F-004

コストの変動する重み付きグラフにおける経路探索の為のグラフ分割手法の提案
Path Search for Weighted Graph with Cost Changes -Proposal of Graph Partitioning Method-

島影 秀征†　山口 崇志†　マッキン ケネス ジェームス†　永井 保夫†
Hideyuki Shimakage　Takashi Yamaguchi　Kenneth James Mackin　Yasuo Nagai

1. はじめに

近年、カーナビゲーションシステムや乗り換え案内サービスなど、地点間の経路決定を支援するシステムが広く普及している。

本稿では、テーマパークやイベント会場を回る際に、限られた時間内に目的の場所を如何に効率的に巡るかという問題に対する経路探索手法について検討する。ここで取り扱う問題は地点間の移動時間を最小にするという、最短経路問題の様な側面と、如何に多くの目的地を巡る事が出来るかという、ナップサック問題の様な側面を持っている。

提案する手法による定式化では、実問題を対象とした場合には粒度が細かい為に頂点の数が増加し、探索すべき問題空間が大きくなり、経路探索においては計算量が膨大になるという問題が考えられる。

コストの変動する重み付きグラフにおいて最短経路探索を行う場合、コストが変動する度に最短経路が変わる可能性がある。特にコストの分散値が高い辺は、最短経路の変動の原因になり易い。その為に本稿では、コストの分散値を基にしたグラフ分割を用いて問題空間を縮小するヒューリスティックな手法を提案する。

2. コストの変動する重み付きグラフ

施設、広場、分岐点、入口、出口等を頂点 v の集合 V 、各頂点間を繋ぐ通路を辺 e の集合 E 、各頂点間の混雑具合(混雑度)を考慮し、移動するのに掛かる時間を辺の重み(コスト) w の集合 W とした重み付き無向グラフ $G=(V,E,W)$ を作成する。この時、時間 t の経過によって混雑度がランダムに変動するようなグラフ G を、コストの変動する重み付きグラフと呼ぶ。ただし、頂点と辺の追加及び削除は発生しないものとし、グラフのトポロジーは変化しないこととする。

$$
\begin{aligned}
&|V| = n\\
&|E| = m\\
&|W| = m\\
&V = \{v_1, v_2, \cdots, v_n\}\\
&E = \{e_{ij}\} \quad i, j = 1,2,3\cdots,n\\
&W = \{w_{ij}\} \quad i, j = 1,2,3\cdots,n\\
&e = (v_i, v_j) \quad v_i, v_j \in V\\
&t = (1,2,3,\cdots,t\max)\\
&w_{ij}(t)
\end{aligned}
$$

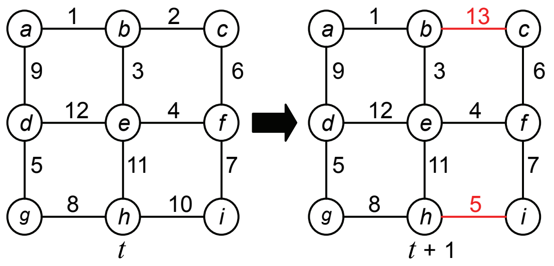

図 1: コストの変動する重み付きグラフ

図 1 は時間 t の経過によって、頂点 v_b 、 v_c 間の辺 e_{bc} の重み w_{bc} が 2 から 13、頂点 v_h 、 v_i 間の辺 e_{hi} の重み w_{hi} が 10 から 5 に変動している様子を示している。それぞれの状態について、全点間の最短経路探索を行う。時間 t において、頂点 v_e から頂点 v_c への最短経路は v_e 、 v_b 、 v_c 、時間 t+1 においては v_e 、 v_f 、 v_c と、最短経路が変動しているのが分かる。

3. 経路探索の為のグラフ分割手法の提案

連結な重み付き無向グラフ G を幾つかの部分グラフに分割することをグラフ分割という。

本稿ではグラフ分割を行なう手法として、代表的な階層クラスタリングアルゴリズムである単連結法(single linkage method)[1]を変形した手法を提案する。

提案するグラフ分割手法は以下のようなアルゴリズムである。

Step 1. 辺で接続された 2 頂点間を閾値 θ 以下の重み(非類似度)の小さな辺から順に併合していく。単連結法では同一のクラスタ内の頂点間は併合しないのに対し、提案手法では閾値 θ 以下の全ての頂点間を順に併合していく。各頂点間を併合する過程でデンドログラムの様な階層構造を獲得出来る。

Step 2. 各クラスタ内に k-カット[2]に接続されていない頂点が 2 つ以上ある場合、クラスタ内の k-カットに接続されていない頂点を一つに纏めた頂点を作成し、縮小グラフを作る。

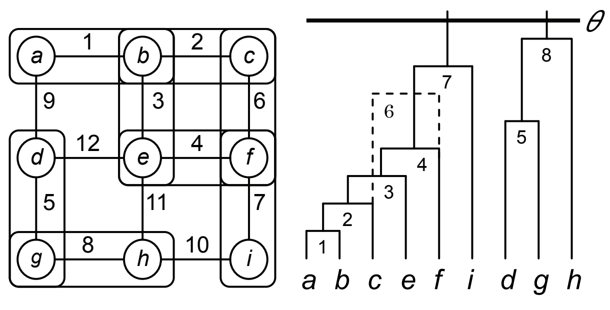

図 2: Step1 により併合されたグラフ (左) と獲得した階層構造を表した図 (右)

†東京情報大学 総合情報学部 情報システム学科
Department of Information Systems, Tokyo University of Information Sciences

図 2 は連結な重み付き無向グラフ G と閾値 $\theta=8$ が与えられた時、提案手法の Step1 を適用したことを表す図である。$w\leq 8$ となる辺に接続された 2 頂点が、w の昇順に併合され、2 つのクラスタに分割されている。

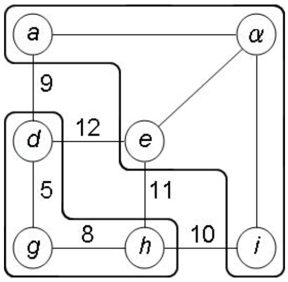

図 3: Step2 により縮小されたグラフ

図 3 は図 2 で分割されたグラフにおいて、提案手法の Step2 を適用したことを表す図である。頂点 v_b 、v_c 、v_f が新たに作成した頂点 v_α に纏められている。

本研究で検討する問題に、提案するグラフ分割手法を適用する場合、コストの分散値 σ に着目する。辺の重み w を、コストの分散値 σ とすることで、値の高い辺がコストの変動する重み付きグラフにおいて最短経路探索を行う際に最短経路の変動の原因になりやすい辺である事が分かる。逆に、コストの分散値 σ が低い辺は、最短経路の変動の原因になりにくい。

$$\sigma=\sum_{t=0}^{t\max}\left(w_{ij}(t)-\overline{w_{ij}}\right)$$

辺の重みをコストの分散値 σ として提案手法によるグラフ分割を行い、その後、*k*-カットに含まれない辺の重みはコストの平均値として固定し、*k*-カットに含まれる辺の重みだけをコストの変動に伴い変更する。これらによって各クラスタ内においては最短経路が固定され、コストの変動に伴う最短経路の再探索に掛かる時間が短縮出来ると考えられる。

提案手法では閾値 θ を高くすることでクラスタ数が減少し、より多くの頂点が纏められることによって、問題空間が縮小する。しかし、最短経路探索を行う場合、閾値 θ を高くすることによって正しい最短経路から大きく外れてしまうと考えられる。逆に閾値 θ を低くすることでクラスタ数が増加し、問題空間はあまり縮小されないが、最短経路のずれは小さくなると考えられる。その為、閾値 θ は両方のバランスが取れた値を設定する必要がある。

図 4、図 5、図 6 に本研究で検討する問題に、提案するグラフ分割手法を適用した例を示す。

図 4 はグラフ分割を行うコストの変動する重み付きグラフである。

図 5 は図 4 のグラフに対し、提案手法の Step1 を適用し、3 つのクラスタに分割されたことを表している。色付けされている頂点は *k*-カットに接続されている頂点である。

図 6 は図 5 の分割されたグラフから、提案手法の Step2 を適用し、各クラスタの *k*-カットに接続されていない頂点を一つに纏めた結果を表している。頂点 v_a 、v_b 、v_f 、v_m を頂点 v_α に、頂点 v_e 、v_j を頂点 v_β にそれぞれ纏めている。図 6 では、*k*-カットに含まれない辺の重みはコストの平均値、*k*-カットに含まれる辺の重みは時間 t におけるコストとなっているため、図 4、図 5 の辺の重みとは異なった数値になっている。時間 t の経過に伴い辺 e_{cd} 、e_{di} 、e_{gl} 、e_{hi} 、e_{kl} 、e_{no} の重みがそれぞれ変動する可能性がある。

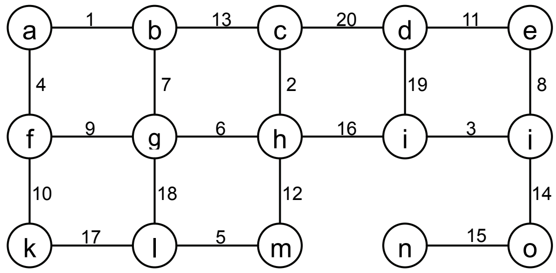

図 4:辺の重みをコストの分散値 σ としたコストの変動する重み付きグラフ

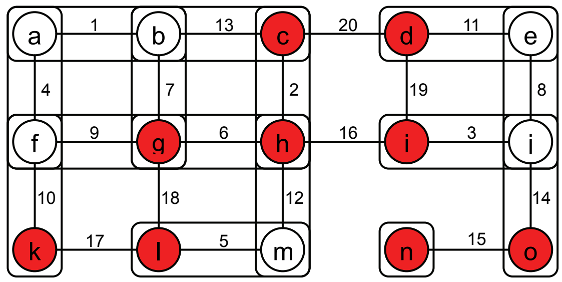

図 5: 図 4 のグラフに対して Step1 を適用したグラフ

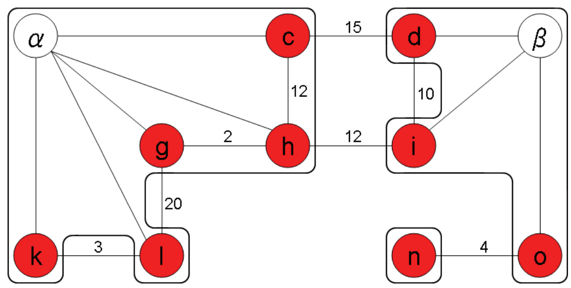

図 6: 図 5 のグラフに対して Step2 を適用したグラフ

4.おわりに

本稿では、テーマパークやイベント会場を回る際に、限られた時間内に目的の場所を如何に効率的に巡るかという問題に対する経路探索手法について検討し、コストの分散値を基にしたグラフ分割を用いて問題空間を縮小するヒューリスティックな手法を提案した。

今後は、本稿の提案手法によって縮小されたグラフにおける経路探索手法の具体的なアルゴリズムの検討及び、実験による提案手法の検証を行う予定である。

参考文献

[1]Rui Xu, Donald Wunsch II, “Survey of clustering algorithms”, IEEE Transactions on Neural Networks, Vol.16, No.3, pp.645-678, 2005

[2]Alan Frieze, Mark Jerrum, “Improved approximation algorithms for MAX k-CUT and MAX BISECTION”, Algorithmica, Vol.18, No.1, pp.67-81, 1997

[3]Vijay V. Vazirani, “Approximation Algorithms”, Springer, 2001 (邦訳: 浅野孝夫, “近似アルゴリズム”, シュプリンガー・フェアラーク東京, 2002 年)