

# キーワードオークションの Locally Envy-Free 均衡に基づく 支払額決定機構の提案

## A New Pricing Mechanism based on Locally Envy-Free Equilibria in Keyword Auction

山本 拓也†  
Takuya Yamamoto

伊藤 孝行†  
Takayuki Ito

### 1. はじめに

インターネットオークションは、低コストで大規模なオークションを行うことが可能であり、電子商取引の重要な一分野となっている[1]。また、人工知能の技術の有望な適用領域として、多数の研究が行われている。

インターネットオークションでは様々な財の取引が行われており、近年、キーワードオークションと呼ばれるオークションが注目されている。キーワードオークションは、Yahoo!, Google, MSNなどの検索エンジンで使われる検索連動型広告で使われるオークションである。検索連動型広告とはキーワードを検索した場合、検索結果のページの周囲に表示される、キーワードに関連した広告である。キーワードオークションは、検索連動型広告の掲載順位と支払額を決定するためのオークションである。キーワードオークションでは、広告主はキーワードに対して、自分の広告が1クリックされた時に支払ってよいと考える価値に基づく入札を申告する。基本的なメカニズムでは、入札額の高い順に掲載順位が決定され、支払額は、Generalized Second Price Auction(GSP)と呼ばれるオークション方式に基づいて、決定されている。

既存のキーワードオークションでは、広告主が合理的な戦略を取ることで、Locally Envy Free均衡と呼ばれる均衡に収束することが証明されている[2]。一般にキーワードオークション(GSP)は、支配戦略均衡がなく、真の申告も均衡戦略にならない。すなわち、一般のキーワードオークション(GSP)は収益は大きくなるが、必ずしも安定しているとは言えない。そこで本論文では、GSPにおけるLEF均衡に基づいて支払額を定義することで、安定な均衡点を持つGSPとしてLEF-GSPを新たに提案する。そして、安定な範囲で収益を最大化するような価格の決定方法を提案する。実験より、本LEF-GSPはVCGより収益が高いことを示す。

関連研究として櫻井らの論文[6]がある。櫻井らのアプローチでは、キーワードオークションにおける広告の掲載数に焦点が当てられている。そこでのプロトコルでは、入札額に応じて、社会的余剰を最大化する最適な掲載数を決定するオークションプロトコルが提案されている。

本論文では、まず、2. でオークションの背景となる知識について説明し、3. で提案プロトコルについて説明し、4. で提案プロトコルのシミュレーション結果を示し、5. でまとめる。

### 2. 準備

#### 2. 1 キーワードオークション

k個のスロットとn人のプレイヤーがいるとする。スロッ

トとは広告が掲載される位置を意味する。スロットは、それぞれclick-through rates(CTRs)  $\theta_i(\theta_1 \dots \theta_k)$ を持っている。CTRとは、広告が単位時間あたりクリックされる回数のことである。 $\theta_i$ はスロットiの広告が単位時間あたりクリックされる回数を示している。各プレイヤーは、それぞれ1クリックあたり  $v_i(v_1 \dots v_n)$  の評価値を持っているとする。プレイヤーiの入札額を  $b_i(b_1 \dots b_n)$  とする。 $g(s)$ は、あるプレイヤーがスロットsを割り当てられた事を意味する。スロットsを勝ち得たプレイヤーiの支払い額を  $p_s$  とする。またプレイヤーiの利益は  $\theta_s v_{g(s)} - p_s$  と表せる。

#### 2. 2 GSP: Generalized Second-Price auction

Generalized Second-Price auction(GSP)は一般にもっともよく使われるキーワードオークションである。GSPの割当と支払い額は以下の(A)及び(B)で決定される。

(A) 割当は入札額の高い順番でスロットが割り当てられる。

(B) 支払額は、スロットsの場合、スロットs+1が割り当てられたプレイヤーの入札額  $b_{g(s+1)}$  にCTR( $\theta_s$ )をかけた値になる。つまり式(1)になる。

$$p_s = \theta_s b_{g(s+1)} \quad (1)$$

#### 2. 3 VCG: Vickrey-Clarke-Groves Mechanism

VCG(Vickrey-clark-Graves)メカニズム[3][4][5]は、真の申告が支配戦略となる、最もポピュラーなメカニズムの一つである。VCGをキーワードオークションに採用すると、割当と支払額は以下の(C)及び(D)となる。

(C) 割当はGSPと同じく入札額の高い順番に割り当てられる。

(D) 支払額はプレイヤーiがいることによる、他の参加者の迷惑料を支払う。スロットsが割り当てられたプレイヤーiの支払額  $p_s$  は式(2)のように表される。

$$p_s = (\theta_s - \theta_{(s+1)}) b_{g(s+1)} + p_{(s+1)} \quad (2)$$

### 3. 提案プロトコル

#### 3. 1 Locally Envy Free 均衡

Locally Envy Free均衡とはGSPにおいて、あるプレイヤーiがスロットsを得たとする。そのスロットsより上のスロットs-1(式3)またはその下のスロットs+1を得ても利益が高くない状況(式4)を指す。つまり、今いるポジションが最も良い利益が得られるということである。

$$\theta_s v_{g(s)} - p_s \geq \theta_{(s-1)} v_{g(s)} - p_{(s-1)} \quad (3)$$

$$\theta_s v_{g(s)} - p_s \geq \theta_{(s+1)} v_{g(s)} - p_{(s+1)} \quad (4)$$

またLEF均衡では、評価値の高い順に安定的な割当ができる[2]。

†:名古屋工業大学

### 3.2 提案プロトコル(LEF-GSP)

本論文では、GSPにおけるLEF均衡に基づいて支払額を定義することで、安定な均衡点を持つGSPとしてLEF-GSPを新たに提案する。そして、安定な範囲で収益を最大化するような価格の決定方法を提案する。

提案プロトコルでは上記のLEF均衡を用いて割当と支払額を決定する。LEF均衡では割当は固定であるが、支払額はある範囲で決まる。

あるスロットsの支払額  $p_s$  の範囲は式(5)のようになる。

$$(\theta_s - \theta_{(s+1)})b_{g(s)} + p_{(s+1)} \geq p_s \\ \geq (\theta_s - \theta_{(s+1)})b_{g(s+1)} + p_{(s+1)} \quad (5)$$

最大額はスロットsが割り当てられるプレイヤーが、その値段以下なら今いるポジションが一番利益が高いことを示している。最低額はスロットs+1が割り当てられるプレイヤーが、その値段以下なら上のポジションの方が利益が高くなることを示す。本論文では、LEF均衡によって得られる範囲の最大額を支払額とする。

LEF-GSPの割当と支払額は以下の(E)(F)で決定される。

(E) LEF均衡の定義より評価値の高い順にスロットが割り当てられる。

(F) 支払額は、LEF均衡によって得られる範囲の最大額

$$p_s = (\theta_s - \theta_{(s+1)})b_{g(s)} + p_{(s+1)} \quad (6)$$

を支払額とする。また最後のスロットkの場合は  $\theta_k b_{g(k+1)}$  とする。

例 2個のスロットと3人のプレイヤーがいたとする。プレイヤー1の入札額を500円、プレイヤー2の入札額を300円、プレイヤー3の入札額を100円とし、スロット1のCTRを300、スロット2のCTRを100とする。この時のGSP、VCG、LEF-GSPにおける割当はプレイヤー1がスロット1を得て、プレイヤー2がスロット2を得て、支払額はそれぞれ以下の通りになる。

(GSPの場合)プレイヤー1が  $300 \times 300 = 90000$ 円、プレイヤー2が  $100 \times 100 = 10000$ 円。

(VCGの場合)プレイヤー1が  $(300-100) \times 300 + 10000 = 70000$ 円、プレイヤー2が  $(100-0) \times 100 + 0 = 10000$ 円。

(LEF-GSPの場合)プレイヤー1が  $(300-100) \times 500 + 10000 = 110000$ 円、プレイヤー2が  $100 \times 100 = 10000$ 円。

## 4. 評価実験

### 4.1 問題設定

提案プロトコルとGSPでの支払額をVCGで決定した支払額と比較し評価実験結果を示す。本実験では、プレイヤーを5人、スロットを3つとする。また簡単化のために入札額=プレイヤーの評価値とする。プレイヤーの入札額は一様分布[1, 100]からランダムに決定する。

またスロット毎のCTRを

設定A  $\theta_0 = 300, \theta_1 = 200, \theta_2 = 100$

設定B  $\theta_0 = 1000, \theta_1 = 200, \theta_2 = 10$

設定C  $\theta_0 = 1000, \theta_1 = 200, \theta_2 = 100$

設定D  $\theta_0 = 300, \theta_1 = 200, \theta_2 = 10$

設定E  $\theta_0 = 101, \theta_1 = 100, \theta_2 = 99$

の五種類によって比較する。

この設定で、スロットの設定毎に1000回のオークションを行い、提案プロトコルとGSPで得られる支払額をVCGで得られる支払額を1とした比率は表1のようになった。

表1: LEF-GSPとGSPのVCGとの比較

	LEF-GSP	GSP	VCG
設定A	1.254	1.300	1
設定B	1.363	1.053	1
設定C	1.290	1.097	1
設定D	1.407	1.178	1
設定E	1.011	2.133	1

### 4.2 評価実験の結果に対する考察

設定Aの場合、LEF-GSPとGSPに大きな差はでなかった。

設定B、設定C、設定Dの場合、CTRに大きな差があるため、上に残ろうという意思が強く働くためLEF-GSPを用いた支払額の決定方法がGSPより高くなっている。式(6)よりLEF-GSPはスロット毎の価値の差が大きければ支払額は増える。また下のスロットの支払額が増えると上のスロットの支払額にも影響してくるため、表1のような結果になった。

設定Eの場合、CTRにほとんど差が無いため、どのポジションにいてもあまり変わらないため、支払額は出来る限り最小に抑えようとする。そのため、LEF-GSPの支払額の決定方法とVCGに大きな差がなくなる。式(6)よりスロット毎の価値の差がわずかだと、支払額は少なくなり、またVCGに近づいていくことは明らかである。GSPは式(1)よりスロット毎の価値には依存しなく、入札額のみ依存するので、VCG、LEF-GSPよりも支払額は高くなる。

## 5. おわりに

本論文では、キーワードオークションを対象にし、新しい支払額の決定機構を提案した。提案プロトコルは、GSPにおける Locally Envy Free 均衡を使うことにより、プレイヤーが合理的に戦略を立てた時に、いくらまで支払えるかということに焦点を当て、最大で支払える額を導出した。そして、新しい LEF-GSP を提案し安定的な範囲内で収益を最大化した。その結果スロット毎に大きな価値の差がある時には、GSPよりも高い支払額、つまりサーチエンジン側の報酬が高くなることを確認した。

### 参考文献

- [1]横尾 真:オークション理論の基礎, 東京電機大学出版 (2006)
- [2]EDELMAN,B.,AND OSTROVSKY,M.,SCHWARZ,M. Internet advertising and the generalized second price auction :Selling billions of dollars worth of keywords. To appear in American Economic Review, 2006
- [3]Clarke,E.H. 1971.Multipart pricing of public goods.Public Choice 11:17-33
- [4]Groves,T. 1973. Incentives in teams.Econometrica 41:617-631
- [5]Vickrey,W.1961.Counterspeculation,auctions,and competitive sealed tenders.Journal of Finance XVI:8-37
- [6]Sakurai,Y.; Inoue,H.; Iwasaki,A.; Yokoo,M. 2007. A new Keyword Auction Protocol for Optimizing the Number of Advertisement Slots.