

## ポイント獲得型コンペティションにおける参加行動分析

## Analysis of Participation Behavior in Point-based Competitions

金子 怜太\*      浪越 圭一\*      小山 聡†      篠田 正人‡      櫻井 祐子\*

Reita Kaneko      Keiichi Namikoshi      Satoshi Oyama      Masato Shinoda      Yuko Sakurai

## 1. はじめに

本研究では、複数回にわたる大会でポイントや賞金を累積し、最終的に総獲得ポイントの多寡によって勝者を決定する「ポイント獲得型コンペティション」を対象に検討を行う。こうした方式は、マラソン代表選考などのスポーツ競技にとどまらず、学術コンテストをはじめとする多様な領域で採用されている。プレイヤーがどの大会に参戦するかを決定する際には、既に得ているポイントや各大会で得られるポイントのみならず、他の参加者の参戦可否や賞金規模など、複数の要因が相互に影響を及ぼす。そのため、各プレイヤーは限られたリソースを配分しつつ、戦略的かつ複雑な意思決定を行う必要がある。

これまでに、複数のコンペティションを対象にした研究はいくつか行われている。Csató (2022) は、ハンドボールなど多くの競技で用いられている複数グループステージ制スポーツ大会の戦略的操作不可能性について理論分析とシミュレーションによって検証し、チームが全力を尽くさずに得点差を抑えることで有利になる可能性があることを示した [1]。Petkov (2023) は、2人のプレイヤーが無期限にわたって繰り返し競うマルチステージ・コンテストをモデル化し、区分線形の賞金プール構造で静的・動的な順位効果を捉え、状態依存混合戦略均衡の存在とその混合分布・期待努力・利得を理論的に分析した [2]。Deng ら (2024) は、複数のコンテストを含む二段階競争モデルを扱い、候補者プールから各コンテスト設計者が参加者2名を選ぶ設定のもとで、参加者サブゲームにおける純粋戦略ナッシュ均衡の存在証明とその多項式時間近似スキームを提案した [3]。

一方、我々は、参加者間の能力差や各コンペティションのポイント・賞金配分、順位獲得確率などを考慮し、参加者が自身の総合的な利益や勝利の可能性を最大化するためにとるべき戦略をゲーム理論的に検討する。

## 2. 問題設定

本研究で議論する問題設定を簡潔に示すため、具体的な事例で説明をする。マラソンの代表選手を選ぶことを仮定する。上位の選手に着目し、各選手にとってどのレースに対して出場することで代表選手になれる確率が最も高くなるかを検討する。

ここではもっとも単純な状況を示す。2人の選手  $x$  と  $y$  が1つの代表枠を争い、3選考会  $A, B, C$  に出場すべきかを考えている。選考会は  $A, B, C$  の順に開催されるとし、選手は各大会の直前に出場するかどうかを決める。 $x$  と  $y$  が出場するか否かの情報は(自分で公表しない限り)申込締切まで非公開であるとする。さらに、 $x$  と  $y$  以外に、選考会  $A$  には海外招待選手  $s$  と  $t$ 、選考会  $B$  には海外招待選手  $u$ 、選考会  $C$  には海外招待選手  $v$  が参加するとする。これは公開情報とする。これら  $x, y, s, t, u$  以外の選手の能力は大きく劣り、上位選手の成績に影響しないとする。日本代表の候補は選手  $x$  と  $y$  に絞られており、以下のルールで代表が決まるとする。

- 2人が同じレースで走った場合は、勝ったほうが代表になる。
- 2人が一度も同じレースで走らなかった場合は、選考会での獲得賞金額の多い方が代表になる。賞金額が同額の場合は過去の実績より、 $x$  が代表になる。

このような選手に関する問題設定でより具体的な数値例を考える。各選手の実力を下記のように仮定する。

- 選手  $x, s, t, u$  は同じ実力を有する。各選手の結果は、独立に  $[0, 1]$  において一様分布によって定まる確率変数とする。また、値が小さい方が上位とする。例えば、選考会  $A$  における確率変数の値が  $p_x = 0.7, p_s = 0.6, p_t = 0.4$  の場合、 $t$  が優勝し、 $s$  が準優勝となる。
- 選手  $y$  は能力が劣り、確率変数  $p_y$  の値は  $[0.2, 1.2]$  において一様分布で定まるとする。
- 選手の疲労を考慮するため、選考会  $A$  に出場した選手は選考会  $B$  には出場できないとする。また、選考会  $A$  に出場した選手は選考会  $C$  に出場することができるが、その場合は0.2のハンデを負うとする。

さらに、選考会  $A$  は優勝300万、準優勝200万、選考会  $B$  は優勝200万、準優勝100万、選考会  $C$  は優勝100万、準優勝50万の賞金が出るとする。これらの問題設定において、 $x$  と  $y$  は選考会  $A$  に出場すべきかを決定することを考える。この場合、表1で示される代表選出確率の行列が得られる。結果、 $x$  と  $y$  ともに選考会  $A$  に出場することが支配戦略均衡となる。

\*名古屋工業大学, Nagoya Institute of Technology

†名古屋市立大学, 理化学研究所 AIP センター, Nagoya City University, Riken AIP Center

‡奈良女子大学, Nara Women's University

表 1: 選考会 A における選手  $x$  と  $y$  の代表選出確率行列

	$y$ : 出場	$y$ : 欠場
$x$ : 出場	(0.68, 0.32)	(0.78, 0.22)
$x$ : 欠場	(0.45, 0.55)	(0.68, 0.32)

このように、各選手の能力、選考会の回数、賞金に応じて、各選手は選考会に出るか否かで代表選手になる確率が変わる。選手の数が少なかったり、選考会の回数が少ない場合は、厳密に計算することが可能である。しかしながら、ある程度の規模の問題の場合、厳密な計算が困難となるため、本論文では計算機シミュレーションによって、代表選出確率行列を算出し、戦略の分析を行う。

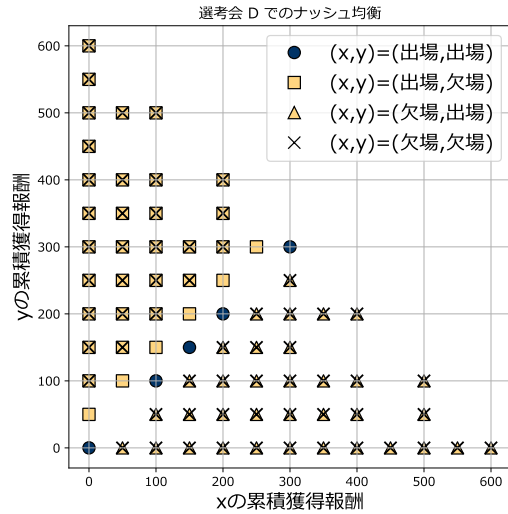
### 3. 計算機シミュレーション

本実験では、選考会が 4 回実施される場合、選手がどの選考会に出場するか意思決定が各選考会の賞金額に応じてどのように変化するかをモンテカルロシミュレーションによって分析を行う。選手は前の章で示した  $x$ ,  $y$  の 2 人の選手を分析対象とし、 $s$ ,  $t$ ,  $u$  を 2 人の選手の結果に影響を与える選手として加える。前章の設定と異なり、各選手の能力分布を平均 0、分散 1 の正規分布とし、平均を変化させる。さらに、選考会  $D$  を 4 回目の選考会として追加する。選考会  $D$  には  $t$ ,  $u$  が参加し、賞金は優勝が 50 万円、準優勝が 25 万円とする。さらに、各選手の疲労度については、選考会への出場回数に応じて 0.1 のペナルティを追加するとする。

代表選考確率行列は、100 万インスタンスのうち、選考会  $A$  から  $D$  のそれぞれにおいて、 $x$  と  $y$  が出場する回数に基づいて決定する。本問題設定では、2 人が同じ選考会に参加した場合、良い成績を残した選手を代表とするため、2 人が対象となる選考会以前に同じ選考会に参加する場合を除外する。

図 1 は、100 万インスタンスにおける、選考会  $D$  における累積獲得賞金額ごとの選手  $x$  と  $y$  のナッシュ均衡を示す。横軸は選手  $x$  が選考会  $C$  までに得た累積賞金額を示し、縦軸は選手  $y$  の累積賞金額を示しており、選考会  $C$  までに得られる累積賞金額の組合せは 75 通り存在し、その組合せにおける二人の均衡戦略を示す。前の章で示した事例よりも複雑な問題設定であるため、支配戦略均衡は存在せず、すべてナッシュ均衡となった。各選手の戦略としては選考会  $D$  に出場するか否かであり、2 人の戦略の組としては表 1 に示すように 4 種類ある。また、一つの累積賞金額の組合せにおいて複数のナッシュ均衡が存在する場合がある。

シミュレーションによる分析の結果、選考会  $C$  までの累積賞金額が選手  $x$  の方が多い場合、選手  $x$  にとって欠場が支配戦略となる。一方、 $y$  の方が大きい場合、 $x$  と  $y$  の能力差から  $y$  は同時に出場することを避け、欠

図 1: 選考会  $D$  における選手  $x$  と  $y$  の累積賞金額の組におけるナッシュ均衡の分布

場を選択する。選考会  $C$  までの累積賞金額が同額の場合、選手  $x$  と  $y$  は共に選考会  $D$  に出場することがナッシュ均衡になることが分かった。 $y$  が欠場を選択した場合、 $x$  が代表に選出されるため、 $y$  にとって出場が支配戦略となり、 $y$  の出場に対する  $x$  の最適反応が出場となるためである。また、選考会  $D$  の結果、2 人の累積賞金額を同額となる場合、 $x$  が優先して選考されるという非対称性が存在するため、必ずしも同一のナッシュ均衡とはならなかった。このように、累積賞金額と能力に応じて、得られるナッシュ均衡の傾向が分かった。

### 4. おわりに

本論文では、ポイント獲得型コンペティションの問題を提案し、シミュレーションによる分析結果を示した。今後は、より複雑な問題設定を対象にしたシミュレーションを実施する予定である。

### 参考文献

- [1] László Csató. How to design a multi-stage tournament when some results are carried over? *OR spectrum*, Vol. 44, No. 3, pp. 683–707, 2022.
- [2] Vladimir Petkov. Prize formation and sharing in multi-stage contests. *Economic Theory*, Vol. 75, No. 1, pp. 259–289, 2023.
- [3] Xiaotie Deng, Hangxin Gan, Ningyuan Li, Weian Li, and Qi Qi. Competition among pairwise lottery contests. In *AAAI-24*, Vol. 38, pp. 9662–9669, 2024.