

自己適応戦略と共分散行列を用いた花火アルゴリズムについて On Fireworks Algorithms with Self-Adaptive Strategy and Covariance Matrix

高倉 龍[†] 前田 道治[†]
Ryu Takakura Michiharu Maeda

1. はじめに

本研究では、階層型連携花火アルゴリズム (Hierarchical Collaborated Fireworks Algorithm: HCFWA) の構造的探索制御と自己適応型花火アルゴリズム (A Self-Adaptive Fireworks: SaFWA) の動的解生成戦略を統合したハイブリッド最適化アルゴリズムを構成する。そして、いくつかのベンチマーク関数を用いて性能を比較する。

2. 花火アルゴリズム

FWA は、Ying Tan らによって提案された群知能アルゴリズムの一つである。アルゴリズムは、(1)爆発による火花の生成、(2)ガウス変異による火花の生成、(3)次世代の個体選択という 3 つの主要なステップから構成される。評価値の良い花火 (解候補) ほど多くの火花を生成し、その近傍を重点的に探索する。

2.1 自己適応型花火アルゴリズム

SaFWA は、複数の解候補生成戦略 (Candidate Solution Generation Strategies: CSGSs) をアルゴリズムの実行中に動的に切り替える機構を導入した。

2.1.1 CSGSs

SaFWA では、解候補の多様性を高めるため、DE から派生した以下の 4 つの異なる戦略を CSGS として戦略プール内に保持する。

1. CSGS1

$$V_i^{G+1} = X_{r1}^G + F(X_{r2}^G - X_{r3}^G)$$

2. CSGS2

$$V_i^{G+1} = X_{r1}^G + F(X_{r2}^G - X_{r3}^G) + F(X_{r4}^G - X_{r5}^G)$$

3. CSGS3

$$V_i^{G+1} = X_{best}^G + F(X_{r1}^G - X_{r2}^G) + F(X_{r3}^G - X_{r4}^G)$$

4. CSGS4

$$V_i^{G+1} = X_i^G + F(X_{best}^G - X_i^G) + F(X_{r1}^G - X_{r2}^G) + F(X_{r3}^G - X_{r4}^G)$$

V_i^{G+1} : 新規解, X_{ri}^G : ランダムな現在解, F : スケール係数, X_{best}^G : 最良解, X_i^G : 現在解

SaFWA の最大の特徴はこれらの戦略を自己適応的に選択するメカニズムにある。各 CSGS に割り当てられた選択確率 (P) を探索の過程で、ある戦略を用いて生成された新しい解が元の解を改善した場合、その戦略は「成功」として記録される。一定の学習期間 (Learning Period: LP) ごとに各戦略の成功と失敗の履歴が集計され、より成功率の高い戦略の選択確率 P が更新される。この動的な確率更新により、アルゴリズムは問題の特性や探索の進捗状況に応じて、その時点で最も効果的な探索戦略を自動的に選択し、探索効率と頑健性を向上させることが可能となる。

2.2 階層型連携花火アルゴリズム

HCFWA は、探索空間分割の考えに基づき、この課題に対処する新たな理論モデルである。HCFWA の理論モデルは、最適化を最適解の事後分布のエントロピーを減少させる過程と捉える。探索空間 S を互いに素な部分空間 $\{S_i\}$ に分割すると、全体の探索エントロピーは、各部分空間内の探索エントロピーの期待値と、大域最適解がどの部分空間に存在するかを示す領域エントロピーの和として分解できることが示されている。

2.2.1 階層構造による探索

このモデルに基づき、HCFWA は以下の 2 種類の花火から構成される階層構造を持つ。

- 局所花火 (Local Fireworks): 複数存在し、それぞれが割り当てられた部分空間内で効率的な局所探索 (Exploitation) を行う。
- 大域花火 (Global Firework): 1 つだけ存在し、より大域的なスケールで個体群全体の分布を制御し、大域的な探索 (Exploration) を担う。

この階層モデルは、大域的な探索と局所的な探索を同時に、かつ独立して進行させることを可能にする。大域花火が全体的な探索の方向性を維持しつつ、複数の局所花火が並行して有望な局所領域を深掘りすることで、探索の効率性と安定性を両立させる。

2.2.2 共分散行列に基づく探索空間の適応

HCFWA のもう一つの重要な特徴は、個々の花火が持つ探索範囲を、CMA-ES (Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy) の考え方を拡張して適応的に制御する点にある。各花火は、その探索範囲を多変量正規分布 $\mathcal{N}(m_i, \sigma_i C_i)$ でモデル化する。ここで、 m_i は分布の中心、 C_i は分布の形状と方向を決定する共分散行列、 σ_i は分布の全体的な大きさを制御するステップサイズである。アルゴリズムは、生成した火花の評価値に基づき、この正規分布のパラメータを以下の手順で適応的に更新していく。

1. 共分散行列の適応: 優れた解候補の分布形状を学習するため、rank- μ 更新と rank-1 更新を組み合わせる共分散行列 C_i を更新する。これにより、探索空間内で有望な領域が細長い谷状になっていたとしても、その形状に沿って効率的に探索範囲を変化させることができる。
 2. スケールの適応: 探索の進捗状況に応じて、ステップサイズ σ_i を調整し、探索範囲の大きさを制御する。
- この共分散行列に基づく探索空間の適応的制御により、各花火は静的な超球内を探索するのではなく、目的関数の局所的な地形構造に合わせた柔軟かつ効率的な探索を実行することが可能となる。

[†] 福岡工業大学大学院工学研究科 Graduate School of Engineering, Fukuoka Institute of Technology

3. 自己適応戦略と共分散行列を用いた花火アルゴリズム

本手法は、HCFWA の階層的な探索フレームワークを基盤とし、大域花火による全体的な探索方向の指針付けと、局所花火による特定有望領域の集中的な探索を両立させる。各花火の探索範囲（火花の生成領域）は、HCFWA と同様に多変量正規分布 $\mathcal{N}(m_i, \sigma_i C_i)$ でモデル化され、その平均ベクトル m_i 、共分散行列 C_i 、ステップサイズ σ_i が探索の進行に応じて適応的に更新されることで、効率的な探索空間の制御が行われる。

3.1 階層型連携花火アルゴリズム

本手法は、HCFWA に倣い、1 つの大域花火 (Global Firework) と複数の局所花火 (Local Fireworks) から構成される階層的な個体群構造を持つ。各花火 F_i (大域花火も含む) は、その中心位置を示す平均ベクトル m_i 、探索の形状と方向性を示す共分散行列 C_i 、そして探索範囲の大きさを制御するステップサイズ σ_i によって特徴付けられる。

3.1.1 アルゴリズム

アルゴリズムの主要な処理は以下の通りである。

初期化フェーズ:

- 大域花火 1 体と複数の局所花火を配置し、各々の正規分布パラメータ $\mathcal{N}(m, C, \sigma)$ を初期設定する。
- 複数の DE 戦略からなるプールと、各戦略の初期選択確率を準備する。

反復探索フェーズ (終了条件を満たすまで実行):

- a. 候補解生成と評価 (各花火にて実行):**
 - DE 戦略プールから、過去の探索における成功率に基づいて動的に 1 つの DE 戦略を選択する。
 - 選択された DE 戦略を用いて新しい候補解 (火花) 群を生成し、その評価値を算出する。
- b. 探索範囲パラメータの適応 (各花火にて実行):**
 - 生成・評価された火花群を基に、当該花火の正規分布パラメータ $\mathcal{N}(m, C, \sigma)$ を、CMA-ES に類似した手法 (平均ベクトルのシフト、共分散行列とステップサイズの適応) で更新し、有望な領域へ探索範囲を絞り込む、または調整する。
- c. DE 戦略選択確率の更新:**
 - 一定の学習期間 (LP) ごとに、各 DE 戦略の成功実績を評価し、選択確率を更新する。
- d. 花火の再起動と連携:**
 - 個々の花火において探索が停滞した場合、その花火を再初期化する。
 - (オプションとして) HCFWA で提案されている花火間の連携機構に基づき、各花火の探索範囲が適切に空間を分割・被覆するようパラメータを調整する。
- e. 全体最適解の管理:**
 - 得られた解から全体最適解を更新する。探索全体が長期間停滞した場合は、全火花群の再起動を検討する。

4. 数値実験

本提案手法のアルゴリズムの性能を示すために以下のベンチマーク関数を用いて比較を行った。

- $f_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$
- $f_2(x) = 10 + \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i))$
- $f_3(x) = \sum_{i=1}^{n/2} [100(x_{2i-1}^2 - x_{2i})^2 + (x_{2i-1} - 1)^2]$
- $f_4(x) = \sum_{i=1}^n 20 - 20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}\right) + e^{-\exp\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)\right)}$

ベンチマーク関数のパラメータとして、次元数 $D = 2, 10, 20$ 、最大関数評価回数 $lmax = 10000D$ 、試行回数は 30 とした。探索範囲は各次元で $[-100, 100]$ に設定した。提案手法のパラメータとして、花火の総数はグローバル花火 1 体、ローカル花火 4 体の計 5 体とした。各花火が生成する候補解 (火花) の数は、1 回の DE 戦略あたり 16 個に設定した。自己適応型 DE 戦略の学習期間は $LP=10$ とし、DE のスケール係数 F はイテレーションごとに $[0.5, 1.0]$ の範囲でランダムに決定した。探索範囲の適応と協調戦略に関する他のパラメータは、基本的に先行研究の設定に従った。数値実験の結果を以下の表にまとめる。

表 1 SaFWA の結果

| | $D = 2$ | $D = 10$ | $D = 20$ |
|-------|------------------------|----------------------|----------------------|
| F_1 | 3.814×10^{-2} | 3.633 | 0.1499×10^2 |
| F_2 | 4.281 | 5.520×10^4 | 3.855×10^2 |
| F_3 | 8.106×10^{-1} | 0.5923×10^2 | 5.439 |
| F_4 | 2.461 | 1.066×10^2 | 1.176×10^5 |

表 2 HCFWA の結果

| | $D = 2$ | $D = 10$ | $D = 20$ |
|-------|------------------------|--------------------|----------|
| F_1 | 9.713×10^{-5} | 0.1774×10 | 1.695 |
| F_2 | 1.147×10^{-4} | 2.077 | 1.817 |
| F_3 | 1.103×10^{-4} | 3.471 | 2.169 |
| F_4 | 1.237×10^{-4} | 2.106 | 1.110 |

表 3 自己適応戦略共分散行列型 FWA の結果

| | $D = 2$ | $D = 10$ | $D = 20$ |
|-------|------------------------|------------------------|------------------------|
| F_1 | 6.853×10^{-4} | 1.733×10^{-2} | 3.438×10^{-1} |
| F_2 | 1.124×10^{-1} | 3.673×10^{-1} | 1.060×10^2 |
| F_3 | 2.020×10^{-1} | 1.0512 | 8.432×10^{-1} |
| F_4 | 2.694×10^{-1} | 2.705×10^{-1} | 2.392×10^{-1} |

5. おわりに

本研究では、階層型連携花火アルゴリズム (HCFWA) の構造的探索制御と自己適応型花火アルゴリズム (SaFWA) の動的解生成戦略を統合したハイブリッド最適化アルゴリズムを構築した。ベンチマーク関数を用いて性能の比較を行った。

参考文献

- [1] Y Tan, Y Zhu, "Fireworks Algorithm for Optimization", Advances in Swarm Intelligence, pp.355-364 (2010).
- [2] Zheng S, Janeczek Andreas, Tan Y, "Enhanced Fireworks Algorithm", 2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation, pp.2069-2077 (2013).
- [3] Yu Xue, B Zhao, "A Self-Adaptive Fireworks Algorithm for Classification Problems", IEEE Access, Vol.6 (2018).
- [4] Li Y, Tan Y, "Hierarchical Collaborated Fireworks Algorithm", Electronics, Vol.11, No.6 (2022).