

## 段階評価における属性間の分布構造差を捉える新たな距離指標の提案

萩田 碧偉<sup>1</sup> 山崎 綾一郎<sup>1</sup> 山岸 祐己<sup>1,2</sup> 笹本 和人<sup>3</sup> 青木 成樹<sup>4</sup>  
橋本 正洋<sup>4,5,6</sup>

<sup>1</sup> 静岡理科大学 <sup>2</sup> 浜松医科大学 <sup>3</sup> 静岡市

<sup>4</sup> マリンオープンイノベーション機構 <sup>5</sup> 法政大学 <sup>6</sup> 東京科学大学

## 1 はじめに

段階評価を用いた調査では、属性間の評価傾向の比較に平均値や相関係数といった局所的な統計量が多く用いられ、評価分布の全体的な形状に起因する構造的な違いは捉えにくいという課題がある。本研究では、分布の歪度や尖度といった高次統計量に着目し、ジャック=ペラ統計量 [1] の枠組みを応用した新たな疑似距離指標 (JB 距離) を提案する。実験では、地域幸福度調査の実データを用いた分析により、従来手法では把握しづらかった評価傾向の構造的差異を明示的に捉え、分布間の比較指標としての有効性を示す。

## 2 提案手法

提案手法は、2 つの分布の歪度と尖度という分布形状に着目し、その差異を疑似距離として定量化をする。本手法は、標本が正規分布に従うかを歪度と尖度から検定するジャック=ペラ統計量に着想を得ている。

$$JB = \frac{n}{6}S^2 + \frac{n}{24}(K - 3)^2 \quad (1)$$

提案指標である 2 つの分布  $X, Y$  における JB 距離は以下のように定義される。

$$D_{JB} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{n_{\text{eff}}}{12}}(S_X - S_Y)\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{n_{\text{eff}}}{48}}(K_X - K_Y)\right)^2} \quad (2)$$

ここで  $S$  は歪度、 $K$  は尖度、 $n_{\text{eff}}$  は  $X, Y$  のサンプルサイズの調和平均とする。

また、ジャック=ペラ統計量では、正規分布における歪度と尖度の分散の近似を重みとして用いるが、JB 距離では 2 分布に対応するため、これを 2 倍した重みを採用する。分散はサンプルサイズに依存するため、JB 距離は歪度・尖度差に信頼性の重みをかけた距離と解釈できる。一方で、これはサンプルサイズによるスケ-

リングがなされることを意味し、純粋な分布形状差としての比較を歪める恐れや、JB 距離間の比較を困難にする課題もある。

なお、本手法は距離の公理である三角不等式を常に満たすとは限らず、また正規分布を前提としたジャック=ペラ統計量を拡張したものであるため、他の分布に対しては推定的な性質を持つ点に留意が必要である。

従来手法に、歪度・尖度を含む中心モーメントを用いて分布差を測る  $CMD$  (Central Moment Discrepancy) [2] があるが、提案手法はパラメータ設定が不要で、計算が軽量かつ解釈も容易である点で、実務上扱いやすい指標といえる。

## 3 評価実験

## 3.1 JB 距離の検出力検証

JB 距離が統計的に有意な指標となり得るかを、並べ替え検定による検出力 (1 - 第 2 種の誤り  $\beta$ ) 推定で評価した。並べ替え検定は、帰無仮説の下でラベルを無作為に並べ替え、統計量の分布を構築して有意性を評価する方法であり、これを多数回繰り返すことで歪度・尖度差に対する検出力を推定できる。

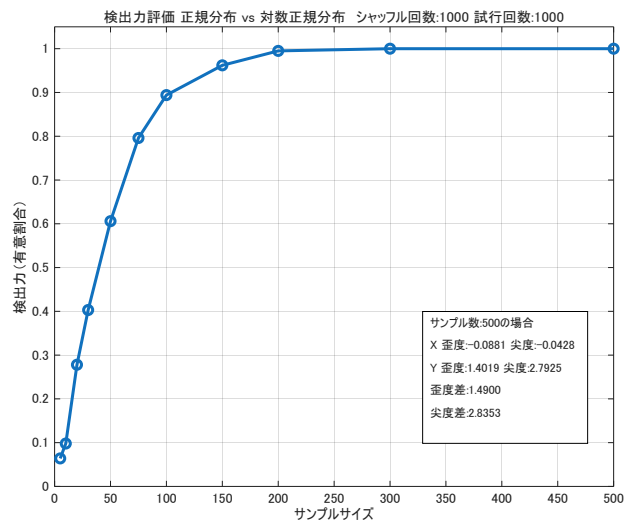


図 1: 正規分布と対数正規分布間での検出力推定

本実験では、条件下で生成したデータ  $X, Y$  について JB 距離を統計量とし、並べ替え 1000 回、第 1 種の誤り  $\alpha=0.05$ 、評価回数 1000 回として検出力を推定した。

Proposal of a New Distance Index to Capture the Distribution Structure Difference Between Attributes in Scale Evaluation

<sup>1</sup> Aoi HAGITA <sup>1</sup> Ryoichiro YAMAZAKI <sup>1,2</sup> Yuki YAMAGISHI <sup>3</sup> Kazuhito SASAMOTO <sup>4</sup> Shigeki AOKI <sup>4,5,6</sup> Masahiro HASHIMOTO

<sup>1</sup> Shizuoka Institute of Science and Technology

<sup>3</sup> Hamamatsu University School of Medicine

<sup>3</sup> Shizuoka City

<sup>4</sup> MaOI

<sup>5</sup> Hosei University

<sup>6</sup> Institute of Science Tokyo

その結果、歪度・尖度差が一定以上ある場合、サンプルサイズ 75~150 で望ましいとされる検出力 0.8 を超えることが確認された。一方、差が小さい場合は、サンプルサイズが増えても検出力の上昇は限定的であった。このことから、統計的有意性を確保するには、一定以上の分布形状差とサンプルサイズが必要であるといえる。

追加検証として、歪度・尖度いずれか一方にのみ差をもたせたデータで実験を行ったところ、歪度差 1 ではサンプルサイズ 100、尖度差 4 ではサイズ 500 から検出力が 0.8 を超えた。歪度には尖度の 2 倍の重みづけがされており、歪度の方が小さい差で検出力が得られるのは妥当だが、尖度では歪度の 4 倍の差が必要だった点から、検定過程において尖度の再現性が相対的に高く、検出力が低くなりやすい可能性がある。

また、後述する実データ実験でもそうであったが、質問紙調査等の段階数の少ない離散データでは、歪度・尖度差が先に述べた一定以上の分布形状差を超えないことも多く、検出力の観点からは課題が残る。

### 3.2 最適輸送距離との比較

静岡市が実施した、16 歳以上の市民 2305 名を対象とした、47 項目の地域幸福度に関する 5 段階満足度調査のデータを用いる。回答者は性別や年代などの属性（計 33 種）を持ち、それぞれの属性に対する評価分布をもとに、属性間の分布差を比較する。性別・年代など属性分類毎に距離行列を作成し、階層クラスタリングにより属性間の評価傾向を分析する。比較には、行列間の相関を測るマンテル検定と、クラスタリング結果の一致度を測る  $ARI$  (*Adjusted Rand Index*) を用いた。

$JB$  距離は、サンプルサイズを考慮した  $D_{JB1}$  と、 $n_{eff}$  を 1 に固定したサイズ非依存版  $D_{JB2}$  の 2 通りで算出し、いずれも階層クラスタリングを実施した。

マンテル検定の結果、最適輸送距離と  $D_{JB2}$  との間では全体的に相関が高く、多くが 0.8 以上、最も低い属性分類でも 0.57 であった。一方、最適輸送距離と  $D_{JB1}$  の相関はやや低く、一部で 0.3 近い値も見られた。最適輸送距離がサンプルサイズを考慮しないため、同様にサイズ非依存の  $D_{JB2}$  との高い相関は妥当であり、 $JB$  距離が歪度・尖度差に基づく疑似距離指標として有効であることを示唆する。一方、 $D_{JB1}$  との相関が低くなったのは、サンプルサイズによる信頼性の重み付けが分布差に影響を及ぼし、最適輸送距離との評価軸のずれを生じたためと考えられる。

$ARI$  による比較でも、最適輸送距離と  $D_{JB2}$  との間で高い一致度が確認された。 $D_{JB1}$  では、属性ごとのサンプルサイズが距離に影響するため、クラスタリング結果が異なる傾向が見られた。これらの結果から、分布形状の差異に基づく  $JB$  距離は、最適輸送距離と整合的な結果を示しつつ、異なる観点からの分析も可能で

あることが示された。

表 1: マンテル検定結果 (最適輸送距離 vs  $D_{JB1}$  /  $D_{JB2}$ )

属性群	vs $D_{JB1}$		vs $D_{JB2}$	
	相関係数	$p$ 値	相関係数	$p$ 値
全体 (33 種)	0.902	0.017	0.872	0.000
区別 (3 種)	0.547	0.670	0.574	0.669
性年別 (16 種)	0.341	0.005	0.855	0.000

表 2:  $ARI$  の比較結果 (最適輸送距離 vs  $D_{JB1}$  /  $D_{JB2}$ )

$k$	vs $D_{JB1}$				vs $D_{JB2}$			
	2	3	4	5	2	3	4	5
全体	0.16	0.30	0.31	0.31	1.00	0.30	0.61	0.54
区別	1.00	—	—	—	1.00	—	—	—
性年別	0.03	0.28	0.56	0.19	1.00	0.28	0.58	0.39

## 4 まとめ

本研究では、段階評価における属性間の評価傾向の差異を分布間で定量的に比較・構造化するため、歪度と尖度に基づく新たな疑似距離指標  $JB$  距離を提案した。並べ替え検定による評価では、一定以上の歪度・尖度差およびサンプルサイズがあれば高い検出力が得られることを確認した。また、実データを用いた比較により、 $JB$  距離が従来手法と整合性を持ちながらも、分布形状に基づいた独自の分析視点を提供できることを示した。今後は、実データへのさらなる適用を通じて、分布形状の差異が分析に与える意味合いや、他の統計量との統合的評価も検討していく予定である。また、本研究では、点数データに基づく分布形状の分析を行ったが、今後は評価の方向性を捉える連続的な指標への変換も視野に入れている。これにより、肯定的・否定的な傾向をより精緻に捉えることが可能となり、評価段階が限られたデータにおいても、より精緻な属性間の評価傾向差の可視化が期待される。

## 参考文献

- [1] Carlos M. Jarque and Anil K. Bera. Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics Letters*, Vol. 6, No. 3, pp. 255–259, 1980.
- [2] Werner Zellinger, Thomas Grubinger, Edwin Lughofer, Thomas Natschläger, and Susanne Saminger-Platz. Central moment discrepancy (cmd) for domain-invariant representation learning. In *5th International Conference on Learning Representations (ICLR)*, 2017.