

低 Q 値 Gabor filter と Gauss 関数との畳み込みによる 高 Q 値 Gabor filter の合成法

Synthesis of high Q value Gabor filter by the convolution of the low-Q Gabor filter and Gauss function

高木雅之[†]
Masayuki Takagi

荒井秀一[†]
Shuichi Arai

1. まえがき

画像処理の分野において、特定の周波数成分を抽出する Band Pass Filter を用いた Filter 処理はよく用いられる。中でも Gabor Filter [1] は周波数分解能と空間周波数分解能の積が最小 [2] で、線エッジへの反応が強く、鋭い方向選択性をもつことから [3]、特徴抽出やノイズ除去の分野でよく用いられている。しかし、Gabor Filter は Gauss 関数と複素正弦波との積で構成されるため、Q 値が高くなるほど Filter の収束が遅くなり、多くのタップ数を必要とする。そこで本稿では Gauss 関数の数学的性質に着目し、Gabor Filtering の計算量を削減する手法を提案する。

2. Gabor Filtering

Gabor Filter の出力画像 $d_{\sigma, \omega_c}(\xi, \nu)$ は式 (1) のように入力画像 $s(\xi, \gamma)$ と Gabor Filter $h_{\sigma, \omega_c}(\xi, \gamma)$ との畳み込み積分から得られる。

$$d_{\sigma, \omega_c}(\xi, \nu) = \iint s(\tau, \gamma) \cdot h_{\sigma, \omega_c}(\xi - \tau, \nu - \gamma) d\tau d\gamma \quad (1)$$

畳み込む Gabor Filter $h_{\sigma, \omega_c}(\xi, \nu)$ は式 (2) のように Gauss 関数 $g_{\sigma}(\xi, \nu)$ と複素正弦波の積によって構成されるので、Gabor Filter の設計パラメータは Gauss 関数の標準偏差 σ と複素正弦波の中心周波数 ω_c である。

$$h_{\sigma, \omega_c}(\xi, \nu) = g_{\sigma}(\xi, \nu) \cdot e^{-j\omega_c \xi} \quad (2)$$

$$\text{ただし } g_{\sigma}(\xi, \nu) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{\xi^2 + \nu^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

この Gabor Filter の空間周波数特性 $H_{\sigma, \omega_c}(u, v)$ は、

$$\begin{aligned} H_{\sigma, \omega_c} &= \iint h_{\sigma, \omega_c}(\xi, \nu) \cdot e^{-ju\xi} \cdot e^{-jv\nu} d\xi d\nu \\ &= e^{-\frac{(\omega_c - u)^2 + v^2}{2(\frac{1}{\sigma})^2}} \end{aligned} \quad (4)$$

と表せるので、この式から Filter の Q 値は

$$Q = \frac{\omega_c}{2\sqrt{2\ln 2}} \sigma \quad (5)$$

となり、Q 値と σ は線形の関係にあることがわかる。

3. 提案手法

近年の画像の高解像度化に伴いフィルタのカーネルサイズは増大する傾向にある。カーネルサイズが α 倍

になれば計算量は α^2 倍になるので、フィルタ計算量の増大は大きな問題である。そこで、本稿では、小さなカーネルサイズの Filtering と、その出力結果に対する間引き畳み込みによる 2 段階構成の Filtering 法を提案し、計算量削減を目指す。提案手法では、式 (6) に示すように、Gauss 関数同士の畳み込みが、より標準偏差の大きな Gauss 関数となる数学的性質に着目した。

$$\begin{aligned} g_{\alpha\sigma}(\xi, \nu) &= \iint g_{\sigma}(\xi - \mu, \nu - \psi) g_{\sigma_c}(\mu, \psi) d\mu d\psi \quad (6) \\ \text{ただし, } \sigma_c &= \sqrt{\alpha^2 - 1}\sigma, \alpha > 1 \end{aligned}$$

ここで、 α は変換倍率である。この性質を Gabor Filtering の式に用いると、

$$\begin{aligned} d_{\alpha\sigma, \omega_c}(\xi, \nu) &= \iint s(\tau, \gamma) \cdot g_{\alpha\sigma}(\xi - \tau, \nu - \gamma) \cdot e^{j\omega_c \xi} d\tau d\gamma \\ &= \iint s(\tau, \gamma) \cdot \iint g_{\sigma}(\xi - \tau - \mu, \nu - \gamma - \psi) \\ &\quad \cdot g_{\sigma_c}(\mu, \psi) d\mu d\psi \cdot e^{j\omega_c \xi} d\tau d\gamma \\ &= \iiint s(\tau, \gamma) \cdot g_{\sigma}(\xi - \mu - \tau, \nu - \psi - \gamma) \\ &\quad \cdot e^{j\omega_c(\xi - \mu)} d\tau d\gamma g_{\sigma_c}(\nu, \psi) e^{j\omega_c \mu} d\mu d\psi \\ &= \iint d_{\sigma, \omega_c}(\xi - \mu, \nu - \psi) g_{\sigma_c}(\nu, \psi) e^{j\omega_c \mu} d\mu d\psi \quad (7) \end{aligned}$$

のように書くことができる。この式は、低 Q 値 Filtering 画像 $d_{\sigma, \omega_c}(\xi, \nu)$ に対して位相項を乗じつつ Gauss 関数を畳み込むことで、高 Q 値の Filter 出力画像が得られることを示している。ただし、この式は連続系であるので、この畳み込みを離散化する必要がある。Gauss 関数 $g_{\sigma_c}(\mu, \psi)$ の離散化間隔を T 、畳み込みの項数を M, N とすると、

$$\begin{aligned} d_{\alpha\sigma, \omega_c}(\xi, \nu) &= \iint d_{\sigma, \omega_c}(\xi - \mu, \nu - \psi) g_{\sigma_c}(\nu, \psi) e^{j\omega_c \mu} d\mu d\psi \\ &= \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N d_{\sigma, \omega_c}(\xi - mT, \nu - nT) g_{\sigma_c}(mT, nT) \\ &\quad \cdot e^{j\omega_c mT} T^2 \end{aligned} \quad (8)$$

のように書け、離散化間隔 T を大きく取れるなら、計算量削減が可能となる。また、畳み込み項数 M, N もできるだけ小さくとれるほど計算量を削減できる。以下、これら 3 つのパラメータの設計法を明らかにしていく。

[†]東京都市大学大学院 工学研究科
Graduate School of Engineering, Tokyo City University

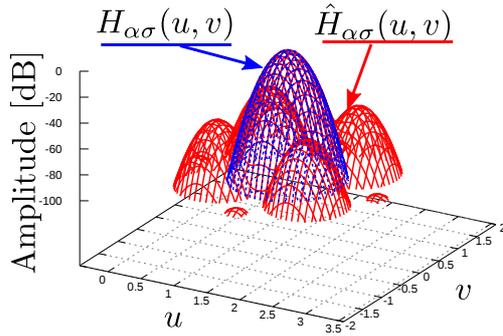


図1: 合成 Gabor Filter の周波数特性

4. 計算精度に基づくパラメータの設計

式(8)のように畳み込みを離散化すると、当然合成画像には誤差が生じる。そこで、ユーザが許容できる誤差 ε を設定し、合成誤差が ε を下回るような T 及び M, N の設計方法を検討する。まず、離散化間隔 T の設計を行う。合成画像は低 Q 値 Filtering 画像と Gauss 関数との畳み込みによって得られるが、Gauss 関数の離散化に伴い周波数域で Gauss 関数が周期化するため、図1に示すように合成周波数特性 $\hat{H}_{\alpha\sigma}(u, v)$ に誤差成分が生じる。離散化間隔 T が大きくなるほど、この誤差成分も大きくなる。そこで、誤差成分のピークが許容誤差 ε を下回るという条件で T を設計すると

$$T \leq \frac{\pi}{\sqrt{-\ln \varepsilon}} \sqrt{\frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^2}} \sigma \quad (9)$$

となる。この式の条件を満たせばユーザが指定した計算精度を担保できる T の設計が可能である。

次に、畳み込みの項数 M, N の設計をする。本来、無限項の畳み込みを有限項で打ち切ることによって誤差が生じるが、Gauss 関数は単調減少関数なので、ダイナミックレンジを考慮して畳み込みの項数を決定すれば、計算精度は劣化しない。Gauss 関数の最大振幅に対する減衰比が許容誤差 ε 以下になる条件で M, N を設計すると、

$$M \geq \frac{-\sqrt{2} \ln \varepsilon}{\pi} \cdot \alpha, N \geq \frac{-\sqrt{2} \ln \varepsilon}{\pi} \cdot \alpha \quad (10)$$

のように条件が求まる。これらの条件を満たすようにパラメータを設計することで、任意の計算精度を担保した合成が可能である。

5. 実験

計算量の評価は、通常の Gabor Filtering の乗算回数に対する提案手法の乗算回数の計算量比で行う。Gabor Filtering に使用するカーネルサイズを、 αL とすると、低 Q 値 Filtering に使用するカーネルサイズを L と表せるので、計算量比 R は

$$R = \frac{2L^2 + 4(2M + 1)(2N + 1)}{2(\alpha L)^2} \quad (11)$$

表1: カーネルサイズ (αL) ごとの計算量削減比 ($L = 17$)

αL [pixel]	23	27	31	61
R	0.852	0.860	0.768	0.314

と書ける。様々なカーネルサイズ (αL) に対して計算量比を求めると、表1のようになった。この結果より、カーネルサイズが大きくなるほど計算量が削減できることがわかった。また、提案手法を用いて図2に示す画像をカーネルサイズ $\alpha L = 31$ 、中心周波数 $\omega_c = \frac{2\pi}{T_c}$ ($T_c = 10$ [pixel/cycle]) で Filtering 画像を合成した際の誤差の検討を行った。用いた画像は 8bit のため許容誤差 ε を 8bit 量子化誤差として誤差の検討を行った。誤差の最大値は 0.41 となり、この結果から提案手法は要求精度を満たして合成ができていていることがわかる。また、誤差の振る舞いを確認するためにの誤差の最大値を 255 に正規化した誤差画像を図3に示す。この図から誤差は本来生じるエッジの近傍に生じることがわかる。



図2: 元画像

図3: 誤差画像

6. 結論

本稿では、高解像度の実画像に対して、提案手法による Filtering を行い、計算量および合成精度に関する評価を行った。結果として、提案手法では、要求するパラメータに応じて Filter を設計し、合成精度を保ちながら計算量を削減することができることが明らかになった。今後の研究課題として、Gabor Filter のパラメータには回転角が存在するため、Filter の回転に伴うパラメータの設計や誤差の検討を行う必要がある。

参考文献

- [1] D. Gabor, "Theory of communication," J. Inst. Elect. Eng., vol.93, no.111, pp.429-457, London, 1946.
- [2] 田中秀郎, et al. ガボールフィルタの振幅及び位相情報を用いたテクスチャ画像の領域分割. 電子情報通信学会論文誌 D, 2001, 84.12: 2565-2576.
- [3] 長山格, et al. Gabor フィルタを援用した適応的特徴検出器と顔画像への応用. 映像情報メディア学会技術報告, 1998, 22.33: 7-12.