CF-003

制約付きマッチングのためのデータ駆動型課税規則に関する研究

松下旦 * Akira Matsushita　池上慧 † Kei Ikegami　奥村恭平 ‡ Kyohei Okumura　冨田燿志 § Yoji Tomita　岩崎 敦 ¶ Atsushi Iwasaki

概要

Real-world matching markets often regulate the number of matches for specific groups or types of agents. In Japanese medical residency matching, for example, the policymaker (PM) restricts the number of doctors matched in urban areas in order to maintain the minimum standards for health care services in rural areas. This paper proposes a tax scheme that regulates matching outcomes to satisfy the upper and lower bound constraints in the transferable utility setup, extending Our framework enables the PM to (1) estimate agents' preferences merely from observed matching patterns and (2) compute the welfare-maximizing levels of taxes and subsidies that the PM must impose to satisfy the constraints. We prove that the unique optimal taxation can be easily obtained by convex programming. Moreover, we show how it performs better than the naive cap adjustment via simulation.

1　はじめに

マッチング市場において，過疎地域の病院を希望する研修医が少ないといった状況でマッチ結果に偏りが発生し，それをいかに調整するかは重要な問題である．中央集権的なマッチング市場があれば，政策担当者 (policymaker, PM) はマッチ結果に制約を課して調整できるようになっている [1]．このような制約付きマッチングに関する研究は計算機科学と経済学の間にまたがる学際的な研究課題として，注目を集めている．

一方で，求職市場などでは中央集権的な仕組みが存在せず，各人が分散してマッチしていることがある．例えば，高齢者の介護職の給与水準は一般に高くなく，十分な労働者を集められないため，慢性的な人手不足に陥っている．そこで，政策担当者は介護サービスの最低水準を満たすために介護職に労働者を集めたいが，分権的な市場では，制約付きマッチングで培われてきた中央集権的なメカニズムを適用しにくい．

そこで，政策担当者が税金や補助金を通じて参加者のインセンティブに間接的に影響を与えることを考える．例えば，都会の病院での勤務に税金を課し，介護職の給与に補助金を与えるのは，自然な試みであるが，どのようにこれらの額を決めるのかはほとんど吟味されていない．本研究では，データを元に政策目標を達成するのに最適な課税規則の計算手法を開発する．

本研究では，地域制約，つまり地域（もしくはグループ）それぞれに対してマッチ可能な数の上限と下限が存在するマッチング市場を考える [2]．また，マッチング市場の参加者がマッチした時，マッチしたパートナーと効用を譲渡できると仮定する [3]．このような効用の譲渡は就職市場における給与や大学入試における奨学金といった形で行われる [4]. さらに，政策担当者が観察できる属性が同じ個人が異なる行動をとることをモデル化するため，それぞれの参加者は「観測されない異質性」をもつと仮定する [5]．これにより政策担当者はそれぞれの参加者の観測可能な属性から参加者の選好を推定できるようになる．その結果，新しい課税規則を採用したときに，社会的余剰やマッチ数などに関する反実仮想的な分析が可能になる．

ただ残念なことに，ある課税規則がもたらす効果を反実仮想的に求められたとしても，どのような課税規則を作ればよいかがすぐにわかるわけではない．実際，政策担当者は地域制約を満たしつつ，社会的余剰を最大化することを目的とするだろう．具体的には，効率的集計均衡 (Efficient Aggregate Equilibrium, EAE) を提案し，地域制約付きマッチング市場における凸最適化問題の解として特徴づける．その結果，EAE 上で，社会的余剰を最大化する課税規則が常に存在し，一意に定まることを示す．

さらに EAE を計算機実験で評価する．実験では，日本の研修医マッチングが扱う都市部と地方の病院間の人気の格差を模擬した例を構築した．日本の研修医マッチングでは，都市部の病院の受け入れ人数を制限することで地方の病院へ研修医が配属されやすいように調整している．提案手法では，研修医と病院に税金や補助金でインセンティブをつけることでこうした制限を間接的に実現する．計算機実験の結果，病院の定員を直接制限する方法より，提案手法の方が高い社会的余剰を達成することがわかった．

2　モデル

本節では，譲渡可能効用における地域上下限制約付きマッチングを定式化する．2 種類のエージェントを考える：I をワーカーの集合，J をジョブスロットの集合とする．ここではいったん I と J は有限とするが，後で無限集団への近似を

* 東京大学
† ニューヨーク大学
‡ 北西大学
§ サイバーエージェント
¶ 電気通信大学

考える．各ワーカー $i \in I$ がマッチできるのは最大で 1 つのスロット $j \in J$ である．もしワーカー i がマッチしなければ，i はアウトサイドオプション j_0 とマッチする．ワーカー i がスロット $j \in J_0 \coloneqq J \cup \{j_0\}$ とマッチした時，利得 $u_{ij} \in \mathbb{R}$ を得る．同じように，スロット $j \in J$ はワーカー i もしくはアウトサイドオプション i_0 とマッチする．スロット j はワーカー $i \in I_0 \coloneqq I \cup \{i_0\}$ にマッチした時，利得 $v_{ij} \in \mathbb{R}$ を得る．また，誰ともマッチしないときの利得をゼロに正規化する．

各スロット $j \in J$ は**地域** $z(j)$ に属する．Z を有限個の地域の集合とし，$Z \coloneqq \{z_1, z_2, \ldots, z_L\}$ for some $L \in \mathbb{N}$ と定義する．簡単のため，ワーカーにとってのアウトサイドオプション j_0 は地域 z_0 に属するとし，スロット j が地域 z に属する時，$j \in z$ if $z(j) = z$ と表記する．各地域 $z \in Z$ には上限 $\bar{o}_z \in \mathbb{R}_+$ と下限 $\underline{o}_z \in \mathbb{R}_+$ を課す ($\bar{o}_z \geq \underline{o}_z \geq 0$ および $\bar{o}_z \neq 0$)．つまり地域 z のスロットにマッチするワーカーの数は $\underline{o}_z$ 以上 $\bar{o}_z$ 以下にしなければならない．もし地域 z に上限を課さないときは，$\bar{o}_z = +\infty$ とする．同様に地域 z に下限を課さないときは $\underline{o}_z = 0$ とする．また，アウトサイドオプションには何の制約も課さないものとする：$\bar{o}_{z_0} = +\infty$ and $\underline{o}_{z_0} = 0$.

地域制約を満たすために，政策担当者は，人気の高い地域でマッチしたワーカーとスロットのペアに税金を課し，人気のない地域でマッチしたペアに補助金を与えるようにする．地域 z における税金を w_z とし，地域 z でマッチしている全てのペアは税金として w_z を政策担当者に支払う（逆に負の税金を補助金と解釈する）．

利得はマッチしたワーカーとスロットの間で**譲渡可能**とする．マッチしたペア (i, j) は働いた結果，余剰 $\Phi_{ij} \in \mathbb{R}$ を生み出す．スロット j とマッチした i の効用を u_{ij} とし，ワーカー i とマッチした j の効用を v_{ij} とする．これらの効用はワーカー i と地域 z に属するスロット $j \in J$ が生み出した余剰から税金を引いた純余剰を分け合うことで決まる，すなわち $\tilde{\Phi}_{ij} \coloneqq \Phi_{ij} - w_z = u_{ij} + v_{ij}$. これらの値 u_{ij} と v_{ij}，つまり, 純余剰をどのように分け合うかを決めるのはお互いの交渉力によるが，事前に合意して決まっているものとする．また，各スロットは企業などが所有しているので，スロットはワーカーに対する選好をもつ．

マッチングとは誰と誰がマッチするかを表すもので，0-1 ベクトル $d = (d_{ij})_{ij}$ と表し，$d_{ij} = 1$ となるのは i と j がマッチしたときに限る．マッチング d が**実行可能** (feasible) とは，人口制約 (population constraints) と地域制約を満たすときである．人口制約とは各ワーカー $i \in I$ が $\sum_{j \in J_0} d_{ij} = 1$ を満たし，各スロット $j \in J$ が $\sum_{i \in I_0} d_{ij} = 1$ を満たすことである．地域制約とは各地域 $z \in Z$ が $\sum_{i \in I} \sum_{j \in z} d_{ij} \in [\underline{o}_z, \bar{o}_z]$ を満たすことである．

次に**個別均衡** (individual equilibrium) [3] を定義する．u_i と v_j を i および j の均衡利得とする．

定義 1 (個別均衡)**.** 実行可能なマッチング d, 均衡利得 $(u, v) \in \mathbb{R}^{|I|} \times \mathbb{R}^{|J|}$, 税額 $w \in \mathbb{R}^L$ の組, $(d, (u, v), w)$ が**安定** (stable) とは，個人合理性を満たし，ブロッキングペアが存在しないときである．ここで, 個人合理性とは各 i について, $u_i \geq \tilde{\Phi}_{ij_0} \coloneqq 0$ が成り立ち，d において i がマッチしなければ等式が成り立つ．また，各 j について, $v_j \geq \tilde{\Phi}_{i_0 j} \coloneqq 0$ が成り立ち，d において j がマッチしなければ等式が成り立つ．ブロッキングペアが存在しないとは，各 i および j に対して, $u_i + v_j \geq \tilde{\Phi}_{ij}$ が成り立ち, d において i および j がマッチすれば等式が成り立つ．

個別均衡は文献 [3] における社会的余剰を最大化する割当問題の解である．しかし，政策担当者や研究者は個々人の選好を直接知ることはできない．代わりに，各人に関する年齢や収入といった情報を観察して税額を決めることになる．これを実現するために，次節で**集計均衡** (aggregate equilibrium) を導入し，参加者の情報から最適な課税規則を求められるようにする．

3　観察できない異質性と集計均衡

$X \coloneqq \{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$ を観察可能なワーカーのタイプの有限集合とする．各ワーカー $i \in I$ はタイプ $x(i) \in X$ に属する．同じように $Y \coloneqq \{y_1, y_2, \ldots, y_M\}$ をジョブスロットの観察可能なタイプの有限集合とする．各スロット $j \in J$ はタイプ $y(j) \in Y$ に属する．簡単のため，$i \in x$ を $x(i) = x$ および $j \in y$ を $y(j) = y$ と表す．さらに，x_0 および y_0 を “ヌルタイプ” とし，これらをアウトサイドオプション i_0 および j_0 のタイプとする．最後に，$X_0 \coloneqq X \cup \{x_0\}$ および $Y_0 \coloneqq Y \cup \{y_0\}$ をヌルタイプを含む全てのワーカーとスロットのタイプの集合とし，$T \coloneqq X_0 \times Y_0 \setminus \{(x_0, y_0)\}$ を全てのタイプのペアの集合とする．

政策担当者はワーカーとスロットのタイプのみを観察できる．ここで，2 人のワーカー i と i' が同じタイプ x をもち，政策担当者にとっては彼らがまったく同じに見えても，2 人の実際の選好は異なる意味での「観察されない異質性 (unobserved heterogeneity)」が存在する．

タイプ $y \in Y$ と地域 $z \in Z$ の関係は，タイプを企業や病院として，地域を複数の企業や病院をまとめる単位と考える．また，企業や病院内の職種や専門をタイプとしてもよい．企業であれば営業や経理，病院であれば内科や外科といった専門が考えられる．本論文では，タイプを企業，地域を企業を束ねるグループとする．

仮定 1 (地域制約 (Regional Constraint))**.** 各タイプ $y \in Y$ はただ 1 つの地域に属する．タイプ y が属する地域を $z(y) \in Z$ とする．

ここで，各タイプ x をもつエージェントは十分多いと仮定し，$n_x \in \mathbb{R}_{++}$ をタイプ-x のワーカーの比率を表す：$n_x \coloneqq c \cdot \#\{i \colon x(i) = x\}/(|I| + |J|)$ for some $c > 0$. 同様に m_y をタイプ y をもつエージェントの比率とする．マッチングはペア (x, y) が生起する確率として定義する：$\mu = (\mu_{xy})_{x,y} \in \mathbb{R}_+^{|T|}$.

マッチング μ が実行可能とは，人口制約と地域制約を満たすときである．人口制約は各ワーカーのタイプ $x \in X$ が $\sum_{y \in Y_0} \mu_{xy} = n_x$ を満たし，各スロットのタイプ $y \in Y$ が $\sum_{x \in X_0} \mu_{xy} = m_y$ を満たすことである．地域制約は各地域 $z \in Z$ が $\sum_{x \in X} \sum_{y \in z} \mu_{xy} \in [\underline{o}_z, \bar{o}_z]$ を満たすことである．

総余剰 $\tilde{\Phi}_{ij}$ は，i.i.d. な確率変数 ξ_{ij} に対して，$\tilde{\Phi}_{ij} - \xi_{ij}$ は個人のペア (i, j) に依存しないが，彼らの $x(i)$ および $y(j)$ に依存する．また，各 i と j が $x(i) = x$ および $y(j) = y$ となるとき，ξ_{ij} を 2 つの i.i.d. な確率変数 ϵ_{iy} と η_{xj} の和として表す．これらの総余剰の性質を独立性 (independence) および加法的分離性 (additive separability) と呼び，まとめると，

仮定 2 (独立性 (Independence))**.** それぞれの x と $i \in x$ に対して, 誤差項 ϵ_{iy} は確率分布 P_x から決まる. 同様にそれぞれの y と $j \in y$ に対して，誤差項 η_{xj} 確率分布 Q_y から決まる．これらの誤差項は全ての i と j に対して独立とする．

仮定 3 (加法的分離性 (Additive Separability))**.** 各タイプ x および y に対して，$\tilde{\Phi}_{ij} - \epsilon_{iy} - \eta_{xj}$ は全ての個人 $i \in x$ および $j \in y$ に関して一定とする．

また，誤差項 ϵ_{iy} および η_{xj} にフルサポートの下で滑らかと仮定する：各タイプ x および y に対して, その誤差項の累積確率分布 P_x および Q_y は連続的に微分可能である．さらに $\mathrm{supp}(P_x) = \mathbb{R}^{N+1}$ および $\mathrm{supp}(Q_y) = \mathbb{R}^{M+1}$ とする．

Example 1. 2 タイプのワーカーと 3 タイプのジョブがあるジョブマッチングを考える．ジョブは 2 つのカテゴリ (z_1, z_2) に分けられる．すなわち $|X| = 2, |Y| = 3, L = 2$. Φ_{xy} を

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{x_1y_1} & \Phi_{x_1y_2} & \Phi_{x_1y_3} \\ \Phi_{x_2y_1} & \Phi_{x_2y_2} & \Phi_{x_2y_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1.5 & 1 \\ 1.5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

とし，$\Phi_{ij} = \Phi_{xy} + \epsilon_{iy} + \eta_{xj}$ とする．ただし，ϵ_{iy} と η_{xj} はガンベル分布にしたがう．他の変数は以下の通りである：$n = (n_{x_1}, n_{x_2}) = (0.5, 0.5)$, $m = (m_{y_1}, m_{y_2}, m_{y_3}) = (0.3, 0.3, 0.4)$, $z(y_1) = z(y_2) = z_1$, $z(y_3) = z_2$, $\bar{o}_{z_1} = 0.5$, $\bar{o}_{z_2} = 0.4$, $\underline{o}_{z_1} = 0.1$, $\underline{o}_{z_2} = 0.05$.

ここまでの仮定を用いて，観測データとしてのマッチング結果と参加者の効用（誤差項分布に関する期待効用）を関連付ける．まず系統的効用 (systematic utilities) の概念を導入し，U_{xy} および V_{xy} を

$$U_{xy} \coloneqq \min_{i:\, x(i)=x} \{u_i - \epsilon_{iy}\},\; V_{xy} \coloneqq \min_{j:\, y(j)=y} \{v_j - \eta_{jx}\}, \tag{1}$$

と定義する．各タイプ $x \in X$ および $y \in Y$ に対して，$U_{xy_0} = V_{x_0y} = 0$ とする．

加法的分離可能性より，各個人 $i \in x$ および $j \in y$ に対して，$\tilde{\Phi}_{ij} - \epsilon_{iy} - \eta_{xj}$ はタイプ x および y のみに依存すると仮定する．さらに誤差項の分布は，各個人 $i \in x$ および $j \in y$ に対して，$\tilde{\Phi}_{ij} - \epsilon_{iy} - \eta_{xj} = U_{xy} + V_{xy}$ を満たすと仮定する．

次の補題 1 より，そのマッチング結果（観察したデータ）を均衡における参加者の選択の結果，つまり，観察できない異質性をともなう離散選択問題の結果として解釈することで，実際には観察できない参加者の効用を導く．

補題 1. 任意のワーカー $i \in I$ および任意のジョブスロット $j \in J$ に対して，u_i および v_j を

$$\begin{cases} u_i = \max_{y \in Y_0}\; U_{x(i),y} + \epsilon_{iy} \\ v_j = \max_{x \in X_0}\; V_{x,y(j)} + \eta_{xj}. \end{cases} \tag{2}$$

とすることができる．

補題 1 より U_{xy} と V_{xy} がタイプのペアにのみ依存する効用の一部として解釈できる．その結果，$U = (U_{xy})_{x \in X, y \in Y}$ および $V = (V_{xy})_{x \in X, y \in Y}, w = (w_z)_{z \in Z}$ とするとき，ワーカーとジョブスロットの余剰を

$$G(U) = \sum_{x \in X} n_x \cdot \mathop{\mathbb{E}}_{\epsilon_i \sim P_x} \left[\max_{y \in Y_0} U_{xy} + \epsilon_{iy} \right] \tag{3}$$

$$H(V) = \sum_{y \in Y} m_y \cdot \mathop{\mathbb{E}}_{\eta_j \sim Q_y} \left[\max_{x \in X_0} V_{xy} + \eta_{xj} \right] \tag{4}$$

と定義する．Daly-Zachary-Williams 定理 [6] より，

$$\frac{\partial}{\partial U_{xy}} \mathop{\mathbb{E}}_{\epsilon_i \sim P_x} \left[\max_{y \in Y_0} U_{xy} + \epsilon_{iy} \right] \tag{5}$$

$$= \Pr(i \text{ with type } x \text{ chooses type } y). \tag{6}$$

を得る．この値はタイプ y のスロットを選ぶタイプ x のワーカーの比に等しく，$(\partial G(U))/(\partial U_{xy})$ はタイプ x のタイプ y に対する需要となる．同様に，$(\partial H(V))/(\partial V_{xy})$ はタイプ y のタイプ x に対する需要となる．均衡ではワーカーとスロットの需要は等しくなる．G および H は誤差項の分布に関する期待値であり，これらの偏微分は実際に観察した，マッチング結果（タイプ x のワーカーがタイプ y のスロットとマッチする確率）と等しい．このように，観測データと参加者の効用を関連付ける．

これを用いて, 地域制約付き集計均衡 (aggregate equilibrium with regional constraints) を定義する．Φ_{xy} を $i \in x$ と $j \in y$ のマッチから得られる総余剰の観察できる部分とする．この Φ_{xy} は通常研究者がパラメトライズし，データから推定される．[5] は地域制約のないマッチング市場のデータから Φ_{xy} を推定する方法を提案している．以下では，そのようなデータが利用できると仮定して，Φ_{xy} が与えられるものとし，課税規則を設計する．

定義 2. $(\Phi_{xy})_{x,y}$ を所与とする．$(\mu, (U, V, w))$ が地域制約付き集計均衡であるとは以下の条件を満たすときである：

1. 人口制約; for any $x \in X, y \in Y$,

$$\begin{cases} \sum_y \mu_{xy} + \mu_{xy_0} = n_x \\ \sum_x \mu_{xy} + \mu_{x_0y} = m_y \end{cases}$$

2. 無ブロッキングペア; for any $x \in X, y \in Y$,

$$U_{xy} + V_{xy} \geq \Phi_{xy} - w_{z(y)}$$

3. 市場清算; for any $x \in X, y \in Y$,

$$\mu_{xy} = \nabla_{xy} G(U) = \nabla_{xy} H(V)$$

4. 地域制約; for any $z \in Z$,

$$\underline{o}_z \leq \sum_{y \in z} \sum_{x \in X} \mu_{xy} \leq \bar{o}_z$$

4 効率的集計均衡

集計均衡は一意に定まるとは限らない．なぜなら，税金の組み合わせによって，Example 1 に示すようにマッチ数を調整できるからである．そこで効率的集計均衡 (efficient aggregate equilibrium, EAE) という，制約がバインドしない地域には税金を課さないようにした集計均衡を定義する．

定義 3 (効率的集計均衡)**.** $(\mu, (U, V, w))$ が効率的集計均衡であるとは, それが集計均衡であり，かつ以下の条件を満たすときである：

5. 相補性条件; for any $z \in Z$,

$$w_z > 0 \implies \sum_{y \in z} \sum_{x \in X} \mu_{xy} = \bar{o}_z, \text{ and}$$
$$w_z < 0 \implies \sum_{y \in z} \sum_{x \in X} \mu_{xy} = \underline{o}_z$$

本研究の主たる結果は EAE が必ず存在し，一意に定まり，さらにその社会的余剰は集計均衡の間で最大化される．この結果は EAE を凸計画問題の解として特徴づけた定理 1 の系として導かれる．

定理 1. 総余剰 $\Phi \in \mathbb{R}^{N \times M}$ を所与とする．もし $(\mu, (U, V, w))$ が EAE ならば, $(U, V, \bar{w}, \underline{w})$ は最適化問題 (D) の解であり，μ は市場清算条件を満たす．ただし，$\bar{w}_z := \max\{0, w_z\}, \underline{w}_z := -\min\{0, w_z\}$ とする．逆にもし $(U, V, \bar{w}, \underline{w})$ が最適化問題 (D) の解であり，μ 市場清算条件を満たすなら, $(\mu, (U, V, w))$ は EAE である．

$$\text{(D)} \quad \left| \begin{array}{l} \displaystyle\min_{U, V, \bar{w}_z, \underline{w}_z} G(U) + H(V) + \sum_{z \in Z} \bar{o}_z \bar{w}_z - \sum_{z \in Z} \underline{o}_z \underline{w}_z \\ \quad \text{s.t.} \quad \forall x \in X, y \in Y, \\ \qquad\qquad U_{xy} + V_{xy} \geq \Phi_{xy} - \bar{w}_{z(y)} + \underline{w}_{z(y)}, \\ \qquad\quad \forall z \in Z,\ \bar{w}_z \geq 0,\ \underline{w}_z \geq 0 \end{array} \right.$$

系 1. EAE は常に存在し，一意に定まる．

(D) の双対問題は人口制約と地域制約のある社会的余剰を最大化する割当問題となる．その双対問題の最適解は主問題である (D) の解と強双対性より等しくなる．また，双対問題自体はどのように税金を課すかを制限しないので，地域への課税 $(w_z)_{z \in Z}$ は EAE においてあらゆる課税規則の中で社会的余剰を最大化する．

系 2. EAE は地域制約下の社会的余剰を最大化する．その課税規則はマッチしたペアのタイプに依存せず，どの地域でマッチしたかのみによって決まる．

定理 1 とそれに続く結果を用いることで，最適な課税規則を設計できる．例えば，地域制約なしの市場でどんなマッチが観察できたかのデータが利用できるとする．例 1 のようにガンベル分布ような誤差項の分布を仮定すると，観察した参加者の属性やマッチングの結果から総余剰 Φ_{xy} を推定できる．また，補題 1 よりワーカーとスロットの余剰を示す関数 G および H の形が決まるので，Φ, G, H を所与として，(D) を解けば，ワーカーとスロットの系統的効用である U と V, そして課税規則を表す w を決定できる．

Example 1 (Continued)**.** 図 1 の黄色の領域が集計均衡の集合を表す: この領域に含まれる (w'_1, w'_2) それぞれに対して対応する集計均衡 $(\mu, (U, V, w))$ が存在する．Panel (a) に社会的余剰の値に関する等高線を表し，Panel (b) に政策担当者の余剰（つまり税金と補助金の合計）を示す．とくに Panel (b) では, 補助金（負の税金）の総額が税金の総額より大きいとき, 負の余剰を記述している．Panel (a) の赤い点 $(w_1, w_2) = (0.5825, 0)$ が EAE を表しており，系 2 が示したように一意に定まり社会的余剰を最大化する．

参考文献

[1] Yuichiro Kamada and Fuhito Kojima. Efficient matching under distributional constraints: Theory and applications. *American Economic Review*, Vol. 105, No. 1, pp. 67–99, 2015.

[2] Masahiro Goto, Atsushi Iwasaki, Yujiro Kawasaki, Ryoji Kurata, Yosuke Yasuda, and Makoto Yokoo. Strategyproof matching with regional minimum and maximum quotas. *Artificial Intelligence*, Vol. 235, pp. 40–57, 2016.

[3] Lloyd S Shapley and Martin Shubik. The assignment game i: The core. *International Journal of game theory*, Vol. 1, No. 1, pp. 111–130, 1971.

[4] Alexander Kelso and Vincent Crawford. Job matching, coalition formation, and gross substitutes. *Econometrica*, Vol. 50, No. 6, pp. 1483–1504, 1982.

[5] Alfred Galichon and Bernard Salanié. Cupid's Invisible Hand: Social Surplus and Identification in Matching Models. *Review of Economic Studies, forthcoming*, 2021.

[6] Daniel McFadden. Econometric models for probabilistic choice among products. *The Journal of Business*, Vol. 53, No. 3, pp. S13–S29, 1980.

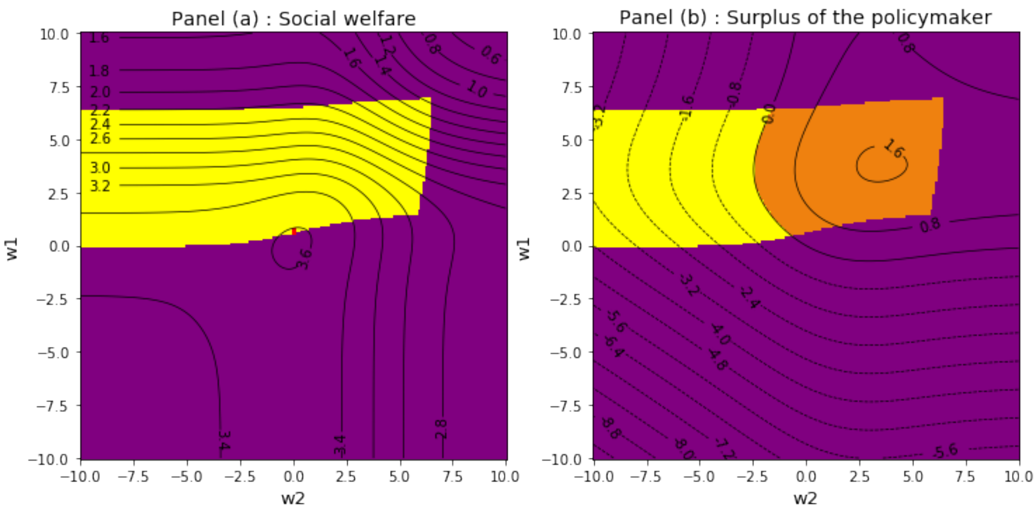

図 1: The vertical line is the tax (or subsidy if negative) on region z_1 and the horizontal line is the tax on z_2. In panel (a), the yellow region is the set of aggregate equilibria and the red point coincides with the EAE. In Panel (b), all the points in the orange region where the surplus of the policymaker is not less than zero are BBAE defined in Section 5.