H-005

異方性ドロネー三角形分割による地図の幾何補正
A Geometric Correction of Digital Map Employing Anisotropic Delaunay Triangulation

亀井 克之†　　中田 秀男†　　堀池 聡‡
Katsuyuki Kamei　　Hideo Nakata　　Satoshi Horiike

1. まえがき

GIS（Geographic Information System）において、各種地図情報や GPS による測位データを重ねる場合、位置合わせのため、用いる地図を正確に幾何補正する必要がある。これには、正確な座標を得た位置参照点を頂点に TIN（不整三角形網）を構成し、各三角形内のアフィン変換によって補正を行う方法が示されている[1][2]（図１）。その際、一般にドロネー三角形分割[3]が採用される。この場合、分割は位置参照点の配置のみで定まるため、必ずしも変位の傾向に合致しているとは限らなかった。

本稿では、主ひずみ軸による異方性ドロネー三角形分割によって、変位傾向に適合した分割を行い、地図を適切に補正する方式を提案する。

2. 異方性区分近似モデル

座標系(u, v) にて、各点を正確な座標値に補正する補正ベクトル$\boldsymbol{f}(u, v)$ を考える。これをu, vそれぞれで決まる成分$\boldsymbol{f}_u(u)$, $\boldsymbol{f}_v(v)$ と平行移動$\boldsymbol{t}$、残りの$\boldsymbol{e}(u, v)$ により、

$$\boldsymbol{f}(u,v) = \boldsymbol{f}_u(u) + \boldsymbol{f}_v(v) + \boldsymbol{e}(u,v) + \boldsymbol{t} \tag{1}$$

と表現する（図２）。ここで、u 軸に沿って幅 H なる２点での一次近似を考え、誤差を $\boldsymbol{g}_u$、その大きさの二乗平均を $G_u(H)$ とする。$G_u(H)$ は $\boldsymbol{f}_u(u)$ 項の、v 軸に関する $G_v(H)$ は $\boldsymbol{f}_v(v)$ 項の、Hによる誤差変化を表すとする。これに従い、

$$G_{total} = G_u(H_u) + G_v(H_v) \tag{2}$$

により、u,v 軸の区分幅が H_u , H_v、すなわち、分割三角形のサイズが H_u , H_vのときの近似誤差を評価する。

$\boldsymbol{e}(u, v)$を小さくするため、主ひずみ方向に u,v 軸をとる。また、位置参照点の補正量から$G_u(H)$と $G_v(H)$を推定、G_{total} を最小にする $r = H_v / H_u$ を求める。u,v 軸を異方性軸、r を異方性の度合い（アスペクト比）として三角形分割を行う。

3. 提案方式

3.1 主ひずみ軸の算出

領域全般の補正を、地図上での座標値(x, y)から正確な座標値(x^*, y^*)へのアフィン変換、

$$\begin{aligned} x^* &= a\,x + b\,y + c \\ y^* &= d\,x + e\,y + f \end{aligned} \tag{3}$$

で表し、位置参照点の座標値から最小二乗法によりパラメータを決定する。ひずみテンソルは以下のようになる。

$$\Phi = \begin{pmatrix} a-1 & (b+d)/2 \\ (b+d)/2 & e-1 \end{pmatrix} \tag{4}$$

この固有ベクトルが主ひずみ方向（u, v 軸）を与える。

† 三菱電機（株）先端技術総合研究所
‡ 兵庫大学　経済情報学部

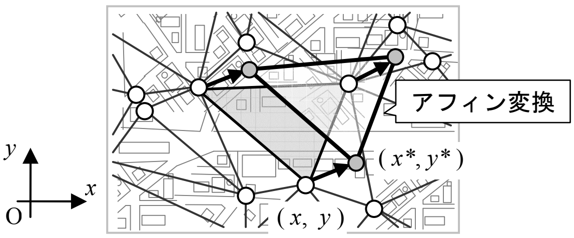
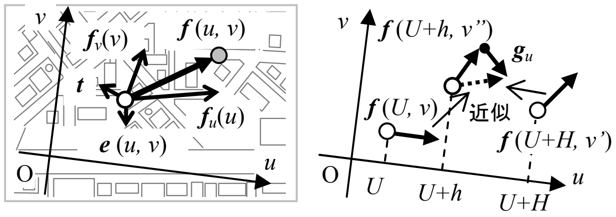


図１　三角形分割とアフィン変換による幾何補正



(a) 補正ベクトル　　(b) u 軸区分幅 H での近似

図２　主ひずみ軸（u, v 軸）と区分近似

3.2 誤差関数の推定

位置参照点の補正量から誤差関数 $G_u(H)$, $G_v(H)$ を推定する。以下では u 軸について議論を進めるが、v 軸に関しても同様である。２個の位置参照点（ u 座標値を u_n , u_m , ただし、$u_n < u_m$ 、補正量を $\boldsymbol{f}_n$, $\boldsymbol{f}_m$ とする）を選び、他の位置参照点（座標値 u_i , 補正量 $\boldsymbol{f}_i$ ）のうち、この間に入る点の補正量を線形補間して比較、誤差の大きさの二乗平均、

$$\mathrm{E}\left[\left| \boldsymbol{f}_n + \frac{\boldsymbol{f}_m - \boldsymbol{f}_n}{u_m - u_n}(u_i - u_n) - \boldsymbol{f}_i \right|^2 \middle| \, u_n < u_i < u_m \right] \tag{5}$$

を求める。この値を $G_u(u_m - u_n)$として関数を当てはめる。

その際、地球統計学にて用いられるセミバリオグラム[4]を用いる。セミバリオグラムは、２点での測定値の差の分散を２点間の距離の関数として表すものである。この考え方に従えば、補正量の差の分散が２点間の u 座標値の差 h によって決まるとして、

$$\gamma(h) = \frac{1}{2}\mathrm{E}\left[\,\left|\,\boldsymbol{f}(u+h,v) - \boldsymbol{f}(u,v')\,\right|^2\right] \tag{6}$$

となる。ここで v 座標は問わない。一方、u の区間 $[U, U{+}H]$ にて補正量を一次近似した場合、区間内 $u = U + h$, $0 \le h \le H$ における誤差の二乗は、

$$\begin{aligned} &\left| \boldsymbol{f}(U,v) + \frac{\boldsymbol{f}(U+H,v') - \boldsymbol{f}(U,v)}{H}h - \boldsymbol{f}(U+h,v'') \right|^2 \\ &= \frac{H-h}{H}\left|\,\boldsymbol{f}(U+h,v'') - \boldsymbol{f}(U,v)\,\right|^2 + \frac{h}{H}\left|\,\boldsymbol{f}(U+h,v'') - \boldsymbol{f}(U+H,v')\,\right|^2 \\ &\quad + \frac{h^2 - Hh}{H^2}\left|\,\boldsymbol{f}(U+H,v') - \boldsymbol{f}(U,v)\,\right|^2 \end{aligned} \tag{7}$$

である。この値の区間[U, $U+H$]における平均についての期待値が $G_u(H)$である。$\gamma(h)$を用いれば、

$$G_u(H) = \frac{4}{H}\int_0^H \gamma(h)\,dh \;-\; \frac{4}{H^2}\int_0^H h\,\gamma(h)\,dh \;-\; \frac{1}{3}\gamma(H) \qquad (8)$$

と表現できる。特に、$\gamma(h)$を球型モデル、べき乗モデルで表したとき、それぞれパラメータ $s_k, p_k, k = 0,1,2$ により、

$$G_u(H) = \begin{cases} s_0 + s_1\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{H}{s_2}\right) + \frac{1}{15}\left(\frac{H}{s_2}\right)^3\right\} &, \quad 0 < H \le s_2 \\ s_0 + s_1\left\{\frac{5}{3} - \frac{3}{2}\left(\frac{s_2}{H}\right) + \frac{2}{5}\left(\frac{s_2}{H}\right)^2\right\}, & \quad H > s_2 \end{cases} \qquad (9)$$

$$G_u(H) = p_0 + p_1 H^{p_2} \quad , \quad H > 0 \qquad (10)$$

となる。位置参照点から得られた $G_u(u_m - u_n)$ をこの形式に当てはめることで、関数 $G_u(H)$ を推定する。

3.3 アスペクト比の決定

アスペクト比は、本稿では、異方性ドロネー三角形分割における外接楕円の楕円率（長径、短径の比）とする。

三角形分割においては、位置参照点の数により平均的な三角形の面積が求まる。この面積を S とすれば、S によって分割幅が制限を受ける。これを、

$$H_u H_v = \alpha S \qquad (11)$$

と表す。α は区分幅を実効的な値に調整するためのパラメータである。(11)式を条件として、(2)式を最小にするアスペクト比 r を決定する。

軸 u, v とアスペクト比 r が得られたので、u, v 軸を軸とし楕円率 r の外接楕円内に他の頂点が入らない、という条件で、異方性ドロネー三角形分割を実行する[5]（図３）。

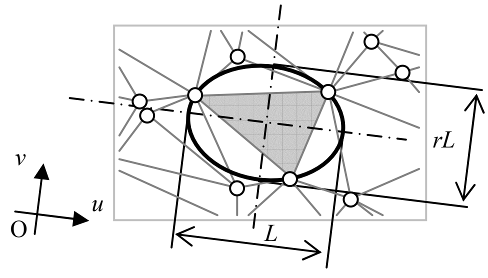
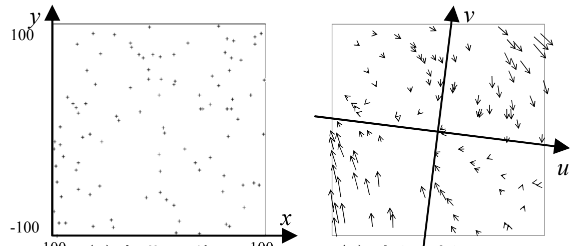
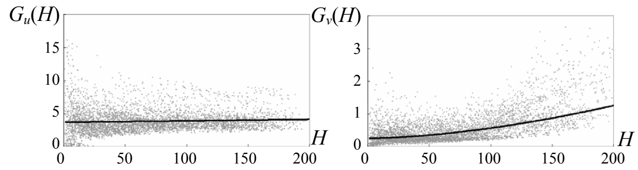


図３　異方性ドロネー三角形分割



(a) 初期画像　　(b) 変位パターン（変位を 5 倍に拡大）

図４　評価画像と点の変位



(a) $G_u(H)$
$s_0 = 3.69$
$s_1 = 0.532$
$s_2 = 143.1$

(b) $G_v(H)$
$p_0 = 0.255$
$p_1 = 0.000135$
$p_2 = 1.68$

図５　誤差関数の推定

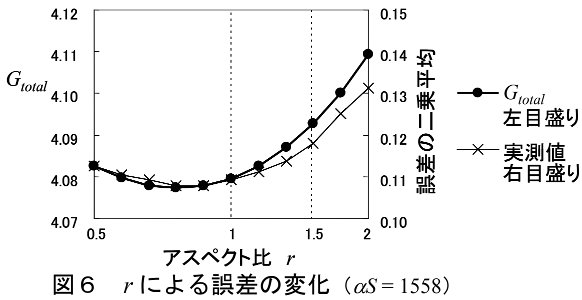


図６　r による誤差の変化（$\alpha S = 1558$）

4. 評価実験

以下のように提案方式の評価を行った。画像上にランダムに 100 点を発生させ、プリンタ出力とスキャナ入力を 10 回繰り返す。この過程で生じた変位の、初期位置への補正を考える。図４に画像と変位を示す。半数の点を位置参照点として選択、三角形領域を構成し、各領域のアフィン変換による残りの点の補正精度により評価を行う。

まず、主ひずみ軸に対して、100 点すべての補正量から $G_u(H)$と $G_v(H)$を推定した（図５）。グラフにプロットした点は $G_u(u_m - u_n)$ を示す。ばらつきから、u 軸には球型モデル、v 軸にはべき乗モデルを採用した。なお、補正の一様な回転成分はあらかじめ除去している。

r を変えて G_{total} を算出するとともに、各 r での異方性分割による補正を 100 回試行、初期位置との誤差を実測した。図６に両者の比較を示す。G_{total} は実測値と同様に上下している。つまり、G_{total} が最小となる r を採用することで、適切な三角形分割を得ることができるようになる。

5. まとめ

地図の補正に当たり、異方性区分近似モデルと誤差関数を定義し、これを用いて異方性ドロネー三角形分割を行う方式を開発した。位置参照点の変位を勘案することで、変位パターンに適合した分割を得、地図を正確に補正することができるようになる。実験により、本方式にて補正誤差が低減できることを示した。今後、種々のデータに対して検証を進めていく予定である。

文献

[1] 清水英範, 布施孝志, 森地茂: 古地図の幾何補正に関する研究, 土木学会論文集, Vol.625, No.IV-44, pp.89-98, 1999.

[2] 荒牧浩二, 冨田仁志, 鹿田正昭, 奥野亜紀, 黒瀬剛久, 村井光國, 遠藤岳史, 室啓朗, 岩村一昭：RTK-GPS によるリアルタイム地図更新のための大縮尺地図補正について, 応用測量論文集, Vol.15, pp. 51-56, 2004.

[3] 杉原厚吉：データ構造とアルゴリズム, 共立出版, 2001.

[4] 間瀬茂, 武田純：空間データモデリングー空間統計学の応用ー，共立出版, 2001.

[5] Frank J. Bossen, Paul S. Heckbert: A Pliant Method for Anisotropic Mesh Generation, 5th Intl. Meshing Roundtable, pp.63-76, 1996.