

ラグビーボールの不規則なバウンド挙動を再現する
キックパスシミュレーションモデルの定量評価

Quantitative Evaluation of Rugby Kick-pass Simulation Models
Reproducing Uncertain Rugby Ball Bouncing Behavior

徳竹 悠[†] 八代 航太郎[†] 中田 洋平[†]
Yu Tokutake Kotaro Yashiro Yohei Nakada

1. はじめに

近年、日本ではラグビーの注目度が急速に高まり、ファンの数も増加している。しかし、ルールや試合展開が複雑であることから、ファンの定着や更なる拡大には、放映時などに試合展開を理解しやすくする情報の提示が重要である。このような背景の下、著者らの研究室では、7人制を対象とし、ランとハンドパスによる最適攻撃プレー算出法[1]、および、ランとキックパスによる最適キックパスプレー算出法[2]に関する研究を進めてきた。また、後者において用いる、ラグビーボールの不規則なバウンド挙動を再現するキックパスシミュレーションモデルの改良にも取り組んできた[3][4]。具体的には、先行研究[1]で経験的に定められていたキックパスシミュレーションモデルについて、実際のキックパス時のボール軌跡データを用いて2種類の改良に取り組んできた。しかし、これまで、これらの改良モデルに対する定性的な評価を行ってきたものの、定量的な評価を通じた検証は行っていなかった。そこで、本稿では、2種類の改良モデルについて、モデル適合度を算出し、比較検討を行う。

2. モデル適合度の算出

2つの改良モデル[2][3]が、収集した実際のキックパス時のデータにどの程度適合しているかを検証するため、それぞれのモデルにおいて対数尤度を導出し、それに基づいてAIC(赤池情報量規準)[5]、および、BIC(ベイズ情報量規準)[6]を算出する。なお、従来のキックパスシミュレーションモデル[1]については、3次元切断球面上の一様分布を用いていることから、対数尤度の適切な導出が困難であり、本稿では比較の対象とはしていない。

2.1 改良モデル1における対数尤度

まず、改良モデル1[3]における対数尤度について述べる。同モデルでは、次式のような関係が成り立つものとしている。

$$\psi = \alpha\beta\lambda' + \alpha(1-\beta)\Lambda\zeta \quad (1)$$

ここで、 ψ は3次元反射速度ベクトルを表す。 λ' は3次元入射速度ベクトル λ の垂直方向成分 λ_z の符号を反転させたものを表す。 Λ は入射速度ベクトル λ の大きさを表している。また、 α はバウンド時の速度減衰を調節するパラメータ、 β はバウンド時の進行方向に対するブレの大きさを調節するパラメータとなっている。 ζ は3次元切断標準正規分布に従

[†] 明治大学大学院 先端数理科学研究科

Graduated School of Advanced Mathematical Sciences,
Meiji University

うランダムベクトルであり、この切断はボールが地面にのめり込むことを防ぐために設けられている。ランダムベクトル ζ が3次元切断標準正規分布に従うことと式(1)から、対数確率密度関数 $\ln p_{(\alpha,\beta)}(\psi|\lambda)$ は次式ようになる[3]。

$$\ln p_{(\alpha,\beta)}(\psi|\lambda) = \ln \phi(\zeta_x) + \ln \phi(\zeta_y) + \ln \phi(\zeta_z) - 3\ln(1-\beta) - 3\ln\alpha - 3\ln\Lambda - \ln(1-\Phi(\zeta_{z0})) \quad (2)$$

$$\zeta = (\zeta_x, \zeta_y, \zeta_z) = (\psi - \alpha\beta\lambda) / ((1-\beta)\Lambda) \quad (3)$$

ここで、 ϕ は標準正規分布の確率密度関数、 Φ は標準正規分布の累積分布関数を表している。また、 ζ_{z0} は、ボールが地面より下に行かないための切断閾値であり、 $\zeta_{z0} = \beta\lambda_z / (1-\beta)\Lambda$ により算出される。そして、同モデルにおける全データに対する対数尤度 $\ln L(\theta)$ は、次式のように算出することができる。

$$\ln L(\theta) = \sum_{i=1}^N \ln p_{(\alpha,\beta)}(\psi^{(i)}|\lambda^{(i)}) \quad (4)$$

ただし、 N はデータ数である。また、 $\psi^{(i)}$ と $\lambda^{(i)}$ は、それぞれ、 i 番目の3次元反射速度ベクトル ψ と3次元入射速度ベクトル λ である。ここではパラメータ θ は (α, β) である。

2.2 改良モデル2における対数尤度

次に、改良モデル2[4]における対数尤度について述べる。同モデルでは、バウンド前後の速度の減衰率は、ベータ分布[7]に、そして、バウンド直後の反射速度ベクトル ψ の方向は、フォン・ミーゼス・フィッシャー分布[8]を切断したものに従うものと仮定している。より具体的には、速度の減衰に関して次式の関係式が成り立つものとしている。

$$\Psi = \eta\Lambda, \eta \sim \text{Beta}(\eta; a, b) \quad (5)$$

ここで、 Ψ と η はそれぞれ、反射速度ベクトル ψ の大きさ、バウンド時の速度の減衰率を表す。また、 $\text{Beta}(\eta; a, b)$ は、 a, b を形状パラメータとするベータ分布の確率密度関数である。そして、反射速度ベクトル ψ の方向に関して次式の関係式が成り立つものとしている。

$$u_\psi \sim \text{TMVF}(u_\psi; u_{\lambda'}, \kappa) \quad (6)$$

ここで、 u_ψ および $u_{\lambda'}$ は、それぞれ ψ と λ' の単位方向ベクトルを表す。また、 $\text{TMVF}(u_\psi; u_{\lambda'}, \kappa)$ は、 $u_{\lambda'}$ を平均方向パラメータ、 κ を集中度パラメータとする下半球を切断した3次元フォン・ミーゼス・フィッシャー分布である。ただし、パラメータ推定時には、切断による正規化定数の取り扱いの困難さから、以下のように仮定を置き換えて、切断はないものとしている。

表1 モデル適合度の比較

	改良モデル 1[3]	改良モデル 2[4] (切断未考慮)
パラメータ数 k	2	3
最尤推定値における対数尤度 $\ln L(\hat{\theta})$	-714.249	-697.6729
AIC	1432.497	1401.345
BIC	1431.634	1400.049

$$u_{\psi} \sim VMF(u_{\psi}; u_{\lambda'}, \kappa) \quad (7)$$

ここで、 $VMF(u_{\psi}; u_{\lambda'}, \kappa)$ は、 $u_{\lambda'}$ を平均方向パラメータ、 κ を集中度パラメータとする3次元フォン・ミーゼス・フィッシャー分布である。

このような準備の下、同モデルにおける対数尤度を導出する。まず、式(5)より、 $d\Psi = \Lambda d\eta$ となることから、反射速度ベクトル ψ の大きさ Ψ に関する確率密度関数 $p_{(\alpha, \beta)}(\Psi|\lambda)$ は次式ようになる。

$$p_{(\alpha, \beta)}(\Psi|\lambda) = \Lambda^{-1} p_{(\alpha, \beta)}(\eta) = \Lambda^{-1} \text{Beta}(\eta; a, b) \quad (8)$$

更に、 $\psi = \Psi u_{\psi}$ と書けること、および、 $d\psi = \Psi^2 d\Psi dS$ となることから、反射速度ベクトル ψ に関する確率密度 $p_{(\alpha, \beta, \kappa)}(\psi|\lambda)$ は次式のように表せる。

$$\begin{aligned} p_{(\alpha, \beta, \kappa)}(\psi|\lambda) &= \Psi^{-2} p_{(\alpha, \beta)}(\Psi|\lambda) p_{\kappa}(u_{\psi}|\lambda) \\ &= \Psi^{-2} \Lambda^{-1} \text{Beta}(\eta; a, b) VMF(u_{\psi}; u_{\lambda'}, \kappa) \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 dS は3次元単位球面上の面積要素を表す。この式を用いて、同モデルにおける全データに対する対数尤度 $\ln L(\theta)$ は、次式のように算出することができる。

$$\ln L(\theta) = \sum_{i=1}^N \ln p_{(a, b, \kappa)}(\psi^{(i)}|\lambda^{(i)}) \quad (10)$$

ただし、ここではパラメータ θ は (a, b, κ) である。

2.3 AIC と BIC

各々の改良モデルにおいて、式(4)と式(10)で求めた対数尤度を用いて、AIC および BIC はそれぞれ次式のように求められる。

$$\text{AIC} = -2 \ln L(\hat{\theta}) + 2k \quad (11)$$

$$\text{BIC} = -2 \ln L(\hat{\theta}) + k \ln N \quad (12)$$

ここで、 $\hat{\theta}$ はパラメータ θ の最尤推定値である。また、 k はパラメータ数であり、改良モデル1では $k=2$ 、改良モデル2では $k=3$ となる。 N はデータ数を表しており、本稿で用いたデータでは $N=37$ である。

3. モデル適合度の比較

表1は、これまで著者らが用いてきたキックパス時のボール軌跡データ[3][4]の初回バウンド時における挙動に対して算出した、各改良モデルにおける最尤推定値でのモデル適合度を示している。まず、最尤推定値における対数尤度は、改良モデル1[3]より改良モデル2[4]の方が大きいことが見て取れる。このことから、改良モデル2の方が改良モデル1より、実際のデータにより良く適合していること

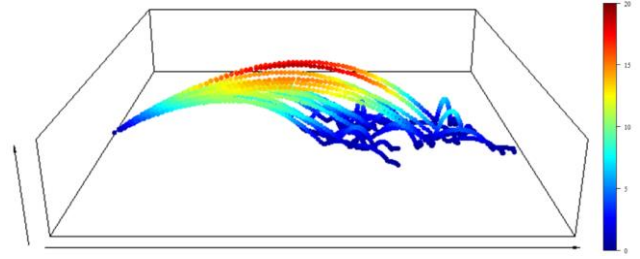


図1 飛行中の振る舞いも改良したシミュレーション結果例

が示唆される。また、AIC および BIC を見ると、いずれも改良モデル1より改良モデル2の方が小さいことが分かる。このことから、パラメータ数やデータ数を考慮した情報量基準においても、改良モデル2の方がより妥当性が高いことが示されていると言える。なお、改良モデル2において、切断の取り扱いの困難さから、パラメータ推定時には切断を考慮していない。ただし、切断を考慮した方が対数尤度は基本的に大きくなるため、パラメータ推定時にも適切に切断を取り扱うことができれば、モデル適合度は更に向上する可能性がある点には留意すべきである。

4. おわりに

本研究では、著者らがこれまでに改良してきた2種類のキックパスシミュレーションモデル[3][4]について、モデル適合度を算出し、比較検討した。その結果、改良モデル2[4]が改良モデル1[3]よりも実データに適合しており、統計的にも優れていることが示された。現在は、より実際の挙動を示すようにするため、不規則なバウンド挙動だけでなく、ボールの飛行中の振る舞いについても改良に取り組み始めている。図1は、そのような改良も考慮に入れたシミュレーション結果の一例を示している。今後は、このような改良を完了させ、最適キックパス算出法[2]にモデルを組み込み、実際のフォーメーション例を用いて検証を進める。

参考文献

- [1] 八代航太朗, 中田洋平, “7人制ラグビーにおけるランとハンドパスを考慮した最適攻撃プレー算出法の提案”, 電子情報通信学会論文誌, Vol. J107-D, No. 4, pp. 196–211 (2024).
- [2] S. Ryuzaki, K. Yashiro, and Y. Nakada, “Extended computation method of optimal kick-pass plays while considering kickers’ run plays in rugby sevens”, In Proc. of 8th IEEE International Conference on Multimedia Big Data, pp. 101–106 (2022).
- [3] Y. Tokutake, K. Yashiro, and Y. Nakada, “Refining kick-pass simulation model used in optimal kick-pass plan computation method for rugby sevens”, In Proc. Joint 13th International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems and 25th International Symposium on Advanced Intelligent Systems, pp. 1–2 (2024).
- [4] 徳竹悠, 八代航太朗, 中田洋平, “ベータ分布と切断フォン・ミーゼス・フィッシャー分布を用いたラグビーキックパスシミュレーションモデルの提案”, 2025年電子情報通信学会総合大会, A-10-0 (2025).
- [5] H. Akaike, “Information theory and an extension of the maximum likelihood principle”, In Proc. of the 2nd International Symposium on Information Theory, pp. 267–281 (1973).
- [6] G. Schwarz, “Estimating the dimension of a model”, The Annals of Statistics, vol. 6, no. 2, pp. 461–464 (1978).
- [7] A.K. Gupta and S. Nadarajah (Eds.), Handbook of Beta Distribution and Its Applications, Marcel Dekker (2004).
K.V. Mardia and P.E. Jupp, Directional Statistics, John Wiley & Sons (2000).