

## 3次元マルチフラクタル解析法に向けた2次元マルチフラクタル解析法の拡張手法の検証 Verification of an Extension Method of Two-Dimensional Multifractal Analysis Toward Three-Dimensional Multifractal Analysis

高原 朗<sup>†</sup>  
Akira Takahara

佐藤 圭浩<sup>†</sup>  
Yoshihiro Sato

### 1. はじめに

近年、マルチフラクタル解析は医療画像[1]や土壌画像[2]、材料組織のSEM画像[3]など、様々な分野の画像に対し適応した例が報告されている。マルチフラクタル解析は、画像内の図形や画素構造の複雑さを定量的に評価することが可能である。宗像らは、自己組織化によって形成される機能性コンポジット材料に対し、2次元マルチフラクタル解析を用いて粒子の分散状態の定量評価手法を提案し有用性を確認した[3]。しかし2次元マルチフラクタル解析では、物性値との関連性を求めるには、3次元マルチフラクタル解析との関連付けが重要視される。既存研究でも3次元マルチフラクタル解析と物理的構造の関係性を明らかにする試みも進められている[1]。

3次元マルチフラクタル解析を実施するため重要な要素として、解析物の正確な3次元構造を取得することが必要である。しかし、スライス精度や深さによる信号減衰によって困難である。そこで、3次元構造体の2次元スライス画像から3次元マルチフラクタルスペクトルを推定することができれば、より高度な構造解析が可能になると期待できる。本研究では、自己組織化モデルの一つである3次元グレイスコットモデルの濃度分布を用いて、3次元構造のスライス位置による2次元マルチフラクタルスペクトルの揺らぎに対応するため、スライス厚の概念を取り入れた2次元マルチフラクタル解析手法を提案する。

### 2. グレイスコットモデルによるパターン形成

グレイスコットモデルの反応拡散方程式を式(1)、(2)に示す[4]。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = d_u \Delta u - uv^2 + F(1 - u) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = d_v \Delta v - uv^2 - (F + K)v \quad (2)$$

ここで、 $u$ 、 $v$ は2種の化学物質の濃度、 $d_u$ 、 $d_v$ は反応拡散係数、 $F$ は供給率、 $K$ は反応速度定数で、 $\Delta$ はラプラシアン演算子である。グレイスコットモデルにおける初期値は、2種の化学物質の濃度分布である。今回のシミュレーションでは、 $4 \times 4 \times 4$ の黒ボックス ( $v$ の濃度が相対的に高い領域)を  $150 \times 150 \times 150$ の区域にアトランダムに配置し、画像全体黒ボックス割合 ( $v$ の濃度割合)を0.4%とし、初期濃度分布を作成する。その初期画像に対し、10000回ステップラプラシアン計算を行い、3次元のグレイスコットシミュレーションボックスを生成した。グレイスコットモデルは、一定以上のラプラシアン計算を行うと、「定常状態に落ち着く場合」、「周期的に濃度分布が変化する場合」、「濃度分布がどちらかに支配される場合」などパラメータによって異なるふるまいをする。今回は、10ステッ

プ以上濃度分布変化が無いものを定常状態の3次元グレイスコットモデルと定義し、検証を行った。表1は、定常状態になったグレイスコットモデルのパラメータを表にしたものである。

生成した各パラメータでのシミュレーション結果を1軸方向に対して、1画素ずつスライスし、その濃度変化を示したグラフを図1に示す。また、図2、3にType1、Type2において、画像中心から両端に厚みを少しずつ持たせた際、スライス厚変化により平均濃度がどのように変化するかを示したグラフである。

図1より、このグラフから15枚程度で濃度が周期的に変化していることが確認できる。また、図2、3からも15枚程度の厚みごとの周期的に濃度が変化していることが確認できる。グレイスコットモデルは木の年輪のように黒い画素(高濃度な分布)が集中するスライスと、黒い画素が少なくなる(低濃度な分布)スライスを繰り返すことが多い。これらから、3次元構造体をランダムでスライスし、2次元マルチフラクタル解析による解析では、周期的にマルチフラクタルスペクトルも変化していると推察され、正しいマルチフラクタルスペクトルの取得には、スライス厚を考慮した2次元マルチフラクタル解析の解釈が必要である。

表1 定常状態シミュレーションパラメータ

番号	$d_u$	$d_v$	$F$	$k$
Type1	0.08	0.035	0.03	0.0555
Type2	0.08	0.035	0.03	0.0588

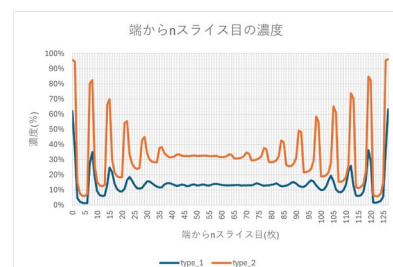


図1 各シミュレーションでのスライスごとの濃度

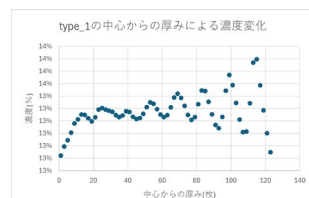


図2 Type1 厚みによる濃度変化

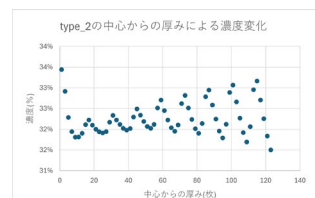


図3 Type2 厚みによる濃度変化

<sup>†</sup> 東京都市大学 Tokyo City University

### 3. マルチフラクタル解析

マルチフラクタル解析では、格子で入力画像を区切り、大きな格子サイズから微細な格子サイズまでの画素の存在確率を用いることで、スケールを変えて粒子の分布を詳細に把握し、全体的な構造の複雑さを定量化することができる。マルチフラクタル解析の式を式(3)に示す。

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log \sum_{i=1}^N p_i^q}{\log \epsilon} \quad (3)$$

$p_i$  は、分割された格子の中に含まれるボクセルの存在確率、 $\epsilon$  は分割された格子サイズ(1辺)、 $N$  はスケール $\epsilon$  における分割総数を表す。 $q$  はモーメント次数を表す。 $D_0$ 、 $D_1$ 、 $D_2$  に関しては、意味付けがなされており、それぞれの大小関係によって、粒子群の形態を評価することが可能である。特に $D_1$  は画素分布の配置エントロピーを評価することが可能である。

### 4. 拡張2次元マルチフラクタル解析法の提案

スライス厚を考慮した拡張2次元マルチフラクタル解析を2種類提案する。拡張手法1では、ボックスごとの黒画素の数をスライス厚で平均化することを特徴した手法である。拡張手法2では、スライスごとの黒画素存在確率を求めたのち、ボックスごとに存在確率の平均化処理することを特徴とした手法である。拡張手法2では画素の含まれないスライスは無視し平均化を行う。図4にそれぞれの平均化イメージ図を示す。

拡張手法1をグレイスコットモデルに適用し、黒画素配置の変化を見るために、Type 1 及び Type 2 のシミュレーション画像の解析結果 $D_1$  を抜粋して示したグラフを図5、6に示す。横軸にスライス厚、縦軸に $D_1$ を示す。

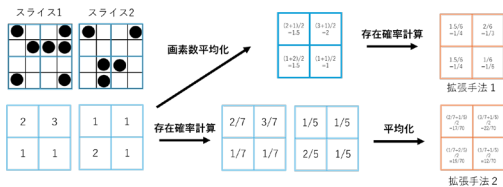


図4 拡張2次元マルチフラクタル解析法の計算イメージ

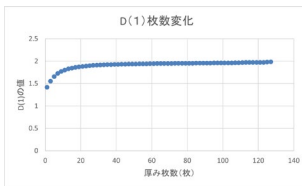


図5 Type 1 厚みによる $D_1$ の変化

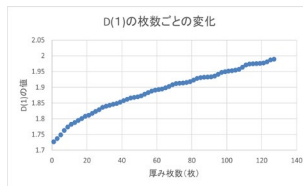


図6 Type 2 厚みによる $D_1$ の変化

### 5. 考察

図5は、スライス厚が約15枚程度である値に漸近していることが明らかに確認できる。このスライス厚は、グレイスコットモデルの濃度変化の周期である15枚とおおよそ一致する。図6は、グラフが単調増加していることが確認された。この値の変化は、拡張手法2でも同様の傾向を得た。

これは、Type2 の構造が玉ねぎの皮のように黒と白の層が交互に重なり合っている構造が影響していると考えられる。Type1 の構造では、点のような構造が全体に分散して

いる構造の時、 $D_1$ 値が漸近すると考えられる。このことから、 $D_1$ 値が漸近する構造の時、2次元マルチフラクタル解析では、スライス1枚で分析するのではなく厚みを持たせ分析をすることが本来の3次元構造に近い構造を把握できるのではないかと考えられる。

そこで、2つの拡張手法のどちらが厚みをもたせマルチフラクタル解析で有用であるか検証する。128x128画素の16枚スライス全体で4096個の黒画素を配置し、スライス1枚に全ての黒画素を配置した場合と、スライス全体に黒画素を配置した2種類の画像を用意し、2つの拡張手法で解析を行い $D_1$ の値を比較する。比較結果を表2に示す。

表2より、拡張手法1では分散状態にかかわらず値が同一に対し、拡張手法2では分散状態によって、値が変化していることが確認された。これは、 $D_1$ がエントロピーを示していることを鑑みると、拡張手法1では無視されていた3次元方向の黒画素の分散状態が、拡張手法2ではスライス毎の濃度分布を考慮し評価できていると考えられる。このことから、拡張手法2の方が有用であるということが示された。

表2 平均化手法の検証

	1枚だけ黒画素配置		16枚に分散配置	
	拡張手法1	拡張手法2	拡張手法1	拡張手法2
$D_1$	1.857872	1.857872	1.857872	1.857560

### 6. おわりに

本研究では、3次元グレイスコットモデルシミュレーション画像を正しく解析すべく、2次元マルチフラクタル解析を拡張し、厚みを考慮した2次元マルチフラクタル解析法を2つ提案した。その2つの手法を検証するため、スライス厚内の画素配置を変更した2つの画像を生成し、各スライスの存在確率を計算したのち平均化する手法(拡張手法2)の方が、各スライス内の黒画素濃度分布を考慮しており、3次元的な構造を分析できていると考えられ、より有用であることが示された。今後は、拡張手法2を用いて、グレイスコットモデルシミュレーション画像の2次元スライス画像から3次元マルチフラクタルスペクトルを推定できるように進めていく。

### 謝辞

本研究は、東京都市大学 重点推進若手研究を受けたものです。

### 参考文献

- [1] Wang, J., Wang, L., Yang, Z., Tan, W., Luo, M., & Liu, Y. "Multifractal analysis of MRI images from breast cancer patients". *Multimedia Tools and Applications*, Vol.83, No.8 (2023).
- [2] X. Sun, D. She, E. Sanz, J. J. Martín-Sotoca, A. M. Tarquis, and L. Gao, "Multifractal analysis on CT soil images: Fluctuation analysis versus mass distribution," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 176, (2023).
- [3] Fumio Munakata, Taito Ogiya, Ryo Konemura, Y. Sato, Suguru Kitani, and Hitoshi Kawaji, "Thermal conductivity and fractal texture formation in  $\beta$ -Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>/polyvinylidene fluoride composites". *Journal of Applied Physics*, vol.134, no.18, (2023).
- [4] Y. Daishin, "Gray-Scott モデルの概要". 数理解析研究所講究録, vol.1680, (2010).