CF-005

エージェントのタイプを用いた特性関数の簡略表記法に基づく制限付き提携構造形成問題

Parameterized Agent-Type based Coalition Structure Generation Problem

加藤 浩晃 * Hiroaki Kato　沖本 天太 * Tenda Okimoto　平山 勝敏 * Katsutoshi Hirayama

1. はじめに

提携構造形成問題 (Coalition Structure Generation, CSG) 問題 [5, 9] とは，あるエージェントの集合を社会的余剰が最大化されるように，いくつかの提携（グループ）に分割する問題であり，完全集合分割問題 [8] と等価な問題として知られている．CSG 問題は協力ゲーム理論の基本的な枠組みの一つであり，代表的な応用例として，分散経路決定問題 [6]，マルチセンサネットワーク [2]，排水処理システム [3] 等が挙げられる．CSG 問題はエージェントの集合及び，特性関数と呼ばれるブラックボックス関数の組により定義され，エージェントの部分集合を提携，その分割を提携構造と呼ぶ．各提携の利得は特性関数により与えられ，提携構造の利得は各提携で得られる利得の総和により与えられる．

以下，CSG 問題の簡単な例を示す．ある空港の免税店で働く 3 人の留学生がいるとする．劉さんと李さんは中国語，金さんは韓国語の同時通訳が可能とする．劉さんまたは，李さんが単独で勤務する場合は 20 万，金さんが単独で勤務する場合は 30 万の利得が得られるとする．また，任意の 2 名が同じ免税店で勤務する場合は 50 万，全員が同じ免税店で勤務する場合は 70 万の利得が得られるとする．このとき，空港会社が得る利得の総和が最大となるような提携構造を求める問題は CSG 問題として表現可能である．この例において，得られる利得が最大となる提携構造は劉さんと李さんが同じ免税店で勤務する提携と，金さんが単独で勤務する単独提携であり，得られる利得の総和は 80 万となる．

タイプ付き提携構造形成 (Coalition Structure Generation Based on Agents Types, $\mathrm{CSG_t}$) 問題 [7, 11] とは，エージェントのタイプ（能力）を用いた特性関数の簡略表記法に基づく CSG 問題である．従来の CSG 問題では，各提携の利得は特性関数により与えられることを仮定しているため，その表記量はエージェント数に対して指数関数的に増加するという問題があった．例えば，空港の免税店に関する CSG 問題の例では，空集合を除く $2^3 - 1 = 7$ 通りの提携に対して，得られる利得を記述する必要がある．$\mathrm{CSG_t}$ 問題 では，類似した能力をもつエージェントが複数存在するような状況を考え，エージェントのタイプを用いて特性関数を簡略表記している．特性関数の簡略表記法には，その他にも特性関数を論理的なルールの集合として簡略に表現した MC-nets [4] や，優加法性を満たす特性関数において，提携に属しているエージェント間に正の相乗効果がある提携の利得のみを記述する SCG [1] 等がある．

以下，空港の免税店の例を用いて $\mathrm{CSG_t}$ 問題を示す．3 人の留学生の同時通訳の能力に着目し，中国語の同時通訳が可能な劉さんと李さんをタイプ 1 のエージェント，韓国語の同時通訳が可能な金さんをタイプ 2 のエージェントとする．従来の CSG 問題では，7 通りの提携に対して利得を記述する必要があったが，$\mathrm{CSG_t}$ 問題では，タイプ 1 のエージェントが単独で勤務する場合は 20 万，タイプ 2 のエージェントが単独で勤務する場合は 30 万，タイプ 1 のエージェント 1 名とタイプ 2 のエージェント 1 名が同時に勤務する場合は 50 万，タイプ 1 のエージェント 2 名が同時に勤務する場合は 50 万，全員が同時に勤務する場合は 70 万のように，特性関数の表記量が 7 通りから 5 通りに簡略化可能である．

$\mathrm{CSG_t}$ を実問題へと適用する際，例えば，空港の免税店の例において，中国語と韓国語の同時通訳は 1 名までとし，2 グループに分かれて勤務すること等，提携内のエージェントのタイプ数や，提携構造内の提携数を制限するような問題を考えることはごく自然である．

本論文では，エージェントのタイプに基づく制限付き提携構造形成 (Parameterized Coalition Structure Generation Based on Agents Types, (α, k)-$\mathrm{CSG_t}$) 問題を提案する †．ここで，α は各提携における提携タイプ数を制限するパラメータ，k は提携構造における提携数を制限するパラメータを表す．(α, k)-$\mathrm{CSG_t}$ 問題では，パラメータ α 及び k により制限された，利得の総和が最大となるような提携構造を求めることが目的である．実験では，最適化ソルバーとして広く用いられている CPLEX を用いて，エージェント数，パラメータ α 及び k の値が異なる (α, k)-$\mathrm{CSG_t}$ 問題を求解する．

本論文は序論と結言を含めて全体を 6 章で構成している．次章では提携構造形成 (CSG) 問題について，3 章ではタイプ付き提携構造形成 ($\mathrm{CSG_t}$) 問題について概説する．4 章では各提携における提携タイプ数及び，提携構造における提携数を制限したエージェントのタイプに基づく制限付き提携構造形成 ((α, k)-$\mathrm{CSG_t}$) 問題を定義する．5 章では異なるパラメータにおける実験結果を紹介し，6 章では結論と今後の課題について述べる．

2. 提携構造形成問題

提携構造形成問題 (Coalition Structure Generation, CSG) 問題 [5, 9] とは，あるエージェントの集合を社会的余剰，すなわち，各提携で得られる利得の総和が最大化されるように，いくつかの提携に分割する完全集合分割問題である．CSG 問題は，$A = \{a_1, ..., a_n\}$ を

*神戸大学大学院海事科学研究科

†本論文は著者らの (α, k)-$\mathrm{CSG_t}$ 問題に関する先行研究 [10] をブラッシュアップし，大規模かつ詳細な実験結果を加えたものである．

エージェントの集合，$v : 2^A \to \mathbb{R}$ を関数（特性関数と呼ぶ）とし，以下に示すような組により定義される．

$$\mathsf{CSG} = \langle A, v \rangle \quad (1)$$

集合 A の部分集合 $C \subseteq A$ を提携，A の分割 $CS = \{C_1, ..., C_m\}$ を提携構造と呼ぶ．また提携 C で得られる利得（$v(C)$ と記述する）は特性関数により与えられ，提携構造 CS の利得（$V(CS)$ と記述する）は各提携 C_i $(1 \le i \le m)$ で得られる利得の総和により与えられる．

$$V(CS) = \sum_{C_i \in CS} v(C_i) \quad (2)$$

また，ある提携構造 CS が以下の条件を満たしているとき，CS は最適であるといい，CS^* と記述する．

$$\forall\ CS : V(CS) \le V(CS^*). \quad (3)$$

次に **CSG** 問題の定義を与える．

定義 1 (**CSG** 問題)**.**

- **入力：** 提携構造形成 $\mathsf{CSG} = \langle A, v \rangle$,
- **質問：** 最適な提携構造 CS^* をみつけよ．

序論で挙げた空港の免税店で働く 3 人の留学生の例を用いた $\mathsf{CSG} = \langle \{$ 劉, 李, 金 $\}, v \rangle$ 問題を考える．特性関数 v により与えられる各提携の利得は以下となる．

$$v(\{\text{劉}\}) = 20\text{万},\ v(\{\text{李}\}) = 20\text{万},$$

$$v(\{\text{金}\}) = 30\text{万},\ v(\{\text{劉}, \text{李}\}) = 50\text{万},$$

$$v(\{\text{劉}, \text{金}\}) = 50\text{万},\ v(\{\text{李}, \text{金}\}) = 50\text{万},$$

$$v(\{\text{劉}, \text{李}, \text{金}\}) = 70\text{万}.$$

この例における最適な提携構造は $CS^* = \{\{$ 劉 ,李 $\}, \{$ 金 $\}\}$ であり，CS^* によって得られる利得は $V(CS^*) = v(\{$ 劉, 李 $\}) + v(\{$ 金 $\}) = 80$ 万 となる．

3. タイプ付き提携構造形成問題

タイプ付き提携構造形成 (CSG based on Agent Types, CSG_t) 問題 [7, 11] とは，エージェントの類似したタイプを用いた特性関数の簡略表記法に基づく CSG 問題である．従来の CSG 問題では，各提携の利得は特性関数により与えられることを仮定しているため，その表記量はエージェント数に対して指数関数的に増加するという問題があった．例えば，空港の免税店で働く 3 人の留学生の例では，空集合を除く全ての部分集合，すなわち，$2^3 - 1 = 7$ 通りの特性関数を記述する必要がある．上田ら [7] は類似した能力をもつエージェントが複数存在するような状況を考え，エージェントのタイプを用いた特性関数の簡略表記法を提案している．以下，タイプ付き特性関数の定義を与える．

ある提携 C に関して，$n_C = \langle n^1_C, ..., n^t_C \rangle$ を C の提携タイプとし，各 n^i_C $(1 \le i \le t)$ は C に属するタイプが i のエージェント数とする．このとき，全ての提携タイプの集合を $A^t = \{\langle n^1, ..., n^t \rangle \mid 0 \le n^i \le n^i_A\}$ とし，エージェントの能力に関するタイプ付き特性関数は $v_t : A^t \to \mathbb{R}$ により定義される．空港の免税店で働く 3 人の留学生の例では，中国語の同時通訳が可能な劉さんと李さんをタイプ 1，韓国語の同時通訳が可能な金さんをタイプ 2 とすると，$A^t = \langle 2, 1 \rangle$ となる．

CSG_t 問題は，$A^t = \{\langle n^1, ..., n^t \rangle \mid 0 \le n^i \le n^i_A\}$ を全ての提携タイプの集合，$v_t : A^t \to \mathbb{R}$ をタイプ付き特性関数とし，以下に示すような組により定義される．

$$\mathsf{CSG}_t = \langle A^t, v_t \rangle \quad (4)$$

次に $\mathbf{CSG}_t$ 問題の定義を与える．

定義 2 ($\mathbf{CSG_t}$ 問題)**.**

- **入力：** タイプ付き提携構造形成 $\mathsf{CSG}_t = \langle A^t, v_t \rangle$,
- **質問：** 最適な提携構造 CS^* をみつけよ．

以下，$\mathsf{CSG_t}$ 問題の例を示す．空港の免税店で働く 3 人の留学生の例において，各留学生の同時通訳の能力に着目する．劉さんと李さんはどちらも中国語の同時通訳が可能であり，両者を一つのタイプとみなすことが可能である．中国語の同時通訳が可能な両者をタイプ 1，韓国語の同時通訳が可能な金さんをタイプ 2 とすると，特性関数 v_t により与えられる利得は以下となる．

$$v_t(<1, 0>) = \$20\text{万},\ v_t(<0, 1>) = \$30\text{万},$$

$$v_t(<2, 0>) = \$50\text{万},\ v_t(<1, 1>) = \$50\text{万},$$

$$v_t(<2, 1>) = \$70\text{万}.$$

この例において，利得の総和が最大となるのは，中国語の同時通訳 2 名と韓国語の同時通訳 1 名からなる提携構造であり，このとき，得られる利得は $v_t(<2, 0>) + v_t(<0, 1>)) = \$50\text{万} + \$30\text{万} = \$80\text{万}$ となる．

従来の CSG 問題では，エージェント数を n とすると，特性関数を表記するために $\Theta(2^n)$ の表記量を必要としている（全ての部分集合に対して特性関数を表記する必要があるため）．これに対して，$\mathsf{CSG_t}$ 問題では，エージェントのタイプ数 t が固定されている場合，特性関数の表記量は多項式のオーダとなり，最適な提携構造が $O(n^{2t})$ で求解可能となることが知られている [11].

4. 制限付き $\mathsf{CSG_t}$ 問題

エージェントのタイプに基づく制限付き提携構造形成 (Parameterized Coalition Structure Generation Based on Agents Types, (α, k)-$\mathsf{CSG_t}$) 問題とは，α を各提携における提携タイプ数を制限するパラメータ，k を提携構造における提携数を制限するパラメータとし，α 及び k により制限された $\mathsf{CSG_t}$ 問題である．(α, k)-$\mathsf{CSG_t}$ 問題において，$CS = \{C_1, ..., C_m\}$ を提携構造，C_j $(1 \le j \le m)$ を CS の各提携，$n_{C_j} = \langle n^1_{C_j}, ..., n^t_{C_j} \rangle$ を C_j の提携タイプとする．また，$\alpha = (\alpha_1, ..., \alpha_t)$ を t 次元ベクトル，k を非負整数とする．このとき，以下の条件を満たすような提携構造をパラメータ α 及び k により制限された提携構造と呼び，(α, k)-CS と記述する．

表 1: 実験 1 における得られた利得及び実行時間の平均値.（エージェント数：100, 300, 500）

エージェント数 100	$k=25$		$k=50$		$k=75$		$k=100$	
α	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]
$(50,50)$	10727	0.15	10909	0.11	10922	0.11	(10925)	(0.11)
$(35,35)$	10718	0.13	10899	0.11	10912	0.11	10915	0.11
$(20,20)$	10695	0.08	10881	0.06	10894	0.06	10897	0.06
$(5,5)$	10480	0.05	10755	0.05	10776	0.05	10779	0.04
エージェント数 300	$k=50$		$k=100$		$k=200$		$k=300$	
α	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]
$(150,150)$	10428	1.56	10569	1.21	10709	0.97	(10724)	(0.98)
$(100,100)$	10426	1.41	10567	0.75	10707	0.63	10723	0.62
$(50,50)$	10421	0.39	10563	0.37	10704	0.36	10720	0.35
$(25,25)$	10406	0.37	10552	0.34	10696	0.32	10713	0.32
エージェント数 500	$k=50$		$k=100$		$k=250$		$k=500$	
α	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]
$(250,250)$	10620	4.25	10626	3.12	10699	3.48	(10702)	(2.91)
$(200,200)$	10618	3.49	10622	2.25	10684	2.24	10698	2.08
$(150,150)$	10616	2.50	10621	1.95	10677	1.79	10692	1.60
$(100,100)$	10612	1.58	10618	1.09	10673	1.05	10688	1.01

- $n^i_{C_j} \le \alpha_i$ $(1 \le i \le t)$，かつ，$|CS| \le k$.

(α,k)-$\mathsf{CSG_t}$ 問題において，各提携における利得の総和が最大となるような最適な提携構造を (α,k)-CS^* と記述する．(α,k)-$\mathsf{CSG_t}$ 問題は以下のように定義される．

定義 3 ((α,k)-$\mathsf{CSG_t}$ 問題).

- **入力：** CSG_t，$\alpha=(\alpha_1,...,\alpha_t)$ 及び，非負整数 k,
- **質問：** 最適な提携構造 (α,k)-CS^* をみつけよ．

以下，(α,k)-$\mathsf{CSG_t}$ 問題の例を示す．空港の免税店で働く 3 人の留学生の例において，$\alpha=(1,1)$ 及び $k=2$ とする．CSG_t 問題では，利得の総和が最大となるような最適な提携構造は，中国語の同時通訳 2 名と韓国語の同時通訳 1 名が勤務する提携構造であり，得られる利得は $v_t(<2,0>)+v_t(<0,1>)) = \$80$ 万 であった．これに対し，(α,k)-$\mathsf{CSG_t}$ 問題では，最適な提携構造は中国語及び韓国語の同時通訳が各 1 名と，中国語の同時通訳 1 名が単独で勤務する場合で，このとき，得られる利得は $v_t(<1,1>)+v_t(<1,0>) = \$70$ 万 となる．

5. 実験

実験では，(α,k)-$\mathsf{CSG_t}$ 問題を整数計画問題として定式化し，最適化ソルバーとして広く用いられている CPLEX を用いて，エージェント数，パラメータ α 及び k の値が異なる (α,k)-$\mathsf{CSG_t}$ 問題を求解する．具体的には，以下の実験設定で最適な提携構造 (α,k)-CS^* の求解時間及び利得を調べた．特性関数によって得られる各提携タイプの利得は [0.10000] の範囲からランダムに決定し，実験結果は 50 インスタンスの平均値を表す．

- 実験 1：エージェントのタイプ数を 2 とし，エージェント数を $100, 300, 500$ とした (α,k)-$\mathsf{CSG_t}$ 問題．
- 実験 2：エージェント数を 50 とし，エージェントのタイプ数を $2,4,5$ とした (α,k)-$\mathsf{CSG_t}$ 問題．

表 1 及び表 2 に実験 1 及び実験 2 の結果を示す．表中の括弧内の値は，従来の CSG_t 問題おける最適な提携構造の利得及び，実行時間の平均値を表している．

表 1 の実験結果より，最適な提携構造で得られる利得及び実行時間の平均値はパラメータ α 及び k の値を小さくすると減少した．またパラメータ α 及び k の値は，利得よりも実行時間に大きな影響を与え，k より α の値に大きく依存することが分かった．さらに，これらの傾向はエージェント数を増やしても変わらなかった．

表 2 の実験結果より，最適な提携構造で得られる利得及び実行時間の平均値はパラメータ α 及び k の値を小さくすると減少した．ここでも，パラメータ α 及び k の値は，利得よりも実行時間に大きな影響を与え，k より α の値に大きく依存することが分かった．さらに，これらの傾向はタイプ数を増やしても変わらなかった．

以上より，パラメータ α 及び k は，利得よりも実行時間に大きな影響を与えることが分かった．さらに，実行時間はパラメータ k よりも α に大きく影響されること，これらの傾向はエージェント数やエージェントのタイプ数を増やしても変わらないことが分かった．最後に，実行時間はエージェント数よりも，エージェントのタイプ数に依存することが分かった．このことは，CSG_t 問題の計算量が $O(n^{2t})$ であり [7, 11]，エージェント数 n よりも，タイプ数 t に依存するからである．

6. 結言

本論文では，エージェントのタイプに基づく制限付き提携構造形成 ((α,k)-$\mathsf{CSG_t}$) 問題を定義した．実験では，(α,k)-$\mathsf{CSG_t}$ 問題を整数計画問題として定式化し，最適化ソルバー CPLEX を用いて，(α,k)-$\mathsf{CSG_t}$ 問題を解き，異なるパラメータにおける最適な提携構造 (α,k)-CS^*

表 2: 実験 2 における得られた利得及び実行時間の平均値（エージェントタイプ数：2, 4, 5）.

$\lvert\alpha\rvert = 2$	$k = 10$		$k = 20$		$k = 30$		$k = 40$		$k = 50$	
α	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]
$(25, 25)$	10911	0.07	11137	0.06	11245	0.06	11252	0.05	(11263)	(0.06)
$(20, 20)$	10901	0.06	11127	0.05	11238	0.05	11245	0.05	11256	0.05
$(15, 15)$	10892	0.05	11119	0.05	11226	0.04	11237	0.04	11248	0.04
$(10, 10)$	10835	0.04	11070	0.03	11154	0.03	11192	0.03	11204	0.03
$\lvert\alpha\rvert = 4$	$k = 10$		$k = 20$		$k = 30$		$k = 40$		$k = 50$	
α	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]
$(13, 13, 12, 12)$	10111	2.60	10149	1.97	10153	1.78	10153	1.82	(10153)	(1.89)
$(10, 10, 10, 10)$	10106	1.78	10145	1.45	10149	1.36	10149	1.39	10149	1.36
$(5, 5, 5, 5)$	10094	0.88	10135	0.86	10139	0.84	10139	0.88	10139	0.84
$(2, 2, 2, 2)$	10029	0.81	10086	0.86	10091	0.79	10092	0.81	10092	0.81
$\lvert\alpha\rvert = 5$	$k = 10$		$k = 20$		$k = 30$		$k = 40$		$k = 50$	
α	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]	利得	時間 [s]
$(10, 10, 10, 10, 10)$	10057	15.6	10067	13.2	10069	11.5	10070	11.8	(10070)	(12.4)
$(5, 5, 5, 5, 5)$	10051	8.3	10062	5.6	10065	5.2	10067	5.6	10067	5.4
$(2, 2, 2, 2, 2)$	10029	5.4	10044	5.2	10049	5.3	10050	5.2	10050	5.4

を求解した．実験結果より，(i) パラメータ α 及び k は，利得よりも実行時間に大きな影響を与えること，(ii) 実行時間はパラメータ k よりも α に大きく影響されること，(iii) これらの傾向はエージェント数やタイプ数を増やしても変わらないこと，(iv) 実行時間はエージェント数よりも，タイプ数に依存することが分かった．

今後の課題として以下の三つを挙げる．まず (α, k)-$\mathsf{CSG_t}$ 問題に特化した動的計画法に基づくアルゴリズムの開発が挙げられる．本論文では (α, k)-$\mathsf{CSG_t}$ 問題を整数計画問題として定式化し，最適化ソルバー $CPLEX$ を用いて最適解を求解したが，CSG や $\mathsf{CSG_t}$ に関する既存研究では，動的計画法に基づくアルゴリズムの有効性が示されている．次にパラメータ α 及び k を用いた理論的な解精度の保証に関する研究が挙げられる．最後に実問題への応用として，ナース・スケジューリング問題を考えている．具体的には，各看護師のスキル（婦長や新人等）をエージェントのタイプ，勤務グループを提携とみなすことにより，この問題は (α, k)-$\mathsf{CSG_t}$ 問題として定式化可能であると考えている．

参考文献

[1] V. Conitzer and T. Sandholm. Complexity of constructing solutions in the core based on synergies among coalitions. *Artificial Intelligence*, 170(6-7):607–619, 2006.

[2] V. Dang, R. Dash, A. Rogers, and N. Jennings. Overlapping coalition formation for efficient data fusion in multi- sensor networks. In *AAAI*, pages 635–640, 2006.

[3] A. Dinar, S. Moretti, F. Patrone, and S. Zara. Application of stochastic cooperative games in water resources. In *Frontiers in Water Resource Economics*, pages 1–20, 2006.

[4] S. Ieong and Y. Shoham. Marginal contribution nets: A compact representation scheme for coalitional games. In *ACM EC*, pages 193–202, 2005.

[5] T. Rahwan, S. Ramchurn, N. Jennings, and A. Giovannucci. An anytime algorithm for optimal coalition structure generation. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 34:521–567, 2009.

[6] T. Sandholm and V. Lesser. Coalitions among computationally bounded agents. *Artificial Intelligence*, 94(1-2):99–137, 1997.

[7] S. Ueda, A. Iwasaki, V. Conitzer, N. Ohta, Y. Sakurai, and M. Yokoo. Coalition structure generation in cooperative games with compact representations. *Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*, 32(4):503–533, 2018.

[8] D. Y. Yeh. A dynamic programming approach to the complete set partitioning problem. *BIT Computer Science and Numerical Mathematics*, 26(4):467–474, 1986.

[9] 横尾真, 岩崎敦, 櫻井祐子, and 岡本吉央. 協力ゲーム. **コンピュータソフトウェア**, 30(2):33–51, 2013.

[10] 加藤浩晃, 沖本天太, and 平山勝敏. エージェントのタイプに基づく制限付き提携構造形成問題. 2:473–474, 2019.

[11] 上田俊, 北木真, 岩崎敦, and 横尾真. 協力ゲームにおける特性関数のエージェントのタイプに基づく簡略表記法. **電子情報通信学会論文誌**, J94-D(11):1716–1728, 2011.