

メルセンヌ素数とピタゴラス数との関係について
Relationships between Mersenne Prime Number and Pythagorean Numbers

林 大雅[†]
Hiromasa Hayashi

林 佐千男[†]
Sachio Hayashi

田中 敏幸[‡]
Toshiyuki Tanaka

はじめに

メルセンヌ素数 (Mp) は「 2 の P 乗 $- 1$ が素数」である自然数。2024 年末までに 52 個が報告されている。[1]

Mersenne Prime Numbers are defined $2^p-1 = \text{prim. (Mp)}$ #
#1=2, #2=3, #3=5, #4=7, #5=13, #6=17, #7=19, #8=31, #9=61,
#10=89, #11=107, #12=127, #13=521, #14=607, #15=1279,
#16=2203, #17=2281, #18=3217, #19=4253, #20=4423,
#21=9689, #22=9941, #23=11213, #24=19937, #25=21701.
#26=23209, #27=44497, #28=86243, #29=110503,
#30=132049, #31=216091, #32=756839, #33=859433,

ピタゴラス数 (Pn) は、直角三角形の各辺 (a,b,c) の長さ、
($a < b < c$) の関係が自然数 (n) で、「(a) の 2 乗 + (b) の 2 乗
= (c) の 2 乗」が、成立する。[2]

Pythagorean Numbers are defined $a^2+b^2=c^2$ as (Pn)

ヒッパソス数 (Hn) の提案

ピタゴラス数 (Pn) の集合の中で、($a < b < c$) の関係が次のような場合、ヒッパソス数 (Hn) と呼ぶ事を提案したい。
ヒッパソス数 (Hn) は、ピタゴラス数 (Pn) の部分集合になっている。 $(Hn) \subset (Pn)$

Let Define the Subset of Pythagorean Numbers (Pn),
($a < b < c$) as Hipprchus Numbers (Hn), in case of below.

ヒッパソス数 (Hn) の特徴 (1)

ヒッパソス数(Hn)は、($a < b < c$) の特徴が、(a) は奇数、
(b) は偶数、(c) は奇数になっていること。

Hipprchus Numbers (Hn) should be, (a) is Odd Number,
(b) is Even Number, and (c) is Odd Number, again.

1.1.1 ヒッパソス数(Hn)の特徴(2)

ヒッパソス数(Hn)は、($a < b < c$) の特徴が、(a) は奇数、
(b) は偶数、(c) は奇数になっていること。更なる特徴として、
(b)+1=(c) 即ち、(c) - (b)=1 が、成立すること。

Hipprchus Numbers (Hn) should be, (a) is Odd Number,
(b) is Even Number, and (c) is Odd Number, again.
And also, (b)+1=(c) or (c) - (b)=1 .

ヒッパソス数 (Hn) のリストアップ (選別 部分)

Hipprchus Numbers (Hn) #

(a)=3, (b)=4, (c)=5, (Hn) #1
(a)=5, (b)=12, (c)=13, (Hn) #5
(a)=7, (b)=24, (c)=25, (Hn) #11
(a)=11, (b)=60, (c)=61, (Hn) #29
(a)=13, (b)=84, (c)=85, (Hn) #41
(a)=17, (b)=144, (c)=145, (Hn) #55
(a)=19, (b)=180, (c)=181, (Hn) #89
(a)=23, (b)=264, (c)=265, (Hn) #131
(a)=29, (b)=420, (c)=421, (Hn) #209
(a)=31, (b)=480, (c)=481, (Hn) #239
(a)=37, (b)=684, (c)=685, (Hn) #341
.....

おわりに

ヒッパソス数 (Hn) は、ピタゴラス数 (Pn) の部分集合になっている。 $(Hn) \subset (Pn)$

ヒッパソス数 (Hn) に、総ての奇素数 (3 以上の素数) は含まれているのか。

ピタゴラス数 (Pn) には、総ての奇素数 (3 以上の素数) は含まれていると思われる。

Are there all Odd prime numbers included in Hipprchus Numbers (Hn) ?

Are there all Odd prime numbers included in Pythagorean Numbers (Pn) ?

謝辞

御指導を頂いた慶応義塾大学理工学部物理情報工学科、
田中敏幸教授と研究室の皆様へ感謝申し上げます。

参考文献

- [1] GIMPS : Great Internet (Mp) Search (1986 ~2024)
- [2] 数学小辞典 (第二版) 増補 2017 : 共立出版
- [3] JIS X 3003 : Full BASIC : 日本規格協会

[†] 長構造研究会 Long Range Structure Research Lab.

[‡] 慶応義塾大学理工学部 Faculty of Science and Engineering Keio Univ.

```

600 IF (g=d) THEN 650 ELSE 500 ! Search Next (Hn)

ヒッパソス数(Hn)を求める BASIC プログラム。

100 REM 2025-09-03 JIS X 3003 PROGRAM
110 REM Hippercosean Nmbers (Hn) Search

200 REM Start BASIC Programming Model (Hn)
210 LET i=1 ! #i=index of the (Hn)
211 LET a=3 ! (a)=Odd Number
212 LET b=4 ! (b)=Even Number
213 LET c=5 ! (c)=Odd Number
214 LET d=9 ! d=a^2
215 LET e=16 ! e=b^2
216 LET f=25 ! f=c^2
217 LET g=3 ! g=INT(SQR(f-e))
218 LET h=3 ! h=SQR(f-e):Real
219 goto 300 ! print First Line
! a, b, c, (Hn) #i

220 LET d=SQR(f-e) !
221 LET g=INT((d) !
222 LET a=g !
223 LET h=a !
!

300 PRINT “. a=”;a” , b=”;b” , c=”;c” , (Hn)#i”;i;
! print first line

310 GOTO 500 !

320 REM Go to the Next Stage Line Num 500
!

500 LET i=i+1 ! Index #i Count Up
510 LET b=b+2 ! Even Number Count Up
520 LET c=b+1 ! Odd Number Generate
530 LET e=b*b ! Second Power of Even.
540 LET f=c*c ! Second Power of Odd.
550 LET d=SQR(f-e) ! Square Root of (f-e)
560 LET g=INT(d) ! Integral Part of (d)
570 LET a=g ! (a) Should be Integer
580 LET h=e ! (h) Should be Integer
590 IF (i>1000) THEN 800 ! Print volume limit.

650 PRINT “. a=”;a” , b=”;b” , c=”;c” , (Hn)#i”;i;
660 GOTO 500 ! Continue Search

800 STOP ! Stop BASIC Execution

END ! Program End

```

〒 248-0014 鎌倉市 由比ガ浜 2-20-9 (L R S R L)
090-8348-8179 hhayashi74@hotmail.com

メルセンヌ素数とピタゴラス数との関係について

(Relationship between Mersenne Prime Numbers and Pythagorean Numbers)

林大雅† 林佐千男† 長構造研究会† 田中敏幸‡ 慶応義塾大学 理工学部 物理情報科‡

はじめに メルセンヌ素数 (Mp) は、2のP乗-1が素数。23年未迄に51個が見つかった。[1]

ピタゴラス数 (Pn) は、直角三角形の各辺の長さ (a < b < c) が自然数で、

aの2乗+ bの2乗=cの2乗が成立。

(a^2+b^2=c^2) 例: (3,4,5)..(20,21,29)..(30,40,50)...[2]

ピタゴラスの時代の Hipparchus(190-120 ? B.C)

1. ヒッパルコス数 (Hn) の提案

無数に存在するピタゴラス数(a,b,c)の中で、 aとcは奇数 bは偶数で b+1=c の場合

「ヒッパルコス数 (Hn) 」と呼ぶ事にする。 例: (3,4,5)(5,12,13)(7,24,25).....

2. ヒッパルコス数はピタゴラス数の部分集合

「ヒッパルコス数には素数が濃縮されている」と思われる。

(Hn)の素数と合成数との関係 では、合成数の現れる前に素因数として、

素数の組合せが求められている。

例: (9,40,41)(15,112,113)(21,220,221)...

3. ピタゴラスの数 (Pythagorean numbers) 続

一般に m, n (m > n) を整数とするとき (m^2-n^2, 2mn, m^2+n^2)

で与えられた三つの数はピタゴラスの数になる。 任意のピタゴラスの数は、下の形で与えられる。

(m^2-n^2, 2mn, m^2+n^2)このとき (2mn, は常に偶数)である。[2]

4. ピタゴラスの方程式(Pythagorean equation) 方程式 x^2 + y^2 = z^2 の

整数解を問題にする。 a, b が「互いに素な整数」で a, b の内の1つが偶数、1つが奇数、

であるとすれば、(x=a^2-b^2,y=2ab,z=a^2+b^2)は、

この方程式の「互いに素なる整数解」を与える。

一般に ピタゴラスの方程式の整数解をピタゴラスの数 (Pythagorean numbers) と言う。

~[2] Relationship between Mersenne Prime Numbers and Pythagorean Numbers. †

「Hayashi et al.」 Long Range Structure Research Lab. ‡

「Yoshiyuki Tanaka」 Faculty of Science and Engineering Keio Univ.

参考文献・引用文献・準拠した文法・関数

[1] GIMPS : Great Internet Mp Search

[2] 数学小辞典 第2版 増補 2017 共立出版

[3] JIS X 3003 : Full BASIC 日本規格協会

5. ヒッパルコス数 (Hn) には、3以上の総ての素数 (総ての奇素数) が、含まれているのか?

「証明は出来ていないが、『(Hn)に総ての奇素数は出現する』と思われる」

→ピタゴラスの数 (a, b, c) に総ての奇素数は出現するか。

6. (Hn) を求めるアルゴリズム

初期化 (i=1) の (Hn) は、(3,4,5)なり。

a = 3, b = 4, c = (b + 1) = 5 ; (i = 1) ループ i ; e = b^2,

f = c^2 を求める。 d = 平方根 (f - e), g = 整数型 (d)

I F (d = g) THEN (Hn) を登録する。

E L S E 次の (Hn) を探す。 n = n + 1, b = b + 2, c = b + 1 を計算。

ループ i 終わり。 3以上の総ての素数 (総ての奇素数) が含まれるか? それの問題だ。

それにしても合成数の数が (Hn) 中には、まだ、何と多いことか。 7.

ヒッパルコス数 (Hn) の篩い(Sieve)フルイ分けの正当性を幾何学的に証明書する

方法を思いついたが、本稿の余白は余りにも狭すぎる...と言って去る。

おわりにご指導を頂いた 田中敏幸 教授に感謝します。

尚、表計算の添付ファイル.xls をご希望の方は、下記へ e-mail にてご連絡下さい。

(無料です) B A S I C が苦手の方々に。

E-mail : hhayashi74@hotmail.com 携帯電話 090-8348-8179 ガラケイ HAYASHI

次葉に、JIS X 3003 Full BASIC のソースコードと、計算結果の PRINT リストの一部を掲載します。

8. ヒッパルコス数 (Hn) を求める。

100 REM IPSJ 2024-01-12 JIS X 3003 BASIC

110 REM e-mail: hhayashi74@hotmail.com

120 REM HippercuseanNumbers SearchVer.12

200 REM Start Basic Programming Model (Hn)

```

210 LET i=1 ! i=index of (Hn)
211 LET a=3 ! #####
212 LET b=4 ! # Hippercusean #
213 LET c=5 ! #####
214 LET d=9 ! d=a^2
215 LET e=16 ! e=b^2
216 LET f=25 ! f=c^2
217 LET g=3 ! g=INT(SQR(f-e))
218 LET h=3 ! SQR(f-e) = Real
219 GOTO 300 ! print first line ! a, b, c, (Hn) i
220 LET d=SQR(f-e) !
221 LET g=INT(d) !
222 LET a=g !
223 LET h=a ! !
300 PRINT ". a=";a;" , b=";b;" , c=";c;" , (Hn) i=";i ! ! Print First
(Hn)Line
310 GOTO 500 !
320 REM Go to the next Stage #500 Line
330 REM Print for Test and,Debug Program !
400 PRINT ". a=";a;" , b=";b;" , c=";c;"
410 PRINT ". d=";d;" , e=";e;" , f=";f;"
420 PRINT ". h=";h;" , i=";i;" : (Hn)"
430 PRINT ! !
500 LET i=i+1 ! Index : i Count up
510 LET b=b+2 ! Even Number Count up
520 LET c=b+1 ! Odd NumberGeneration
530 LET e=b*b ! Second Power of Even
540 LET f=c*c ! Second Power of Odd
550 LET d=SQR(f-e) ! Square Root of (f-e)
560 LET g=INT(d) ! Integral part of (d)
570 LET a=g ! (a) should be Integer
580 LET h=a ! (h) should be Integer
590 IF (i>1000) THEN 800 ! Printing Limit set !
600 IF (g=d) THEN 650 ELSE 500 ! not find (Hn) !
650 PRINT ". a=";a;" , b=";b;" , c=";c;" , (Hn) i=";i ! ! Print a,b,c,(Hn),i
660 REM PRINT a,b,c,(Hn)i ! (Hn) Table below
670 GOTO 500 ! continue (Hn) search
700 PRINT ". a=";a;" , b=";b;" , c=";c;" , g=";g;"
710 PRINT ". d=";d;" , e=";e;" , f=";f;"
720 PRINT ". h=";h;" , i=";i;" : (Hn)" ! Remarks Debugging
730 REM PRINT a,b,c,d,e,f,g, (Hn),i
740 GOTO 500 ! Continue Search
800 STOP ! stop execution
END ! program end

```

9. ヒッパルコス数 (H_n) 出力結果。

. a= 3 , b= 4 , c= 5 , (Hn) i= 1 . a= 5 , b= 12 , c= 13 , (Hn) i= 5
. a= 7 , b= 24 , c= 25 , (Hn) i= 11 . a= 9 , b= 40 , c= 41 , (Hn) i= 19
. a= 11 , b= 60 , c= 61 , (Hn) i= 29 . a= 13 , b= 84 , c= 85 , (Hn) i= 41
. a= 15 , b= 112 , c= 113 , (Hn) i= 55 . a= 17 , b= 144 , c= 145 , (Hn) i= 71
. a= 19 , b= 180 , c= 181 , (Hn) i= 89 . a= 21 , b= 220 , c= 221 , (Hn) i= 109
. a= 23 , b= 264 , c= 265 , (Hn) i= 131 . a= 25 , b= 312 , c= 313 , (Hn) i= 155
. a= 27 , b= 364 , c= 365 , (Hn) i= 181 . a= 29 , b= 420 , c= 421 , (Hn) i= 209
. a= 31 , b= 480 , c= 481 , (Hn) i= 239 . a= 33 , b= 544 , c= 545 , (Hn) i= 271
. a= 35 , b= 612 , c= 613 , (Hn) i= 305 . a= 37 , b= 684 , c= 685 , (Hn) i= 341
. a= 39 , b= 760 , c= 761 , (Hn) i= 379 . a= 41 , b= 840 , c= 841 , (Hn) i= 419
. a= 43 , b= 924 , c= 925 , (Hn) i= 461 . a= 45 , b= 1012 , c= 1013 , (Hn) i= 505
. a= 47 , b= 1104 , c= 1105 , (Hn) i= 551 . a= 49 , b= 1200 , c= 1201 , (Hn) i= 599
. a= 51 , b= 1300 , c= 1301 , (Hn) i= 649 . a= 53 , b= 1404 , c= 1405 , (Hn) i= 701
. a= 55 , b= 1512 , c= 1513 , (Hn) i= 755 . a= 57 , b= 1624 , c= 1625 , (Hn) i= 811
. a= 59 , b= 1740 , c= 1741 , (Hn) i= 869 . a= 61 , b= 1860 , c= 1861 , (Hn) i= 929
. a= 63 , b= 1984 , c= 1985 , (Hn) i= 991

出力結果は、(I > 1234...)で変更できます。

以下余白