

A-014

通信量を低減した FDTD 並列計算による電磁波伝搬散乱のリアルタイム可視化 Real-time Visualization for Electromagnetic Wave Propagation and Scattering Using FDTD Parallel Computation with Reduced Communication Requirements

園田 潤[†]
Jun Sonoda

古賀 雅典[‡]
Masanori Koga

庄司 幸記[§]
Koki Shoji

1. まえがき

近年のパーソナルコンピュータ(以下, PC)の急速な性能向上により, 物理現象を PC 上で計算し可視化することが可能になっており, 様々な可視化ツールが開発されている. 電磁波においても, 伝搬, 散乱, 回折等の目に見えない現象を, 計算機上で可視化し定性的性質を把握することは教育や研究開発の現場では重要であり, いくつかの可視化システムが提案されている [1, 2, 3, 4].

電磁波の伝搬散乱のような時間領域の現象を解析する手法として, FDTD (Finite-Difference Time-Domain) 法 [5, 6] が広く利用されている. しかしながら, FDTD 法は計算量が多い手法であるため, 計算しながらその結果をリアルタイムで可視化することは困難であった. この計算時間の問題を並列計算により解決する方法がいくつか提案されている [7, 8, 9]. 特に, 複数台の PC をネットワーク接続した PC クラスタが, 導入の手軽さや低コストであること等から近年盛んに用いられており, 電磁波伝搬散乱の可視化においても, PC クラスタによる並列計算が有効であると考えられる.

PC クラスタのようなクラスタ型並列計算機で可視化を行うには, 各 PC に割当てた解析領域内の電磁界の計算結果を, 時間ステップ毎に 1 台の PC に集める必要がある. このことから, 通常の並列計算に比べ, 可視化に要する通信量が増加し全体の計算時間が増加する問題があり, 可視化も含めた FDTD 並列計算の研究はこれまで行われていなかった.

そこで論文では, クラスタ型並列計算機において, 通信量を低減した FDTD 法の並列計算により電磁波の伝搬散乱を高速・リアルタイムに可視化する簡易な手法を提案する. 本提案手法は, 通常の FDTD 計算で用いられる倍精度実数型変数 (8 バイト変数) を, 型変換により 1 バイト変数に変換することで可視化に要する通信量を 1/8 に低減する方法である. 本手法は, 通信量削減で考えられる圧縮・復元等の追加処理を必要としないため,

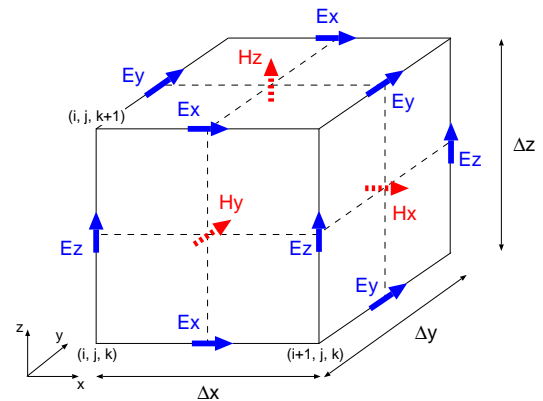


図 1: FDTD 法の空間分割格子

計算量の増加がほとんどなく通信量を低減できる利点がある. また, FDTD 計算には倍精度実数型変数を用いるので, 計算精度は低下しない.

2. 通信量を削減した FDTD 並列計算によるリアルタイム可視化

2.1 FDTD 法の基本原理

FDTD 法は, 式 (1), (2) のマクスウェルの方程式を空間および時間の 2 次精度中心差分で差分方程式に変換し, 時間毎に解析空間内の電磁界を計算する手法である.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2)$$

FDTD 法では, 解析領域を格子状に分割し, 図 1 のように格子上に電磁界の各成分を配置する. 例えば, 電界 E_x は $E_x(i + \frac{1}{2}, j, k)$, 磁界 H_x は $H_x(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2})$ のように互いに 1/2 セルずれた点に配置する. 時間についても同様に, 電界と磁界は $E^n, H^{n+\frac{1}{2}}$ のように 1/2 時間ずれた時間で定義される. 電磁界の表記は, $A_x^{time\ space}$ のように下付が空間, 上付が時間を表す.

以上の原理より, 式 (1), (2) のマクスウェルの方程式を差分方程式に変換すると, 例えば, 磁界 H_x について

[†] 仙台電波工業高等専門学校 電子工学科

[‡] 仙台電波工業高等専門学校 電子工学科 (現在, 日立製作所勤務)

[§] 仙台電波工業高等専門学校 電子工学科 (現在, 長岡技術科学大学在学中)

は，式 (3) の差分方程式が得られる．

$$\begin{aligned}
 H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}) &= H_x^{n-\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}) \\
 \frac{\Delta t}{\mu} \cdot \left[\frac{1}{\Delta y} (E_z^{n(i,j+1,k+\frac{1}{2})} - E_z^{n(i,j,k+\frac{1}{2})}) \right. \\
 &\left. - \frac{1}{\Delta z} (E_y^{n(i,j+\frac{1}{2},k+1)} - E_y^{n(i,j+\frac{1}{2},k)}) \right] \quad (3)
 \end{aligned}$$

ここで， Δx ， Δy ， Δz は x ， y ， z 方向の空間ステップであり， Δt は時間ステップである．他の電磁界の各成分も同様な差分方程式が得られる．

また，二次元問題として，TM 波 ($E = E_z k$ ， $H = H_x i + H_y j$) を考えると，式 (1)，(2) のマクスウェルの方程式は，式 (4)～(6) のような差分方程式に変換できる．

$$\begin{aligned}
 E_z^{n+1(i,j)} &= \frac{2\varepsilon(i,j) - \sigma(i,j)\Delta t}{2\varepsilon(i,j) + \sigma(i,j)\Delta t} \cdot E_z^n(i,j) \\
 &- \frac{2\Delta t}{2\varepsilon(i,j) + \sigma(i,j)\Delta t} \cdot J_z^n(i,j) + \frac{2\Delta t}{\Delta s(2\varepsilon(i,j) + \sigma(i,j)\Delta t)} \\
 &\cdot \left(H_y^{n+\frac{1}{2}(i+\frac{1}{2},j)} - H_y^{n+\frac{1}{2}(i-\frac{1}{2},j)} - H_x^{n+\frac{1}{2}(i,j+\frac{1}{2})} + H_x^{n+\frac{1}{2}(i,j-\frac{1}{2})} \right) \quad (4)
 \end{aligned}$$

$$H_x^{n+\frac{1}{2}(i,j+\frac{1}{2})} H_x^{n-\frac{1}{2}(i,j+\frac{1}{2})} - \frac{\Delta t}{\mu(i,j)\Delta s} \cdot \left(E_z^n(i,j+1) - E_z^n(i,j) \right) \quad (5)$$

$$H_y^{n+\frac{1}{2}(i+\frac{1}{2},j)} = H_y^{n-\frac{1}{2}(i+\frac{1}{2},j)} + \frac{\Delta t}{\mu(i,j)\Delta s} \cdot \left(E_z^n(i+1,j) - E_z^n(i,j) \right) \quad (6)$$

空間ステップ $\Delta s (= \Delta x = \Delta y = \Delta z)$ と時間ステップ Δt の決定指針は，一般に Δs は波長の $1/20$ 以下に設定する必要があり， Δt については CFL (Courant-Friedrich-Levy) 安定条件 [5] により式 (7) から決まる．式 (7) において， v は電磁波の伝搬速度である．

$$\Delta t \leq \frac{1}{v \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}} = \frac{\Delta s}{v \sqrt{3}} \quad (7)$$

このため，高周波で高誘電率の物質を扱う場合には，真空中に比べ波長が短くなるので， Δs および Δt を小さくする必要があるのであるため，使用メモリが多くなり計算時間も増加する．

FDTD 法に対して，CFL 安定条件に束縛されずに Δt を決定できる ADI FDTD 法 [10] が提案されており，計算時間を短縮することが可能である．しかしながら，(1) Δt を大きくすることによる計算精度の低下，(2) 交互領域陰解法の 2 段階の計算による計算量の増加，(3) アルゴリズムが複雑になることや並列計算への適用が困難に

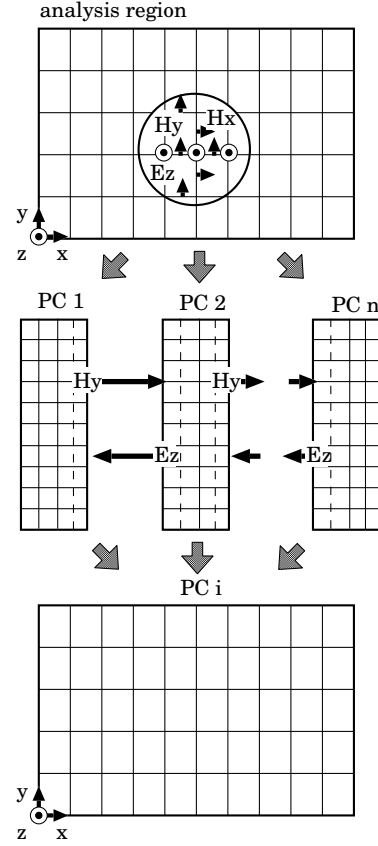


図 2: 可視化を含めた FDTD 並列計算による電磁界の計算と通信 (二次元 TM 波の場合)

なること等から，本研究では，ADI FDTD 法以上の高速化を実現でき，高速化しても FDTD 法と同一精度である並列計算による可視化の高速化を行う．

2.2 クラスタ型並列計算機における FDTD 法の並列計算

FDTD 法は領域分割型のアルゴリズムであり，並列計算に適していることから，様々なアーキテクチャの並列計算機による並列計算が試みられている．本研究で用いる PC クラスタやグリッド等のクラスタ型並列計算機における FDTD 法の並列計算では，図 2 に示すように解析領域を各計算機に分配し，電磁界の計算を各計算機で行い，時間ステップごとに計算機境界付近の電磁界の計算結果を計算機間で交換する必要がある．計算機間の境界におけるデータ送受信は，二次元 TM 波では電界 E_z と磁界 H_y の送受信を，三次元では電界 E_y ， E_z と磁界 H_y ， H_z の送受信を行う必要がある．このことから，計算機 1 台あたり時間 1 ステップあたりの計算量 n_{calc2D} ， n_{calc3D} は，FDTD 法の電磁界計算の計算量を n_{FDTD} ，通信量を n_{comm} ，解析領域を $N \times N$ ， $N \times N \times N$ ，使

用計算機台数を p とすれば、式 (8) のようになる。

$$\begin{aligned} n_{calc2D} &= n_{FDTD} + n_{comm} \\ &= \frac{3N^2}{p} + \frac{4N(p-1)}{p} \\ n_{calc3D} &= n_{FDTD} + n_{comm} \\ &= \frac{6N^3}{p} + \frac{4N^2(p-1)}{p} \end{aligned} \quad (8)$$

式 (8) より、使用計算機台数 p を増加させれば FDTD 法の計算量は減少するが、並列計算の通信量が増加するため、並列計算の効率は使用計算機台数 p の増加により低下する。

2.3 型変換により通信量を削減した FDTD 並列計算によるリアルタイム可視化

通常の FDTD 並列計算では、電磁界の計算に必要な電界と磁界の送受信を行うだけでよいが、クラスタ型並列計算機で可視化を行う場合には、図 2 に示すように、各計算機が計算した電磁界値を時間ステップ毎に 1 台の計算機に集める必要がある。例えば、電界 E_z の結果を可視化するためには計算機 1 台あたり二次元 TM 波では N^2/p 、三次元では N^3/p の通信量 n'_{comm} が増加する。このことから、可視化を含めた FDTD 並列計算に要する計算機 1 台あたり時間 1 ステップあたりの計算量 n'_{calc} は、式 (9) のようになる。

$$\begin{aligned} n'_{calc2D} &= n_{FDTD} + n_{comm} + n'_{comm} \\ &= \frac{3N^2}{p} + \frac{4N(p-1)}{p} + \frac{N^2}{p} \\ n'_{calc3D} &= n_{FDTD} + n_{comm} + n'_{comm} \\ &= \frac{6N^3}{p} + \frac{4N^2(p-1)}{p} + \frac{N^3}{p} \end{aligned} \quad (9)$$

FDTD 法の計算では、計算精度確保のため通常は倍精度実数型変数 (8 バイト変数) が用いられる。式 (9) で示したように、可視化のために計算機 1 台あたり二次元 TM 波では N^2/p 、三次元では N^3/p の通信が新たに生じる。このため、8 バイト変数のまま送受信を行えば、通信量増加により通信時間が増加し、計算時間も増加する。そこで論文では、可視化で用いる電磁界値を 8 バイト変数から 1 バイト変数に型変換することによりデータ送受信量を低減する簡易な手法を提案する。三次元では通信量が多くなることから、さらに通信量を削減し、格子点上の隣り合う 2 点の電磁界をまとめて 2 点分を 1 バイトとして送受信を行う。

本手法により、可視化のための通信量は二次元 TM 波では $1/8$ 、三次元では $1/16$ に低減でき、可視化に要する

表 1: 評価実験で使用した PC クラスタの仕様

CPU	Pentium4 3.0 GHz
memory	1 GBytes
NIC	Intel PRO1000 (1Gbps)
network switch	CentreCom GS924M
OS	Linux (kernel 2.6.12)
visualization (2D)	PGPLOT 5.2.2
visualization (3D)	OpenGL (GLUT 3.7)
message passing	MPI (mpich 1.2.7)
compiler	mpicc (gcc 4.0.3)

通信のための計算時間増加を低減できる。FDTD 計算には通常の 8 バイト変数を用いるので、計算精度は低下しない。

本論文で提案する通信量を低減した FDTD 並列計算によるリアルタイム可視化の時間 1 ステップあたりのアルゴリズムは、以下の ① から ⑦ のようになる。

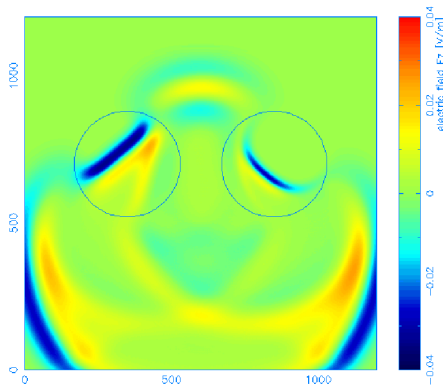
- ① 各計算機で電界を計算
- ② 境界上での電界を計算機間で送受信
- ③ 各計算機で磁界を計算
- ④ 境界上での磁界を計算機間で送受信
- ⑤ 電界 E_z (あるいは磁界) を 1 バイト変数へ型変換
- ⑥ 各計算機的全電界値 (あるいは磁界) を送受信
- ⑦ 全解析領域の電界 (あるいは磁界) を描画

通常の FDTD 法のアルゴリズムでは、① と ③ でよいが、FDTD 並列計算では ① から ④ を、可視化を含めた FDTD 並列計算では ① から ⑦ を時間ステップごとに行う。しかしながら、本手法はデータの圧縮・復元等を行わないため、計算量の増加はほとんどなく通信量を低減でき、計算時間を短くできる。

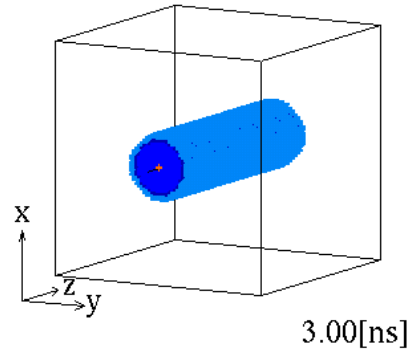
3. 評価実験

3.1 評価環境

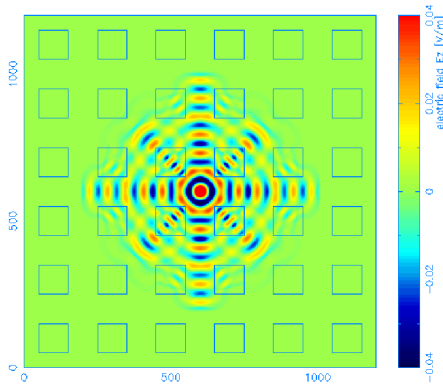
表 1 に評価実験で使用した PC クラスタのハードウェアとソフトウェアの構成を示す。本研究では、Pentium 4 3.0 GHz の PC 15 台を用いて並列計算を行う。各 PC 間は 1000 Base-T (NIC: Intel PRO1000) のネットワークで接続されている。PC 間の通信を行う並列計算ライブラリとして MPI (Message Passing Interface) の実装



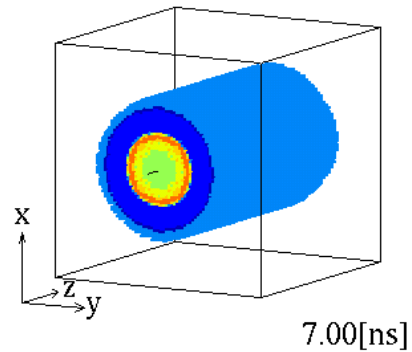
(a)



(a)



(b)



(b)

図 3: (a) 比誘電率の異なるふたつの円柱による電磁波の散乱 (左: $\epsilon_r = 3.0$, 右: $\epsilon_r = 9.0$, 半径 $a = 0.9\text{m}$, 12 ns 後), (b) 周期的に配列した四角柱による電磁波の散乱 ($\epsilon_r = 4.0$, 一辺 $L = 1.0\text{m}$, 7 ns 後)

図 4: 自由空間中の直線状電流源による電磁波の放射伝搬 (a) 3.0 ns 後, (b) 7.0 ns 後

である mpich 1.2.7 を用いる。可視化のためのグラフィックライブラリには二次元描画には PGPLOT 5.2.2 を, 三次元描画には OpenGL (GLUT 3.7) を用いる。

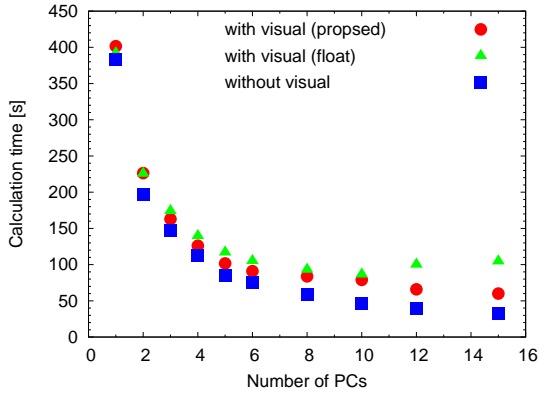
3.2 電磁波伝搬散乱の可視化例

図 3 に本手法を用いて可視化した二次元 TM 波における電波伝搬散乱の例を示す。図 3(a) は誘電率が異なる 2 つの円柱 (左: $\epsilon_r = 3.0$, 右: $\epsilon_r = 9.0$, 半径 $a = 0.9\text{m}$), 図 3(b) は周期的に配列された複数の角柱 ($\epsilon_r = 4.0$, 一辺 $L = 1.0\text{m}$) による電磁波伝搬散乱の, それぞれ 12 ns 後と 7 ns 後のスナップショットである。物体の周囲はいずれも真空である。解析パラメータは, 解析領域 $N \times N$ が 1200×1200 , セルサイズ $\Delta s = 0.005\text{m}$, 時間ステッ

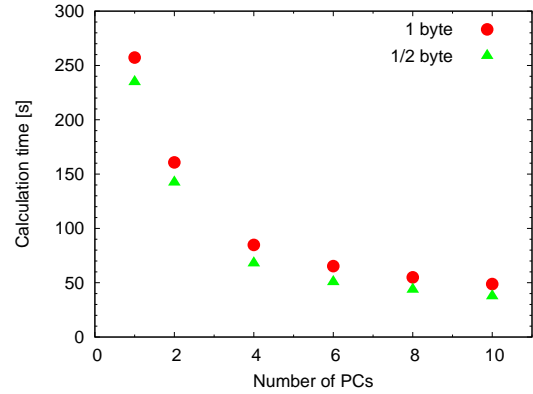
プ $\Delta s = 0.01\text{ns}$ とした。波源は直線状電流源とし, 図 3(a) は時間半値幅幅 2.5 ns のガウシアンパルス, 図 3(b) は周波数 1 GHz の正弦波とした。

図 3(a) より, 電磁波がふたつの円柱で散乱する様子や, 比誘電率の大きい円柱内部では電磁波の伝搬速度が遅くなることが確認できる。図 3(b) では, 周期的に配列された複数の角柱により, 電磁波は複雑な散乱をくり返しながら伝搬していく様子が分かる。通信量低減のために 1 バイト変数に変換し電界値を描画しているが, 図 3 の結果から 256 色でも実用上ほとんど問題ないといえる。

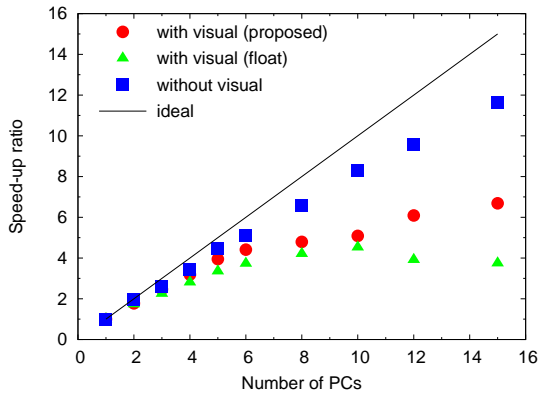
三次元可視化の例として, 図 4 に自由空間中 z 方向を向いた直線状電流源から放射される電磁波の伝搬を示す。解析パラメータは, 解析領域を $120 \times 120 \times 120$, セ



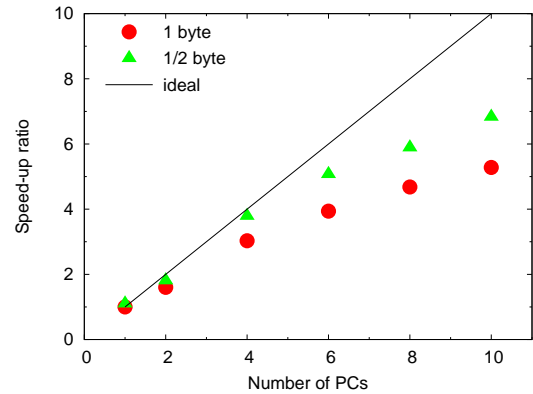
(a)



(a)



(b)



(b)

図 5: 図 3 の可視化に要する (a) 計算時間と (b) 速度向上比

ルサイズ $\Delta s = 0.01$ m, 時間ステップ $\Delta t = 0.01$ ns とし, 波源は時間半値幅幅 2.5ns のガウシアンパルスとした. 図 4 は, 直線状電流源からパルス放射後 3.0 ns 後と 7.0 ns 後の電界 E_z の空間分布を示す. 図 4 より, z 方向の直線状電流源より電磁波が放射され伝搬する様子が分かる.

3.3 計算時間と速度向上比

図 5(a) に図 3(a) の可視化に要した計算時間を示す. 図 5(a) の計算時間は, 時間 10 ns (1000 ステップ), 描画は 10 ステップに 1 回每行った場合の可視化を含めた全計算時間であり, 10 回の試行の平均値である. 本手法との比較として, 通常の FDTD 並列計算と, 4 バイト変数に型変換する手法の結果をあわせて示す.

図 5(a) より, PC 1 台使用時におおよそ 400 秒かかる計算が, 可視化を行わない通常の FDTD 並列計算では PC 15 台使用でおおよそ 30 秒で計算できるが, 4 バイト変数に変換する方法ではおおよそ 100 秒かかることが

図 6: 図 4 の可視化に要する (a) 計算時間と (b) 速度向上比

分かる. これは式 (9) に示したように, 可視化のために計算結果を 1 台の PC に集める通信量増加によるものである. 本論文で提案する 1 バイト変数に型変換する手法では, 15 台使用時におおよそ 60 秒で済み, 4 バイト変数に比べ計算時間を 43 % 短縮できることを確認した. 図 5(b) に図 5(a) の計算時間から求めた速度向上比を示す. 図 5(b) より, 計算機 1 台使用時には, 1 バイトに型変換する手法では 6.6 倍の速度向上比が得られるが, 4 バイトに型変換する手法では 3.8 倍の速度向上しか得られず, リアルタイム可視化において本研究の 1 バイトに型変換する手法は有効であると言える.

図 6(a) に図 4 の可視化に要した計算時間を示す. 図 6(a) の計算時間は, 時間 10 ns (1000 ステップ), 描画は 10 ステップに 1 回每行った場合の可視化を含めた全計算時間であり, 10 回の試行の平均値である. 図 6(a) において, PC 台数 p は FDTD 法の電磁界計算に使用した PC 台数であり, 可視化用の PC を他に 1 台使用し

ている．図 6(a) の結果より，二次元リアルタイム可視化で用いた 1 バイト変数に型変換する通信量削減手法と比較すると，さらに 1/2 に削減する手法により計算時間が短縮されることが分かる．PC10 台使用時の計算時間を比較すると，1 バイトに型変換する手法では おおよそ 50 秒であったのに対し，さらに 1/2 に削減する手法では おおよそ 40 秒であり，25%程度の計算時間短縮が見られた．図 6(b) に図 6(a) の計算時間から求めた速度向上比を示す．図 6(b) より，PC10 台使用時には，1 バイトに型変換する手法では 5.3 倍の速度向上比が得られるが，さらに 1/2 に削減する手法では 6.8 倍の速度向上比が得られ，三次元リアルタイム可視化において，可視化を含めた高速な FDTD 並列計算が可能であることを確認した．

4. むすび

本稿では，電磁波の伝搬散乱を高速・リアルタイムに可視化する手法として，通信量を低減した FDTD 法の並列計算による方法を提案した．本手法は，FDTD 法の計算で用いられる 8 バイト変数を 1 バイト変数に型変換する簡易な方法であり，データ圧縮・復元等の追加処理を必要としないため計算量はほとんど増加しない利点がある．二次元 TM 波の電磁波伝搬散乱の可視化問題について，PC 15 台を用いた PC クラスタにより本手法を評価した結果，PC 1 台使用時におおよそ 400 秒かかる計算がおおよそ 60 秒で済み，また，4 バイト変数を用いた通信量低減手法に比べ計算時間を 43 %短縮できることを示した．さらに，三次元の電波伝搬問題をより高速に可視化する方法として 1 バイト型変換をさらに 1/2 に削減した方法を提案し PC 10 台を用いた PC クラスタにより評価した結果，1 バイト型変換の手法より 23%削減できることを示した．

今後の展開として，GUI による解析対象のモデリングの効率化，視点切替や解像度向上等の 3 次元表示の高機能化，また，電磁気学や電磁波工学等の講義で使用し教育用可視化システムとしての有効性を評価すること等があげられる．

参考文献

- [1] M. F. Iskander, "Computer-Based Electromagnetic Education", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., vol.41, no.6, pp.920–931, June 1993.
- [2] C. Bachiller, H. Esteban, S. Cogollos, A. San Blas, and V.E. Boria, "Teaching of Wave Propagation Phenomena using MATLAB GUIs at the Universidad Politecnica of Valencia", IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol.45, no.1, pp.140–143, Jan. 2003.
- [3] W. Menzel, "Microwave Education Supported by Animations of Wave Propagation Effects", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., vol.51, no.4, pp.1312–1317, April 2003.
- [4] 前川耕一郎, 白井宏, "電磁界の可視化表現," 2008 信学総体, CS-1–12, March 2008.
- [5] K. S. Yee, "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media", IEEE Trans. Antennas and Propagat., vol.14, no.2, pp.302–307, May 1966.
- [6] A. Taflov, Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method, Artech House, Norwood, 1995.
- [7] V. Varadarajan and R. Mittra, "Finite-Difference Time-Domain (FDTD) Analysis Using Distributed Computing", IEEE Trans. Microwave and Guided Wave Lett., vol.4, no.5, pp.144–145, May 1994.
- [8] C. Guiffaut and K.Mahdjoubi, "A Parallel FDTD Algorithm Using the MPI Library", IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol.43, no.2, pp.94–103, April 2001.
- [9] 園田 潤, 木村功児, 佐藤源之, "マルチプロセス法によるグリッドにおける FDTD 並列計算の負荷分散," 信学論 (B), Vol.J89-B No.11 pp.2159-2161, Nov. 2006.
- [10] T. Namiki, "Investigation of Numerical Errors of the Two-Dimensional ADI-FDTD Method", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., vol.48, no.11, pp.1950–1956, Nov. 2000.