

容量制約付き p -メディアン問題に対する k -opt 局所探索法の性能評価 Performance Evaluation of k -opt Local Search for the Capacitated p -Median Problem

三宅 孝史¹⁾ 片山 謙吾¹⁾ 金原 一歩¹⁾ 岡野 傑士¹⁾ 西原 典孝¹⁾

Takafumi Miyake Kengo Katayama Kazuho Kanahara Takeshi Okano Noritaka Nishihara

1 まえがき

災害時の避難計画策定等の重要な応用を有する組合せ最適化問題の 1 つに容量制約付き p -メディアン問題 (Capacitated p -Median Problem, CPMP) があげられる。CPMP とは、容量が定められている施設を所定数開設し各顧客を開設施設に割当てるとき、その顧客から施設への距離の総和を最小化するように顧客を割当てる問題である。CPMP は p -メディアン問題 (p -Median Problem, PMP) を拡張したものである。

多くの組合せ最適化問題に対する有効な局所探索法として Lin と Kernighan による巡回セールスマン問題 [1] やグラフ分割問題 [2] に対する可変深度探索または (可変) k -opt 局所探索法 (k -opt Local Search, KLS) と呼ばれる解法が知られている。KLS は単純な近傍操作を連鎖的に行うことで生成される解集合を改めて大きな近傍とみなす局所探索法である。これまでに我々の研究では最大クリーク問題 [3] や 2 次割当問題 [4] などに対する KLS の研究を通して良好な結果が得られることを確認している。PMP についても 2005 年に Kochetov ら [5] が PMP に対する KLS を提案しており、その他の解法の研究 [6] も行われている。一方で CPMP に対する KLS の研究は知られていない。

本論文では CPMP に対する KLS を提案する。代表的なメタ戦略である遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, GA) 及び基本的な解探索手法である多スタート局所探索法 (Multi-start Local Search, MLS) の 2 つの枠組みの下で KLS の探索性能を評価し、その有効性を示す。

2 容量制約付き p -メディアン問題

2.1 p -メディアン問題 PMP

p -メディアン問題 (p -Median Problem, PMP) は、グラフ $G = (V, E)$ (ノード集合: V , 枝集合: E) が与えられ、 $|V|=n$ 個の施設候補のノード集合 $L(\subseteq V)$ から部分集合 $J(\subseteq L)$ を選択し、 $|J|=p$ 個の施設ノードから最短距離となる全顧客ノードのコストの和を最小とする p 個の施設ノードを決定する問題である。各顧客 $i \in V$ は、 p 個の施設の内、一つの施設 $j \in J$ に割当てられ、その割当コストは i から j までの距離となる。この割当コストを d_{ij} 、解を x とすると、PMP の目的関数と制約条件は以下の式 (1)~式 (5) によって表すことができる。

$$\text{目的関数} \quad \min f(x) = \sum_i \sum_j d_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{制約条件} \quad \sum_j x_{ij} = 1, \forall i \quad (2)$$

$$x_{ij} \leq y_j, \forall i, j \quad (3)$$

$$\sum_j y_j = p \quad (4)$$

$$x_{ij}, y_j \in \{0, 1\} \quad (5)$$

2.2 容量制約付き p -メディアン問題 CPMP

PMP に各施設が収容できる容量の制約を加えたものが CPMP である。CPMP では、式 (2)~式 (5) の制約条件に新たに以下の式 (6) の制約が加えられる。ただし C_j は施設 j の容量であり、 u_i はノード i の需要量を表す。

$$\text{容量制約条件} \quad \sum_i u_i x_{ij} \leq C_j, \forall j \quad (6)$$

3 CPMP に対する k -opt 局所探索法 (KLS)

一般的に KLS は単純な近傍操作を連鎖的に行うことで生成される解集合を改めて大きな近傍とみなす局所探索法である。本研究では単純な近傍操作として、解 s に対し各ノードに割当てられた施設番号を変更する *nodeshift* 操作と開設施設を変更する *medianshift* 操作を行う。これらの操作をそれぞれ連鎖的に適用することで k -opt *nodeshift* 近傍探索 (KNS) と k -opt *medianshift* 近傍探索 (KMS) を実現する。本研究では KNS と KMS を交互に行い、その両方で改善解が見つからなくなるまで探索を繰り返す。この局所探索法を KNS_KMS と表す。

図 1 に提案法 KLS (KNS_KMS) の擬似コードを示す。KLS は実行可能領域を探索する。KLS は外ループ (Lines 2–24) と内ループ (Lines 5–16) の 2 つのループ処理で構成する。*nodeshift* 操作による探索 (Lines 6–9) では解の評価値の改善量 g が最も大きくなるノード $i \in N$ と開設施設 $j \in M_o$ の組合せを求める。その後、解のサイクリングを防ぐためノード集合 N から i を削除する。*medianshift* 操作による探索 (Lines 10–13) も同様に開設施設 $i \in M_o$ と閉鎖施設 $j \in M_c$ の最適な組合せを求め、 M_o から i を、 M_c から j を削除する。このときの解 s の評価値が改善された場合、探索における最良解 s_{best} と最大の改善量値 g_{max} を更新する (Line 15)。KNS または KMS による処理の終了後、これらを交互に切り替える処理 (Lines 17–22) を行う。以上の処理を解の改善が行われなくなるまで繰り返す。

```

procedure  $k$ -opt-Local-Search( $s$ )
begin
  1  $nodeshift := true, medianshift := false, s_{best} := s;$ 
  2 repeat
  3    $g := 0, g_{max} := 0, N := \{1, \dots, n\};$ 
  4   set opened medians in  $s$  to  $M_o, M_c := N \setminus M_o;$ 
  5   repeat
  6     if  $nodeshift = true$  then
  7       find  $i, j$  with  $\max_{i \in N, j \in M_o} \delta_{i,j} := \text{ShiftGain}(i, j, s);$ 
  8        $N := N \setminus \{i\};$ 
  9     endif
 10    if  $medianshift = true$  then
 11      find  $i, j$  with  $\max_{i \in M_o, j \in M_c} \delta_{i,j} := \text{ShiftGain}(i, j, s);$ 
 12       $M_o := M_o \setminus \{i\}, M_c := M_c \setminus \{j\};$ 
 13    endif
 14     $s := \text{ShiftMove}(i, j, s), g := g + \delta_{i,j};$ 
 15    if  $g > g_{max}$  then  $s_{best} := s, g_{max} := g;$ 
 16    until  $M_o = \emptyset$  or  $M_c = \emptyset$  or  $N = \emptyset$ 
 17    if  $nodeshift = true$  then
 18       $nodeshift := false, medianshift := true;$ 
 19    endif
 20    if  $medianshift = true$  then
 21       $nodeshift := true, medianshift := false;$ 
 22    endif
 23    if  $g_{max} > 0$  then  $s := s_{best};$ 
 24    until  $g_{max} \leq 0$ 
 25    return  $s_{best};$ 
end

```

図 1 CPMP に対する k -opt 局所探索法の擬似コード

1) 岡山理科大学

4 KLS を評価する枠組みのアルゴリズム

4.1 多スタート局所探索法

多スタート局所探索法 (MLS) は、与えられた初期解に対して局所探索を行う、一連の処理を終了条件を満たすまで繰り返すアルゴリズムである。

4.2 遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズム (GA) は生物の遺伝及び進化のメカニズムを模倣した解探索手法である。pop 個の解による親集団に交叉・突然変異といった遺伝的操作を加え、pop 個の新たな解による子集団を生成し、親集団と子集団の中から次世代の親集団を選択し解を探索する。本研究では生成された解に対して局所探索を行う。

本研究での GA の大まかな手順は以下の通りである。

1. 初期解を pop 個生成し、それぞれの解に対し局所探索法を適用した解集団を親集団とする。
2. 交叉によって、pop 個の解からなる子集団を生成し局所探索を行う。
3. 2 で生成した子集団と親集団を含めた、pop×2 個の解から pop 個選択し、次世代の親集団とする。
4. 一定世代探索の停滞を観測した場合解を突然変異させ局所探索を行う。
5. 2~4 を定めた世代数繰り返す。

4.2.1 交叉

交叉は親集団の解を基に新たな解を生成する処理である。子は親集団からランダムに選ばれた 2 つの解を基に 2 つ生成される。各親の解において顧客ごとに施設番号が共通する場合は、その施設番号を子に継承する。共通の施設番号以外は、各親の施設番号から、上述の共通施設番号を含めランダムに開設施設数 p 個まで選ばれた施設番号の中からランダムに選び子に継承する。交叉によって実行不可能解が生成された場合は、修正法 [7] によって実行可能解へと修正する。

4.2.2 突然変異

突然変異は親集団の解に変化を与える処理である。本研究では $\frac{n}{p}$ 世代の間親集団の解の評価値平均が変化しなかった場合に突然変異を行う。突然変異では親集団内の解の中で最も評価値の良い解以外に対して容量制約を無視した局所探索を行い、得られた解が実行不可能解であった場合は交叉と同様に修正法 [7] を適用する。

4.2.3 選択

本研究における選択は親集団と子集団の中から評価値の良い順に pop 個を次世代に残す選択法とする。

5 実験結果

KLS の探索性能を評価するために実験を行った。比較解法は事前研究で性能が良好であった BINS_BIMS とした。BINS_BIMS は最良移動戦略に基づく nodeshift 操作による局所探索法 (Best Improvement Node Shift, BINS) と medianshift 操作による局所探索法 (Best Improvement Median Shift, BIMS) を組合せた解法である。実験では KNS_KMS 及び BINS_BIMS による局所探索を GA と MLS の枠組みの下で行い、得られた解の精度を評価した。ベンチマーク問題例として、取得可能な CPMP の問題例より、ノード数 100~402 の 6 例題を使用した。1 例題に対して 10 試行し、各試行の計算打ち切り時間は開設施設数 p 秒とした。計算機には CPU: Intel Core i7 3.6GHz, RAM:31.3GiB を使用した。なお得られた解 x の目的関数値の精度 (%) は $\frac{f(x)-f(x^*)}{f(x^*)} \times 100$ で求めた。ただ

し、 x^* は既知の最適解である。

表 1 に MLS, 表 2 に GA による実験結果を示した。各表は左列から順に問題例名, ノード数 n , 開設施設数 p , 各解法によって得た Best と Avg を示している。各局所探索法によって得た解の精度を Best と Avg ごとに比較し、より良好なものを太字で示した。

表 1 MLS による結果

	n	p	KNS_KMS		BINS_BIMS	
			Best(%)	Avg(%)	Best(%)	Avg(%)
SJC1	100	10	0.00	0.40	0.79	1.06
SJC2	200	15	0.49	0.92	0.69	1.17
SJC3a	300	25	2.00	2.87	2.37	3.20
SJC3b	300	30	2.34	3.65	2.29	3.44
SJC4a	402	30	3.06	4.80	4.43	5.20
SJC4b	402	40	3.18	4.76	3.48	4.63
平均			1.85	2.90	2.34	3.12

表 2 GA による結果

	n	p	KNS_KMS		BINS_BIMS	
			Best(%)	Avg(%)	Best(%)	Avg(%)
SJC1	100	10	0.00	0.00	0.00	0.00
SJC2	200	15	0.00	0.17	0.00	0.09
SJC3a	300	25	0.01	0.33	0.06	0.54
SJC3b	300	30	0.11	0.28	0.21	0.68
SJC4a	402	30	0.28	1.33	0.66	1.08
SJC4b	402	40	0.45	0.92	0.13	0.87
平均			0.14	0.51	0.18	0.54

実験結果より、MLS と GA 共に 6 例題の Best と Avg の平均において KNS_KMS が BINS_BIMS 以上の結果を算出していることを示した。

6 むすび

本論文では、CPMP に対する k -opt 局所探索法 (KNS_KMS) を提案し、MLS 及び GA の枠組みにおける探索性能を従来法 (BINS_BIMS) との比較により評価した。実験結果から、提案法が両枠組みにおいて従来法以上の結果を平均的に算出しており、その有効性を示した。今後の課題として、KLS の高性能化や遺伝的操作の改善による GA の高性能化などがあげられる。

謝辞

本研究の一部は JSPS 科研費 (基盤研究 (C) 19K12166) の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] S. Lin and B.W. Kernighan. An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem. *Operations Research*, Vol. 21, pp. 498–516, 1973.
- [2] B. W. Kernighan and S. Lin. An efficient heuristic procedure for partitioning graphs. *Bell System Technical Journal*, Vol. 49, pp. 291–307, 1970.
- [3] 金原一歩, 片山謙吾, 岡野傑士, 尾崎亮, 西原典孝, 舩曳信生. 最大クリーク問題に対する k -opt 局所探索法の改良. 電子情報通信学会論文誌 (A), Vol. J101-A, No. 10, pp. 260–264, 2018.
- [4] 岡野傑士, 片山謙吾, 金原一歩, 三宅孝史, 西原典孝. 即時移動戦略に基づく k -opt 局所探索法. 第 18 回情報科学技術フォーラム, 2019.
- [5] Y. Kochetov, T. Levanova, E. Alekseeva, and M. Loresh. Large neighborhood local search for the p -median problem. *Yugoslav Journal of Operations Research*, Vol. 15, No. 1, pp. 53–63, 2005.
- [6] M. G. C. Resende and R. F. Werneck. A fast swap-based local search procedure for location problems. *Annals of Operations Research*, Vol. 150, No. 1, pp. 205–230, 2007.
- [7] 三宅孝史, 金原一歩, 岡野傑士, 片山謙吾. 容量制約付き p -メディアン問題に対する修正アルゴリズムの検討. 平成 30 年度 (第 69 回) 電気・情報関連学会中国支部連合大会論文集, 2018.