

効果的なインクリメンタル型 Hough 変換アルゴリズム

An Effective Improvement of Incremental Hough Transform Algorithm

沼田 宗敏†
Munetoshi Numada

奥水 大和‡
Hiroyasu Koshimizu

1. まえがき

画像のエッジ点群から直線を検出する有力な手法に Hough 変換がある[1]. 式(1)の Hough 変換式によりパラメータ平面上の 1 点を発生させるには、通常 2 回の乗算と三角関数演算が必要である[2].

$$\rho_n = x \cdot \cos \theta_n + y \cdot \sin \theta_n \quad (1)$$

三角関数は予め計算しテーブルに入れておくことができるので、高速化の鍵は乗算回数にある。

恩田らは三角関数の周期性を利用し、 M 個のブロックに分けることにより、1 点あたりの乗算回数を $(3/2+1/M)$ にまで低減した[3]. しかし、効率をあげるためには分割数 M を大きくしなければならないが、逆にステップ数が M 倍に大きくなるという問題が生じる。これに対し我々は先に FIHT 法を提案し、1 回の乗算で Hough 近似曲線の 1 点を発生させる方法を提示した[4]. これは、曲線をインクリメンタルに発生させる手法で、ステップ数も 2 と小さい。しかし、変換関数は Hough 変換関数そのものではない。このため、厳密な Hough 曲線の 1 点を 1 回程度の乗算で実行し、しかもステップ数が小さいアルゴリズムが求められている。

本研究では、インクリメントに計算できる手法でありながら、FIHT 法のような誤差を含まない Hough 曲線を、三項漸化式を用いて効果的に発生させる方法を提案する。この方法の 1 点あたりの乗算回数は 1 回であり、ステップ数は 1 と小さい。

2. FIHT 法

提案手法の理解を容易にするため、まず先に我々が提案したインクリメンタルに近似 Hough 曲線を発生する FIHT 法について概説する。まず、下の漸化式を考える。

$$\left. \begin{aligned} \rho_{n+1} &= \rho_n + \varepsilon \cdot \rho'_n \\ \rho'_{n+1} &= \rho'_n + \varepsilon \cdot \rho_{n+1} \end{aligned} \right\} (2)$$

ここに、 ε は任意の定数、 $n=0,1,\dots,K/2-2$ とする。 K は θ 方向分割数である。式(2)を解くと、次の解が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \rho_n &= \frac{\rho_0 \cos(\theta_n - \Delta\theta/2) + \rho'_0 \sin \theta_n}{\cos(\Delta\theta/2)} \\ \rho'_n &= \frac{-\rho_0 \sin \theta_n + \rho'_0 \cos(\theta_n + \Delta\theta/2)}{\cos(\Delta\theta/2)} \end{aligned} \right\} (3)$$

ただし、 $\varepsilon = 2\sin(\Delta\theta/2)$ 、 $n\Delta\theta = \theta_n$ とする。 ε が十分に小さいとき、 $\Delta\theta = 2\sin^{-1}(\varepsilon/2) \approx 0$ 、 $\cos(\Delta\theta/2) \approx 1$ であるので、初期値を $\rho_0 = x$ 、 $\rho'_0 = y$ とすれば、

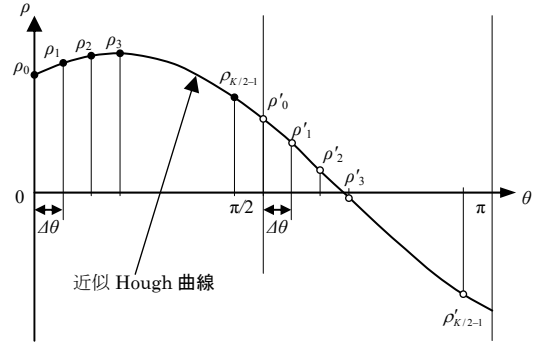


図 1 FIHT 法による近似 Hough 曲線の発生

$$\left. \begin{aligned} \rho_n &\cong x \cdot \cos \theta_n + y \cdot \sin \theta_n \\ \rho'_n &\cong -x \cdot \sin \theta_n + y \cdot \cos \theta_n \\ &= x \cdot \cos(\theta_n + \pi/2) + y \cdot \sin(\theta_n + \pi/2) \end{aligned} \right\} (4)$$

と Hough 変換の近似式が得られる。すなわち、式(2)の漸化式を順次計算することにより、式(1)の近似 Hough 曲線式(4)をインクリメンタルに発生することができる(図 1)。

この方法では、式(2)の計算で乗算を 2 回行い 2 点を発生させることができるので、1 点あたりの乗算回数は 1 回と小さい。また、ステップ数も 2 と小さい。しかし、発生曲線が Hough 曲線の近似曲線でしかないという問題の他に、計算で順次発生する ρ と ρ' の位相が $\pi/2$ だけずれているためデータが扱いにくいという問題もある。また、分割数 K にも偶数という制限がある。

3. Hough 曲線の効率的な発生

FIHT 法では、 ρ_n と ρ'_n とでパラメータ θ の位相が $\pi/2$ もずれていたため、データの取り扱いが難しかった。このような問題を解決するには、パラメータ θ_n の位相が互いに大きくずれている ρ_n と ρ'_n とから ρ_{n+1} を計算するのではなく、位相が刻み角 $\Delta\theta$ だけ異なる ρ_n と ρ_{n+1} とから ρ_{n+2} をインクリメンタルに計算する方法に変更すればよい。このような 3 つの項からなる漸化式、すなわち三項漸化式を導くため、まず次の余弦関数の定義式を考える。

$$e^{i\Delta\theta} + e^{-i\Delta\theta} = 2\cos\Delta\theta \quad (5)$$

ここで、両辺に $e^{i\theta_n}$ を乗じれば次式を得る。

$$e^{i\theta_{n+1}} + e^{-i\theta_{n-1}} = 2\cos\Delta\theta \cdot e^{i\theta_n} \quad (6)$$

上式の実数部と虚数部から、以下の 2 つの三項漸化式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \cos\theta_{n+1} + \cos\theta_{n-1} &= 2\cos\Delta\theta \cdot \cos\theta_n \\ \sin\theta_{n+1} + \sin\theta_{n-1} &= 2\cos\Delta\theta \cdot \sin\theta_n \end{aligned} \right\} (7)$$

† (株) ロゼフテクノロジー, Lossev Technology Corp.

‡ 中京大学情報理工学部, Chukyo University

上式で示した三角関数の 2 つの三項漸化式は同形であるから、これを利用することにより、式(1)に代入して次式の三項漸化式を得る。

$$\rho_{n+1} + \rho_{n-1} = 2\cos\Delta\theta \cdot \rho_n \quad (8)$$

ここで、 $\alpha = 2\cos\Delta\theta$ と置きかえることにより、次式の三項漸化式を得る。

$$\rho_{n+2} = \alpha \cdot \rho_{n+1} - \rho_n \quad (9)$$

ρ_0 と ρ_1 を初期値として与えると、 ρ_n は上式の三項漸化式から順次計算できる。また、初期値も式(1)の Hough 変換の定義式に従って計算するだけでよい。以下に、提案手法により Hough 曲線を計算するアルゴリズムを示す。

[Initialize]

$$\Delta\theta = 2\pi/K; \alpha = 2\cos\Delta\theta$$

$$\rho_0 = x; \rho_1 = x \cdot \cos\Delta\theta + y \cdot \sin\Delta\theta$$

[loop] $n=0,1,2,\dots,K-2$

$$\rho_{n+2} = \alpha \cdot \rho_{n+1} - \rho_n$$

本手法で発生した点列を図 2 に示す。これらの点列は、FIHT 法とは異なり厳密な Hough 曲線である。また、 $\Delta\theta$ だけ位相が異なる ρ_n を順次計算できるので、FIHT 法のように順次計算される ρ_n と ρ'_n とでパラメータ θ_n の位相が $\pi/2$ もずれるという問題はない。恩田らの手法でもブロック分割を用いているため、 ρ を順次計算できない。

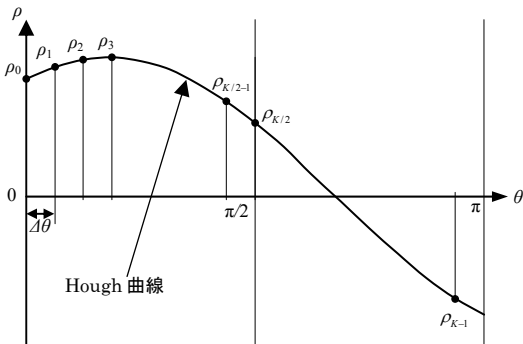


図 2 提案手法による Hough 曲線の発生 (K: 偶数)

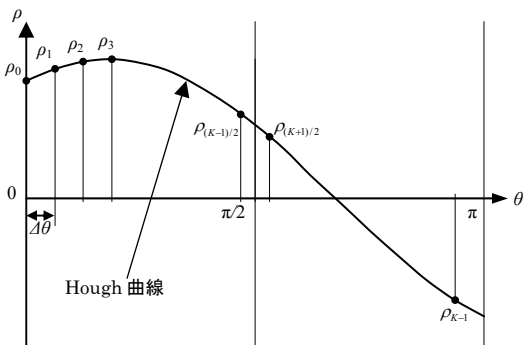


図 3 提案手法による Hough 曲線の発生 (K: 奇数)

表 1 曲線 1 点の演算回数とステップ数

	恩田ら	FIHT 法	提案手法
乗算	$3/2+1/M$	1	1
ステップ数	M	2	1

また、FIHT 法では θ 方向分割数は偶数でなければならず、恩田らの手法でもブロック分割数 M の倍数でなければならないという制限がある。これに対し提案手法では、 θ 方向分割数 K が図 2 のような偶数であっても、図 3 のような奇数であってもよい。

4. 計算コストとステップ数の評価

恩田らの三角関数の周期性を用いた Hough 変換の計算法と、FIHT 法、提案手法とで、 ρ - θ パラメータ平面上に描く軌跡の 1 点を出力するための乗算回数について調べた (表 1)。提案手法では、式(9)の 1 回の乗算で Hough 曲線の 1 点を計算できる。これに対し、恩田らの手法では $(3/2+1/M)$ 回計算しなければならない。FIHT 法では提案手法と同じく、1 点を計算するための乗算数は 1 回であるが、厳密な Hough 曲線そのものは発生できない。

また、提案手法の 1 点を生成するためのステップ数は式(9)の 1 である。これは、恩田らの手法の $3/2+1/M$ 、FIHT 法の 2 と比べて小さい。

5. まとめ

FIHT 法のようにインクリメンタルな計算法で、かつ FIHT 法と異なり厳密な Hough 曲線を生成できる、効率的な計算方法を提案した。提案手法は、FIHT 法と同じく 1 点を計算するための乗算が 1 回で、恩田らの手法に比べて少なくとも 50%以上効率的である。また、FIHT 法では 1 点を計算するためのステップ数が 2、恩田らの手法では M であったが、提案手法では 1 と小さい。

さらに、FIHT 法では θ 方向分割数 K は偶数でなければならず、恩田らの手法でもブロック分割数 M の倍数でなければならないという制限がある。これに対し提案手法では、このような制限はない。また、FIHT 法や恩田らの方法では θ の位相が $\Delta\theta$ だけ異なる ρ を順次計算できないが、提案手法では順次計算できるので、データの取り扱いが容易である。

提案手法はアルゴリズムが単純であるため、ハードウェア化も容易であると考えられる。今後の検討課題としたい。

参考文献

- [1] Hough, P.V.C.: Method and Means for Recognizing Complex Patterns, U.S. Patent 3069654 (1962).
- [2] Duda, R.O. and Hart, P.E.: Use of the Hough Transformation to Detect Lines and Curves in Pictures, Comm. ACM, Vol. 15, No. 1, pp. 11-15 (1972).
- [3] 恩田, 松島, 青木: 三角関数の周期性を利用した Hough 変換の高速計算法, 信学論, Vol.J70-D, No.10, pp.2009-2011(1987).
- [4] 沼田宗敏, 興水大和: ソフトウェアによる Hough 変換の高速実行, 電子情報通信学会論文誌, J73-D II, No.6, pp.927-930 (1990).