A-013

フリーアドレスオフィスにおける安定マッチングを用いた座席割当モデルの開発
Development of Seat Assignment Model by Stable Matching in Non-Territorial Offices

穂谷野 史一† 石垣 綾†
Fumikazu Hoyano Aya Ishigaki

1. はじめに

フリーアドレスオフィスは 1980 年代後半より日本に導入され，省スペース化に伴うコスト削減や利用可能面積の拡大を意図して計画されてきた．近年，フリーアドレスオフィスは，ワーカーの生産性向上と，連携部署間の交流によるイノベーション機会の増加を目的として，導入されている．しかしワーカーが自由に座席を選択すると，座席が固定化されてしまう．すなわち，同じ座席に同じワーカーが着席し，他部署との交流が行われなくなってしまうという状況が発生している．また複数のワーカーが共同で業務にあたる際には，個々に座席を選択するのではなく，共同者と近い座席を希望する状況も発生する．

そのため必要とされているのは，ワーカーの座席に対する希望だけでなく，共同で業務にあたるワーカーとの位置関係も考慮した上で，座席を固定化しないような座席割当モデルである．

このような座席割当問題に類似なものとして，両面多対一マッチングがある．これは学校選択問題や，学生寮割当問題に適用されている．Elizabeth et.al[1]は，学生寮割当問題に対し，外部性を含む両面多対一マッチングモデルを提案した．Elizabeth et.al[1]でいう外部性とは，学生の各部屋に対する選好ではなく，誰と同じ部屋に入りたいかという，学生間での選好を意味する．しかし，Elizabeth et.al[1]で提案されたアルゴリズムは，計算時間が膨大であり，かつ終了時に最適性の保証がなされていない．

本研究では，Elizabeth et.al[1] で扱う両面多対一マッチングを，Tarski[2]の固定点として安定均衡を特徴づける．これにより，ワーカーの選好が外部性を持つときのワーカー最適な安定マッチングを有限ステップで求めるアルゴリズムを提案する．

2. 文献調査

2.1 外部性を含む安定マッチング

外部性を含む安定マッチングを求めるアルゴリズムの研究は Elizabeth et.al[1]の他にも多数存在する．どのアルゴリズムも，代表的な Gale and Shapley[3]の安定マッチングの条件を緩和したものを求めている．これは Elizabeth et.al[1]は安定マッチングの条件を緩和しないために，学生間の選好を選好リストに組み込むのではなく，ネットワークで表現した．

2.2 固定点による安定マッチング

安定マッチングを求めるアルゴリズムは，Gale and Shapley[3] を基にしたものだけではない．Echenique et.al[4]は両面多対一マッチングをT^2の固定点として安定均衡を特徴づけることで安定マッチングを探索している．Echenique et.al[4]は外部性も考慮した両面多対一マッチングを扱っているが，選好リストの設定が複雑かつ，選好が代替性を満たさないため，コア・マッチング集合が空の場合がある．

本研究では，外部性をネットワークで表現し，両面多対一マッチングを固定点として安定均衡を特徴づけることで安定マッチングの中でも最適なコア・マッチングを有限ステップで探索できるアルゴリズムを提案する．

3. フリーアドレスオフィスのモデル化

本章では，フリーアドレスオフィスにおける座席割当における設定に対する文字の定義と，モデルの特徴について述べる．

3.1 問題設定と文字の定義

フリーアドレスオフィスにおける座席割当は，ワーカーとオフィスブースのマッチングである．両者は互いに選好を持つ．オフィスブースは，ワーカーによる座席の固定化を防ぐ為，あるワーカーが長らく利用していないブースを優先する選好を持つ．またマッチング開始時点で，ワーカーが全員存在し，全員の選好が明らかであると仮定する．

<u>集合</u>

・W: ワーカーの集合
・W_w: ワーカー$w \in W$を含むワーカーの集合
・O: オフィスブースの集合

<u>マッチング関数</u>

・μ: マッチング関数 μ は$W \times O$ の部分集合
　$\mu(w) = \{w \in W: (w, o)\}$ かつ$\mu(o) = \{o \in O: (W_w, o)\}$
・$\mu^2(w)$: ワーカーwと同じオフィスブースに配属されたワーカー

<u>選好リスト</u>

・D_o^w: オフィスブース$o(\in O)$のワーカーwに対する，選好度合い
・D_w^o:ワーカーwのオフィスブース$o(\in O)$に対する，選好度合い

3.2 モデルの特徴

本研究では，ワーカーの選好における外部性に注目する．ここでいう外部性は，共同者と近い座席を希望することである．特徴の 1 つ目は，外部性をネットワークで表現することである[1]．ネットワーク表現により，関係性の強さを連続値で表現できるだけでなく，オフィスブース側の選好形態を古典的なもので取り扱える．この特徴は代替性を満たすためにも有効である．

†東京理科大学 Tokyo University of Science

友情ネットワーク

・$w(x,y)$: ワーカーxとワーカーyの座席選択に対する関係性の強さ．ただし$w(x,y) \in [0,1]$.

固定点アルゴリズムでは，マッチングを確定させる以前のプレ・マッチングが存在する．特徴の 2 つ目は，プレ・マッチングの更新を，効用関数を用いた集合によって決定することである．

効用関数

・$U_w(\mu)$: ワーカーwの満足度

$U_w(\mu) = D^{w}_{\mu(w)} + \sum_{x \in \mu^2(w)} w(w,x)$

・$U_o(\mu)$: オフィスブースoの満足度

$U_o(\mu) = D^{o}_{\mu(o)}$

プレ・マッチング

・ν: プレ・マッチングの関数.

・$X(o,\nu)$: オフィスブースoと共にν をブロックするワーカーの集合

$X(o,\nu) = \{w \in W:\ U_w(\nu') \geq U_w(\nu) \text{ and } \nu'(w) = o\}$

・$Y(w,\nu)$: ワーカーwと共にν をブロックするオフィスブースの集合

$Y(w,\nu) = \{o \in O: \text{ only some } w' \in \mu(o),\ w'' \in \mu(o) \setminus \{w'\},\ A \geq B, U_o(\nu') \geq U_o(\nu) \text{ and } w \in \nu'(o)\}$

また，

$\nu(o) = \max_{D(o)} X(o,\nu)$ かつ，$\nu(w) = \max_{D(w)} Y(w,\nu)$ である．

4. 提案アルゴリズム

4.1 コア・マッチングの存在

マッチングμ がコア・マッチングであるとは，以下の条件を満たすマッチングが存在しないことである．

コア・マッチングの条件

すべてのエージェントが，μ と同等以上の効用関数値を持ち，μ を厳密に上回る効用関数値を持つエージェントが存在する

固定点アルゴリズムは，コア・マッチングでのみ，停止する．ワーカー最適マッチングは，コア・マッチングに含まれる．固定点アルゴリズムにおいて，ワーカー最適マッチングを探索可能な条件は，オフィスブース側の選好が代替性を満たすことである．

代替性

・$Ch(S,P_o), (S \subseteq W)$：

ワーカーの部分集合に対し，オフィスブースoの選好において，最も好ましいワーカーの集合

としたとき，ワーカー$w, \overline{w}$ $(w \neq \overline{w})$において，

もし，$w \in Ch(S,P_o)$であるとき，$w \in Ch(S \setminus \{\overline{w}\}, P_o)$

が満たされるなら，オフィスブースの選好P_oが代替性を満たす．今回のオフィスブースの選好はワーカー同士のネットワークに依存しない古典的なマッチングにおける選好であるため，代替性を満たす．

4.2 アルゴリズムのフロー

はじめに$T^2\nu = \nu$となるような，T^2の最大固定点を見つける．その後，各エージェントにおいて，選好を制限しつつ，Tの最大固定点を見つける．以下の図 1 は，T^2の最大固定点を見つけた後のアルゴリズムフローであり，$\hat{\varepsilon}$ はコア・マッチングの集合を表す．

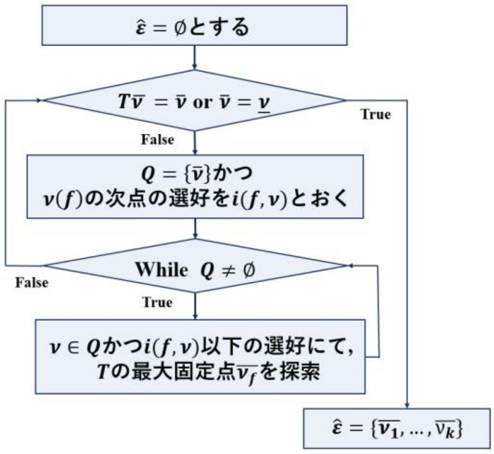

図 1. Tの固定点を探索するアルゴリズム

4.3 アルゴリズムの有効性

本節では，提案アルゴリズムが有限ステップで$\overline{\nu}$ に到達することを簡単に示す．

はじめに，ν_n をT^2の固定点，すなわち$\nu_n = T^2\nu_n$を定義し，$\nu_n \gtrsim \overline{\nu}$であることを示す．これは，$\nu_{n-1} \gtrsim \overline{\nu}$であり，$T^2$の半順序による単調性から，$\nu_n = T^2\nu_{n-1} \gtrsim T^2\overline{\nu} = \overline{\nu}$であることが示される．

次に，$\nu_{n-1} = \nu_n$が，任意の n に対して成立しないと仮定するとき，$\{\nu_n\}$ が，異なるプレ・マッチングの無限列となる．しかし，ワーカー数もオフィスブース数も有限であるから，プレ・マッチングの数は有限となり，仮定と矛盾する．$\nu_{n-1} = \nu_n$があるn について成り立つことを示したが，これはν_n がT^2 の固定点であることを意味する．$\overline{\nu}$ はTの最大固定点であるから，$\nu_n \lesssim \overline{\nu}$となり，$\nu_n \gtrsim \overline{\nu}$と合わせて，$\nu_n = \overline{\nu}$ が成り立ち，有限ステップで$\overline{\nu}$ に到達できることが示された．□

5. おわりに

本研究は，外部性をネットワークにより表現し，選好の代替性を満たすことで，コアが空集合にならないかつ有限ステップで終了するアルゴリズムを提案した．これにより実用性の高い，外部性を含むマッチングモデルを開発することができた．

今後の課題は，動的な座席割当モデルへの拡張，個別の座席割当にワーカー同士のパーソナルスペースを考慮することと，オフィス側の選好に相補性を加えることの 3 点である．いずれも実用面でワーカーとオフィス，両者の要望を満たすためには重要な要素である．

参考文献

[1] Elizabeth Bodine-Baron, Christina Lee, Anthony Chong, Babak-Hassibi & Adam Wierman “Peer Effects and Stability in Matching Markets”, *Algorithmic Game Theory*, pp.117-129, (2011).

[2] A. Tarski, “A lattice-theoretical fix point theorem and its applications.”, *Pacific Journal of Mathematics*, Vol.5, No.2, pp.285-309 (1955).

[3] D. Gale, L. S. Shapley, “College Admissions and the Stability of Marriage”, *The American Mathematical Monthly*, Vol.69, No.1, pp.9-15, (1962)

[4] Federico Echenique, M. Bumin Yenmez, “A solution to matching with preferences over colleagues”, *Games and Economic Behavior* Vol.59, pp.46-71, (2007)