H-040

空間相関有限混合モデルによる画像分割
Image Segmentation Using Spatially Correlated Finite Mixture Models

長山 輔 † Tasuku NAGAYAMA　末松 伸朗 † Nobuo SUEMATSU　林 朗 † Akira HAYASHI　岩田 一貴 † Kazunori IWATA

1 はじめに

画像分割には様々な方法があるが，有力な方法の一つに，有限混合モデルを用いた方法がある．しかし，その最も単純な様式では，画素の位置情報を無視するため，ノイズを多く含む画像において分割精度が著しく低下する．この問題を軽減する方法として，画素毎に混合率の異なる Spatially Variant Finite Mixture Model(SVFMM) を用いる方法が提案されている [1, 2]．この方法では，混合率に空間相関を持つ事前分布を用いることで画素の空間相関を反映させている．本研究では，SVFMM の要素モデルである正規分布のパラメータに適切な事前分布を与え，画素に対するラベル付けの方式を変更することで得られる，より高精度な画像分割手法を提案する．

2 SVFMM

画素 v の値 x_v が

$$p(x_v|\Theta) = \sum_{c=1}^{C} \pi_{vc} N(x_v|\mu_c, \sigma_c^2) \tag{1}$$

に従うと仮定する．ここで，$\Theta = \{\pi_{vc}, \mu_c, \sigma_c^2 | v = 1, ..., V, c = 1, ..., C\}$ はパラメータ集合である．なお，π_{vc} は画素 v がクラス c に属する確率である．$N(x_v|\mu_c, \sigma_c^2)$ は，平均 μ_c，分散 σ_c^2 の正規分布の密度関数である．

2.1 EM アルゴリズム

SVFMM のパラメータは，EM アルゴリズムによる MAP (Maximum a posteriori) 推定により学習される．

まず，画素 v が属するクラスを示す隠れ変数

$$z_{vc} = \begin{cases} 1 & \text{画素 } v \text{ がクラス } c \text{ に属する} \\ 0 & \text{そうでない} \end{cases} \tag{2}$$

を定義する．そして，$X = \{x_v|v = 1, ..., V\}$，$Z = \{z_{vc}|v = 1, ..., V, c = 1, ..., C\}$ と定義すると，完全データ $\{X, Z\}$ に対する Θ の尤度は

$$p(X, Z|\Theta) = \prod_{v=1}^{V} \prod_{c=1}^{C} \{\pi_{vc} N(x_v|\mu_c, \sigma_c^2)\}^{z_{vc}} \tag{3}$$

である．

そして，$\log\{p(X, Z|\Theta)\}$ の Θ' が与えられた条件付き期待値

$$Q_{\mathrm{lik}}(\Theta|\Theta') = \sum_{v=1}^{V} \sum_{c=1}^{C} E[z_{vc}|\Theta'][\log(\pi_{vc}) + \log\{N(x_v|\mu_c, \sigma_c^2)\}] \tag{4}$$

を定義する．ここで，$E[z_{vc}|\Theta']$ は，z_{vc} の Θ' が与えられた条件付き期待値であり，

$$E[z_{vc}|\Theta'] = \frac{\pi'_{vc} N(x_v|\mu'_c, (\sigma'_c)^2)}{\sum_{l=1}^{C} \pi'_{vl} N(x_v|\mu'_l, (\sigma'_l)^2)} \tag{5}$$

となる．

そして，Θ の対数事後確率の条件付き期待値

$$Q_{\mathrm{MAP}}(\Theta|\Theta') = Q_{\mathrm{lik}}(\Theta|\Theta') + \log\{p(\Pi)\} \tag{6}$$

を定義する．ここで，$\Pi = \{\pi_{vc}|v = 1, \ldots, V, c = 1, \ldots, C\}$ であり，$p(\Pi)$ は Π の事前分布である．[1,2] では，画素の空間相関を反映させるために，この事前分布を MRF で定義している．EM アルゴリズムでは，式 (5) を評価する E-step と，式 (6) を Θ について最大化する M-step を交互に繰り返す．

M-step では，式 (6) の Θ に関する最大化を行うが，$M = \{\mu_c|c = 1, \ldots, C\}$ と $\Sigma = \{\sigma_c^2|c = 1, \ldots, C\}$ に関する最大化は，Π とは独立に，従来の混合モデルと同様に解析的に行うことができる．M, Σ に関しては，結果的に式 (4) の最大化となり，最尤推定となる [1, 2]．

Π に関する最大化は，[2] では勾配射影法を用いているが，[1] では，

$$\frac{\partial Q_{\mathrm{MAP}}}{\partial \pi_{vc}} = 0 \tag{7}$$

から得られる 2 次方程式を解き，二次計画法を用いて $0 \leq \pi_{vc} \leq 1, \sum_{c=1}^{C} \pi_{vc} = 1$ という制約を満たす方法を提案し，それにより分割精度が向上することを報告している．

3 提案手法

3.1 事前分布

本研究では，M, Σ に事前分布を設定し，それらについても MAP 推定を行う．事前分布を設定する事で，M, Σ が不適切な値になる事を防げる．

Π, M, Σ が相互に独立であると仮定し，Π の事前分布は [1, 2] と同様に MRF により定める．

また，M の事前分布は

$$(m_1, ..., m_{C+1}) \sim \mathrm{Dir}(\alpha_1, ..., \alpha_{C+1}), \tag{8}$$

$$\mu_c = \sum_{c'=1}^{C} m_{c'} \tag{9}$$

と定める．ここで $\mathrm{Dir}(\alpha_1, ..., \alpha_{C+1})$ はディリクレ分布である．この事前分布の下では自動的に $\mu_1 < \mu_2 < ... < \mu_C$ となることに注意されたい．

† 広島市立大学大学院情報科学研究科

また，Σ の事前分布を

$$\sigma_c^2 \overset{\text{i.i.d}}{\sim} \chi^{-2}(\nu, \tau^2) \tag{10}$$

とする．ここで，$\chi^{-2}(\nu,\tau^2)$ は自由度 ν，スケール τ^2 のスケール付き逆カイ二乗分布である．

そして，式 (6) を

$$Q_{\mathrm{MAP}}(\Theta|\Theta') = Q_{\mathrm{lik}}(\Theta|\Theta') + \log\{p(\Theta)\}, \tag{11}$$
$$p(\Theta) = p(\Pi)p(M)p(\Sigma) \tag{12}$$

のように変更して，M-step において式 (11) の最大化を考える．

3.2 MAP 推定

式 (11) を最大化する Θ を MAP 推定で求める．Π に関しては，[1] と同じ方法を用いる．

M に関しては，$\frac{\partial Q_{\mathrm{MAP}}}{\partial \mu_c} = 0$ から得られる方程式が解析的に解けないので，勾配

$$\frac{\partial Q_{\mathrm{MAP}}}{\partial \mu_c} = \sum_{v=1}^{V} \frac{E[z_{vc}|\Theta'](x_v - \mu_c)}{\sigma_c^2} + \frac{\alpha_c - 1}{\mu_c - \mu_{c-1}} + \frac{1-\alpha_{c+1}}{\mu_{c+1} - \mu_c} \tag{13}$$

による最急上昇法を行って M を更新する．

Σ に関しては，$\frac{\partial Q_{\mathrm{MAP}}}{\partial \sigma_c^2} = 0$ から得られる

$$\sigma_c^2 = \frac{2\sum_{v=1}^{V} E[z_{vc}|\Theta'](x_v - \mu_c)^2 + \nu\tau^2}{\sum_{v=1}^{V} E[z_{vc}|\Theta'] + \nu + 2} \tag{14}$$

を用いて更新する．式 (14) は M に依存するので，一回の M-step で，M の最急上昇法による更新と Σ の式 (14) による更新を交互にある回数繰り返す．

3.3 ラベリング

画素 v にクラスをラベリングする際，[1] では，$E[z_{vc}|\Theta']$ が最大となるクラスをラベリングしている．

提案手法では，π_{vc} が最大となるクラスをラベリングする．π_{vc} は事前分布の影響を直接受けるので，分割精度が向上する．

4 実験

3 クラスの合成画像に対して標準偏差 0.1, 0.2, 0.3 の 3 段階のガウシアンノイズを加えた画像を，それぞれ 100 枚生成する．そして，生成したノイズ画像を分割する事によって提案手法の精度を評価する．Blekas の手法 [1]，ラベリングは提案手法と同様にして，その他は [1] と同様にしたもの (ラベリングのみ)，ラベリングは [1] と同様にして，その他は提案手法と同様にしたもの (事前分布のみ)，そして提案手法のそれぞれについて，画像 100 枚の平均正解率を求めた．結果を表 1 に示す．

表 1 より，提案手法はノイズレベルが高くても平均正解率が良く，高精度である事が分かる．また，「事前分布のみ」もノイズレベルが高くても平均正解率が良く，M, Σ に事前分布を設定すると，ノイズに対して強くなる事が分かる．そして，「ラベリングのみ」は Blekas の手法よりも平均正解率が良く，提案手法のラベリング方法が分割精度を向上させる事が分かる．

ノイズ画像の分割結果を図 1 に示す．図 1 を見ても，提案手法が高精度である事が分かる．

表 1　画像 100 枚の平均正解率 (%)

ノイズレベル	0.1	0.2	0.3
Blekas の手法	98.26	85.27	65.34
ラベリングのみ	99.57	98.50	85.50
事前分布のみ	99.53	98.10	96.69
提案手法	99.46	98.55	97.98

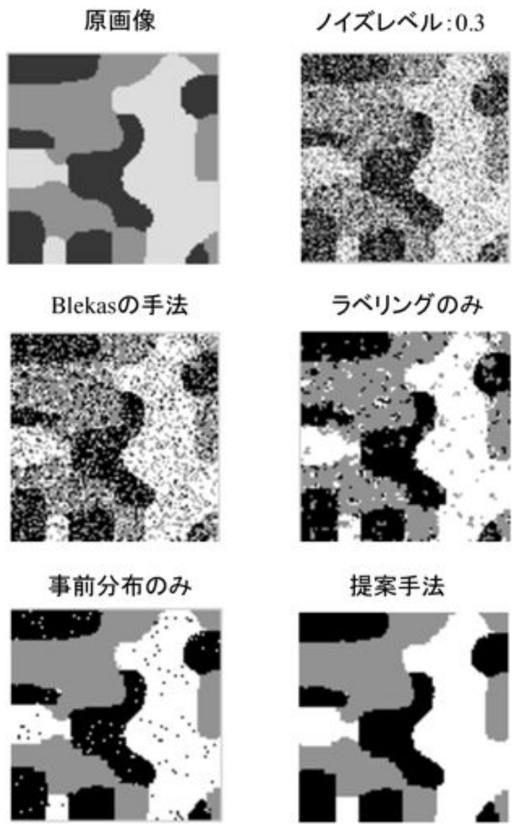

図 1　ノイズ画像の分割結果

5 まとめ

SVFMM の要素モデルである正規分布のパラメータに適切な事前分布を与え，画素に対するラベル付けの方式を変更することで得られる，より高精度な画像分割手法を提案し，ノイズ画像を分割する実験により，提案手法が高精度である事を示した．本研究では，与えた事前分布のパラメータについて議論できなかったので，今後，事前分布のパラメータの適切な値について調査し，分割精度を更に向上させたい．

参考文献

[1] K. Blekas, A. Likas, N. P. Galatsanos, and I. E. Lagaris. A spatially constrained mixture model for image segmentation. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 16(2):494–498, 2005.

[2] S. Sanjay-Gopal and Thomas J. Hebert. Bayesian pixel classification using spatially variant finite mixtures and the generalized em algorithm. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7(7):1014–1028, 1998.