A-018

タブーサーチを用いた重み付きボロノイ領域の重み決定法とその応用

Determination of Weights of Generized Voronoi Regions Using Tabu Search and its Applications

小 野　勉[†1]　岩 崎 雄 介[†2]　金 川 明 弘[†3]
山 内　仁[†3]　宮 崎 茂 次[†4]

Tsutomu Ono,[†1] Yuusuke Iwasaki,[†2] Akihiro Kanagawa ,[†3]
Hitoshi Yamauchi [†3] and Sigeji Miyazaki [†4]

1. はじめに

平面上にあらかじめ母点と呼ばれる幾つかの点が与えられた時，母点が一つづつ含まれる領域に平面を分割し，各領域の中の点は平面上の全ての母点の中で領域の中にある母点に最も近いようにする．こうした領域をボロノイ領域[1)] と呼び，それを図に示したものをボロノイ図という．“ 近さ ”を表す距離尺度にユークリッド距離を用いると，ボロノイ図における各領域は多角形になる．ボロノイ図は，地理情報や都市経営において地域の施設配置（郵便ポスト，学校等）の分析などの処理に多く用いられてきた．また，生物の縄張りや結晶の構造など自然界に現れる形状のモデル化や，データマイニングなど広い適用例をもつ．また，各母点に重みを考慮した，重み付きボロノイ領域[2)] が考えられている．これは，重みの設定方法に関していくつか種類があり，その中で代表的なものに乗法重み付きや加法重み付きのボロノイ図があり，その応用例も報告されている．

2. 重み付きボロノイ領域

ボロノイ領域の一種の拡張として重み付きボロノイ領域が提案されている．これは各母点が異なる重みをもっているとの仮定の下で勢力範囲を構成するもので，より一般性が高い．

†1 （株） 両備システムソリューションズ
Ryobi System Solutions Corporation
†2 富士通テン（株）
Fujitsu Ten Corporation
†3 岡山県立大学情報工学部
Faculty of Computer Science and System Engineering, Okayama Prefectural University
†4 岡山大学大学院自然科学研究科
Okayama University Graduate School of Natural Science and Technology

重み付きボロノイ図にはいくつか種類があるが，本論文で対象とする加法重み付きボロノイ領域は以下のように定義される．

各母点に重み $w_1, w_2, \ldots, w_N$ を与え，正数 t を用いて表された領域

$$V_i^* = \{P \mid w_i + t \cdot d(P, P_i) \leq w_j + t \cdot d(P, P_j) \\ ; i \neq j,\ j = 1, 2, \ldots, N\} \qquad (1)$$

を母点 P_i に関する加法重み付きボロノイ領域と呼ぶ．通常のボロノイ図はその境界線が凸多角形を形成するが，加法重み付きボロノイ図の境界線は一般に双曲線となる．以下，加法重み付きボロノイ図を単に重み付きボロノイ図と呼ぶ．

2.1 包含子点数割合の評価

今，与えられた 2 次元平面領域内に，N 個の母点と n 個の子点が与えられているものとする．このとき，N 個の母点の重み付きボロノイ領域を定め，それぞれの領域 $V_i (i = 1, 2, \ldots, N)$ に含まれる子点の数をそれぞれ $m_1^*, m_2^*, \ldots, m_N^*$ とする．V_i に含まれる子点の数の割合 $p_i^* = m_i^*/n$ を考え，これを現状の比率と呼ぶ．N 個の現状の比率 $p^* = \{p_1^*, p_2^*, \ldots, p_N^*\}$ と，ある与えられた割合 $p = \{p_1, p_2, \ldots, p_N\} (\sum p_i = 1)$ との距離を考える．

このような 2 つの割合集合間の距離尺度 $Dist$ としてはさまざまなものが考えられるが，例えば，Kullback-Leibler 情報量をその一例としてあげることができる．

$$Dist = I(p^*, p) = \sum p_i^* \log \frac{p_i^*}{p_i} \\ = \frac{1}{n} \sum m_i^* \log \frac{m_i^*}{n \cdot p_i} \qquad (2)$$

を考えることができる．本論文では指定した状況と現在の状況との距離尺度として式 (3) を採用する．以下，この量を単に KL 情報量と呼ぶ．

この量は非負であり，$p_1 = p_1^*$ かつ $p_2 = p_2^*$ かつ

$\ldots$ かつ $p_N = p_N^*$ が成り立つときのみ $I(p^*, p)$=0 になる．例えば，$N = 3, n = 99$ として，母点の重みを $p_1 = p_2 = p_3 = 1/3$ と指定すると，最良の包含数は，それぞれ 33, 33, 33 となる．そのときの KL 情報量は 0 であり，これより小さくはできない．

3. TS を用いた母点重み決定法

本章では，母点に包含される子点の数が指定比率で与えられたとき，母点の重みを決定する方法について述べる．

組合せ最適化問題を解いているので，必ずしも理想的な値 $n \cdot p_i$ が実現できるとは限らない．TS に従い，要求を満足する距離尺度を許容最小距離尺度 $Dist^*$ とし，$Dist^*$ 以下の解なら，それを受容することとする．

3.1 TS の適用

重み付きボロノイ図において，指定比率を実現することは，各母点の重み $\{w_1, \ldots, w_N\}$ を決定する問題と考えることができる．

ここで，子点の総数が n であるとき，指定比率が p_i のときに各ボロノイ領域に含まれる理想的な子点の数は $n{\cdot}p_i$ である．また，子点それぞれが帰属する母点の領域は $\{B_1, B_2, \ldots, B_n\}$ で表現する．$B_j \in \{1, 2, \ldots, N\}$ ここで，　$j = \{1, 2, \ldots, n\}$ である．

タブーリストに N 個の重みの要素ベクトル $\{w_1, w_2, \ldots, w_N\}$ と子点それぞれが帰属する母点の領域の識別子 $\{B_1, B_2, \ldots, B_n\}$ と，遷移対象とする子点と母点の識別子とから構成する情報をタブーリストで管理する．

母点の重みを変化させる探索空間としては，子点が帰属する母点が 1 つだけ変化するような重みを変化させる量を単位量とする．

すると，遷移は，要素ベクトル $\{w_1, w_2, \ldots, w_N\}$ から異なる 2 つの要素 w_a, w_b を選び，新しい重み

$$w'_a = w_a + \Delta w(a, b) \tag{3}$$

$$w'_b = w_b - \Delta w(a, b) \tag{4}$$

を得られるよう定義できる．ここで $\Delta w(a, b)$ は正の数で，遷移量である．この遷移により領域 V_a は小さくなり，一般的に領域 V_a にある子点の数は減少傾向となる．同様に，領域 V_b は大きくなり，その領域にある子点の数は増加傾向となる．a を遷移元の母点，b を遷移先の母点と呼び，領域 V_b から領域 V_a へ遷移量 $\Delta w(a, b)$ だけの遷移を move $(b \to a; \Delta w(a, b))$ と記述する．

3.2 子点数の調整

遷移元の母点と遷移先の母点は，母点 i の領域 V_i にある子点の数の理論的な子点の数との差異 D_i により，いくつかの対象領域の候補を決める．

$$D_i = m_i^* - n \cdot p_i \tag{5}$$

で表せる．

ボロノイ領域の母点の領域が変化することで子点の数が変化することを考えるので，効率的な領域の組合せに絞り込むことができる．領域内にある子点の数を減らしたい母点 a の領域について，

$$\{D_a | D_i > 0\} \tag{6}$$

であり，減らした領域と，領域内にある子点の数を増やしたい母点 b の領域について，

$$\{D_b | D_i < 0\} \tag{7}$$

増やしたい領域が絞り込める．

以上のようにして対象領域となる母点の候補が得られる．候補は，遷移 move $(b \to a; \Delta w(a, b))$ により，最も距離尺度が小さいものを選択する．

4. 数　値　例

本章では，子点が偏った分布をしているとき，子点の指定割合を等しい値を指定した場合と異なる値を指定した場合について数値例を示す．

座標が，(0,0), (0, 100), (100,0), (100, 100) で囲まれた矩形領域において，母点数 5 個，それぞれの座標は (25,25), (75, 25), (50,50), (75, 25), (75, 75)，子点数 1000 個，それぞれの座標は乱数によって生成した問題に対する適用例を示す．

なお，本例においては，

TS の規定回数は 317 回，距離尺度としては，KL 情報量を採用し，許容最小距離尺度は，$I^* = 2.0 \times 10^{-6}$ とする．

5. 結　　言

タブーサーチを用いた重み決定法により得られる重み付きボロノイ領域の構成方法を提案した．この重み付きボロノイ領域は，与えられた子点重みの合計を与えられた割合に含むように分割することができる．

その特徴はタブーサーチを用いた点にあるが，探索の方法に独自の工夫があり，問題としては不自然なほど極端な指定比率も高い精度で実現できる．また，計算時間も比較的短い．

参　考　文　献

1) C. A. Rogres : *Packing And Covering*, Cambridge Univ. Press (1964)
2) 岡部篤行, 鈴木敦夫 : 最適配置の数理, 朝倉書店 (1992)