幅広く使用されている。従来、これらの手書き線図形の圧縮保存法は、入力された点列を Bézier 曲線やスプライン曲線により近似し、それらの制御点を保持する方法が用いられ、多くの近似法が報告されている [1]。

一方、NURBSをはじめとする有理曲線は、CGおよびCADの形状表現に頻繁に用いられるようになった。有理曲線は、円錐曲線を正確に表現でき、また、重みを用いることで形状制御の自由度が高められている。有理曲線においては、パラメータを等間隔とし曲線上の点を求めた場合、点間距離に大きな差異が生じる。これが曲線描画等での欠点とされている。

筆者らは、この差異を積極的に利用して、有理曲線の重みを形状制御のみならず、パラメータを等間隔とした場合のプロット点密度の制御に応用する手法を考案した。すなわち、入力線図形の近似のみならず、線図形入力時の描画速度に眼を向け、描いた時の速度を点列の密度に置き換えて近似表現する補間法である。本法では、有理曲線として2次および3次の有理 Bézier 曲線を用いる。近似曲線として2次有理 Bézier 曲線を用いると、密度として疎密または密疎が表現でき、3次有理 Bézier 曲線を用いると、疎密疎および密疎密なる分布が表現できる。

本稿では、近似手順とその結果について述べる。

2 2次有理 Bézier 曲線

2次有理 Bézier 曲線は、3つの制御点 $P_0 \sim P_2$ と、各々の重み $w_0 \sim w_2$ を用いて次式で表される。

$$r(t) = \frac{(1-t)^2 w_0 P_0 + 2t(1-t) w_1 P_1 + t^2 w_2 P_2}{(1-t)^2 w_0 + 2t(1-t) w_1 + t^2 w_2} \quad (1)$$

ここで、パラメータ変換を施すことで、曲線形状を変えることなく第1および第3制御点の重みを1とする次式に変換できる。

$$r(\tau) = \frac{(1-\tau)^2 P_0 + 2\tau(1-\tau) W P_1 + \tau^2 P_2}{(1-\tau)^2 + 2\tau(1-\tau) W + \tau^2} \quad (2)$$

これにより、2次有理 Bézier 曲線は、第2制御点の重みを自由度として形状制御が可能となる。

一方、式(2)における第2制御点の重み W に対して、 $W = \alpha/\sqrt{\beta}$ となる関係性を保持したまま、以下のように変形する。このとき、 β は、曲線形状には影響を及ぼさないが、パラメータの分散具合を表す値となる。

$$r(\tau) = \frac{(1-\tau)^2 P_0 + 2\tau(1-\tau) \alpha P_1 + \tau^2 \beta P_2}{(1-\tau)^2 + 2\tau(1-\tau) \alpha + \tau^2 \beta} \quad (3)$$

3 曲線の点列比の近似

与えられた点列を2次有理 Bézier 曲線で近似する方法は、[2]等で述べられている。これらの議論は与えられた点列を近似する曲線を得ることが中心であり、与点列の密度に関しては議論されていない。前節で示したように、 α および β を使用すると形状と密度を制御できる。そこで、この性質を利用し、与点の前後半の点列比を反映した近似曲線を以下の方法により得る。

<点列比近似手順>

step.1 終始点を第1および第3制御点とし、そこでの接線の交点を第2制御点とする。

step.2 第2制御点に最も近い与点を利用して、第2制御点の重みを決定する(これが、前節での α となる)。例を図1(左)に示す。与点を τ により、また、近似曲線にて、パラメータ間隔を $1/N$ としたプロット点を t で表す。

step.3 与点を N 個とすると、式(3)の $r(0.5)$ が $N/2$ 番目の与点となるように β を決定する。例を図1(右)に示す。 β は、密度を制御した結果のパラメータ等間隔のプロット点である。

[†] 東京電機大学 Tokyo Denki University

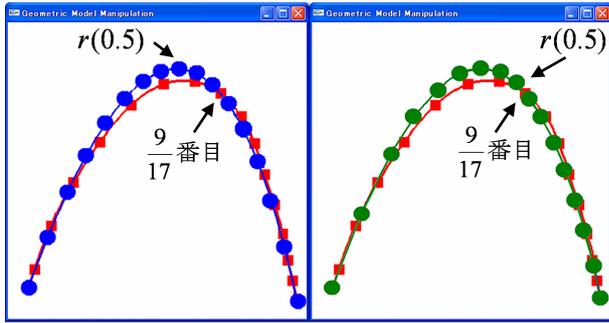


図1. 形状を変えない点列前後比の制御例

4 与えられた点列の近似

2次有理 Bézier 曲線では，曲線点列の前後半比が制御できるだけであった．そこで，形状を近似した2次有理 Bézier 曲線に対して次数上げを行い，3次有理 Bézier 曲線を用いることで，より詳細な与点列の密度制御が可能となる．

< 点列密度近似手順 >

- step.1 与点列の密度に合わせて第1・第4制御点，もしくは第2・第3制御点の重みの比を維持したまま重みを増減させる．
- step.2 重み変更により変わってしまった曲線形状を，元の頂点に合わせて第2・第3制御点の位置を第1・第4制御点の接線上で平行移動させることで近似させる．
- step.3 step1, step2 を繰り返すことで，より精度の高い与点列密度の近似を行う．例を図2に示す．

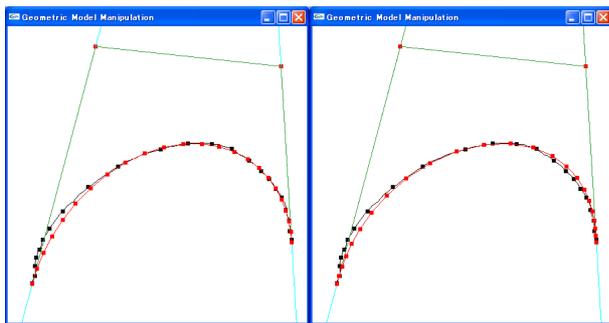


図2. 形状を変えない点列密度の制御例

5 評価

本手法を用いた，与点列の密度を考慮した近似表現の評価を行った．

手書き線図形と整形図形それぞれについて，各々の全長に対する各パラメータの始点からの軌跡距離の関係をグラフ化した．縦軸は全長に対する各点の距

離，横軸はパラメータ値である．図3(左)は手書き線図形の点列密度が密から疎へ変化しており，整形曲線の密度変化も同様に密疎の形を取っている．反対に図3(右)は手書き線図形の点列密度が疎密となっており，整形曲線の密度変化も同様になっているのが確認できる．さらに，図4(左)では密疎密，図4(右)では疎密疎の形を整形曲線で表現できている．

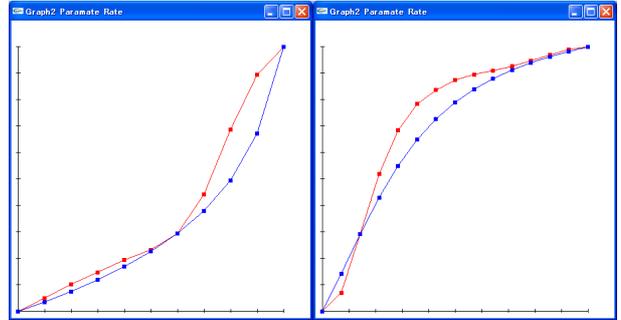


図3. 点列密度変化グラフ(密疎・疎密)

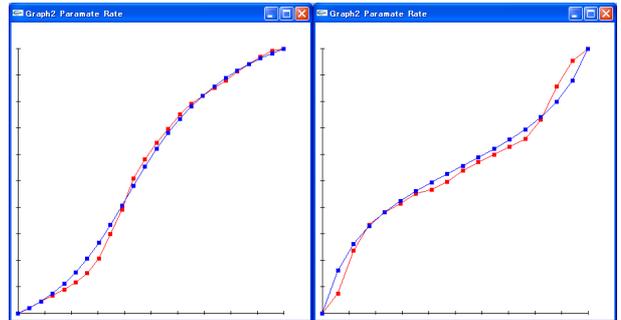


図4. 点列密度変化グラフ(密疎密・疎密疎)

6 おわりに

本稿では，与点の密度を考慮した近似曲線を得る方法について述べた．本方法ではまず，2次有理 Bézier 曲線を利用して，曲線形状の制御と，点列密度比制御を行い，曲線の点列密度の前後比を考慮した近似曲線を得た．さらに，2次有理 Bézier 曲線に対して次数上げを行い，3次有理 Bézier 曲線を用いて，より詳細な点列密度比の近似を行った．その結果，密度の変化が密疎・疎密な場合だけでなく，密疎密・疎密疎のようなパターンに対しても近似可能となった．

今後，より複雑な形状の近似表現を考察する予定である．

参考文献

- [1] G. Farin: "Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design", Academic Press, 1990
- [2] M. Hosaka: "Modeling of Curves and Surfaces in CAD/CAM", Springer-Verlag, 1992.