F-037

三角形スリザーリンクパズルのルールの数式化
Making Equations for Rules of Triangle Slither link Puzzle

夏目　優‡　中野　凜‡　足立　智子‡
Yu Natsume Rin Nakano Tomoko Adachi

1.　はじめに

スリザーリンクパズルとは、Web ニコリによって商標登録され製作されているペンシルパズルの一種である[1]。長方形の盤面に存在しているマス目(正方形)に表示された数字を手掛かりに、ルールに従って盤面内に大きなループを作るパズルである。スリザーリンクパズルに関する研究結果は[2]などがある。

本発表で扱うスリザーリンクパズルは、マス目の形を四角形(正方形)から三角形に変え、盤面の形を長方形から大きな正三角形に変える。四角形を敷き詰めた通常のスリザーリンクパズルに関する既存の結果[2]をもとに、三角形を敷き詰めたスリザーリンクパズルのルールを定め、数式化を行う。

2.　既存の結果

2. 1.　四角形スリザーリンクパズルの例

四角形のスリザーリンクパズルでは、4 つの点でマス目が作られている。図 1 にその例を示す。

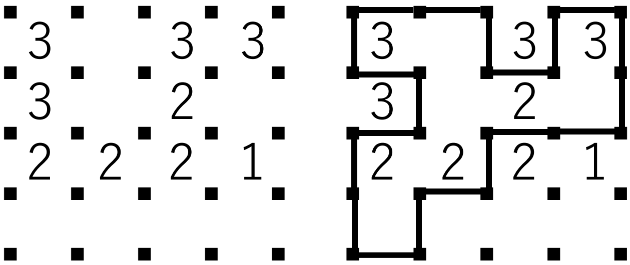

図 1　四角形スリザーリンクパズルの例

2. 2.　四角形スリザーリンクパズルのルール

Rule 1) 点と点をつなげ、全体で 1 つのループを作る。

Rule 2) 4 つの点で作られるマス目(四角形)の中の数字は、マス目の辺に引く線の数である。数字のないマス目の辺に引く線の数は未定である。

Rule 3) 線は交差せず、枝分かれしない。そのため、線を十字や T 字に引くことはない。

3.　三角形スリザーリンクパズルの提案手法

本節では、第 2.2.節のルールを踏まえ、三角形スリザーリンクパズルのルールと条件を提案する。

3. 1.　三角形スリザーリンクパズルのルール

三角形スリザーリンクパズルのルールを定める。図 2 にその例を示す。

Rule 1) 点と点を線でつなげ、全体で 1 つのループを作る。

Rule 2) 3 つの点で作られる最小のマス目(三角形)の中の数字は、マス目の辺に引く線の数である。数字のないマス目の辺に引く線の数は未定である。

Rule 3) 線は交わらず枝分かれしない。

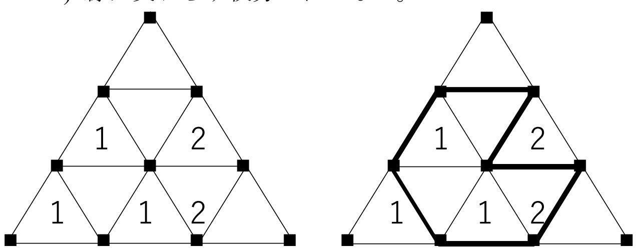

図 2　三角形スリザーリンクパズルの例

3. 2.　数式化を行うための条件

文献[2]をもとに、三角形スリザーリンクパズルのルールを次のように条件化する。ただし、本発表では条件(C0)は考慮しないこととする。

(A)盤面は三角形で、点の集合として与えられる。小さい三角形の 1 辺を 1 としたとき、盤面の大きな三角形の 1 辺の長さをmとする。

(B) 3 つの点に囲まれた 1 辺の長さが 1 の三角形を面という。面には 0,1,2 の数字が書かれていることがある。

(C)隣接する 2 点に線を引き次の条件を満たす解を得る。

(C0)盤面には 1 つの閉路しか存在しない。

(C1)面の数字と周りの 3 辺に引かれた線の数は等しい。

(C2)各点からでる線の数は 0 本または 2 本である。

(C3)盤面の外側には線を引かない。

3. 3.　点の座標

マス目を一辺が 1 の正三角形とし、盤面を一辺がmの大きな正三角形とする。 $m = 4$の例を図 3 に示す。上からu段目で左からv番目の点の座標をQ_{uv}とし、その座標を求める。

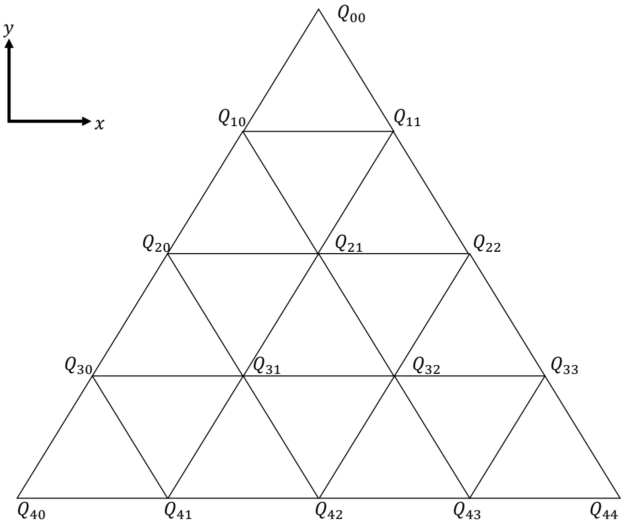

図 3　$m = 4$の正三角形の盤面

‡静岡理工科大学情報学部コンピュータシステム学科
Department of Computer Science, Faculty of Informatics, Shizuoka Institute of Science and

$Q_{00}=(0,0)$ $Q_{10}=\left(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $Q_{11}=\left(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
$Q_{20}=(-1,-\sqrt{3})$ $Q_{21}=(0,-\sqrt{3})$ $Q_{22}=(1,-\sqrt{3})$
$Q_{30}=\left(-\frac{3}{2},-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ $Q_{31}=(-\frac{1}{2},-\frac{3\sqrt{3}}{2})$ $Q_{32}=(\frac{1}{2},-\frac{3\sqrt{3}}{2})$
$Q_{33}=(\frac{3}{2},-\frac{3\sqrt{3}}{2})$ $Q_{40}=(-2,-2\sqrt{3})$ $Q_{41}=(-1,-2\sqrt{3})$
$Q_{42}=(0,-2\sqrt{3})$ $Q_{43}=(1,-2\sqrt{3})$ $Q_{44}=(2,-2\sqrt{3})$

3. 4.　点と辺の関係

座標$(\frac{1}{2}i,-\frac{\sqrt{3}}{2}j)$の点を$P$とし、点$P$の位置$(i,j)$をもとに面$F(i,j),F'(i,j)$と辺$a_{i,j},b_{i,j},h_{i,j}$を図 4 のように定める。

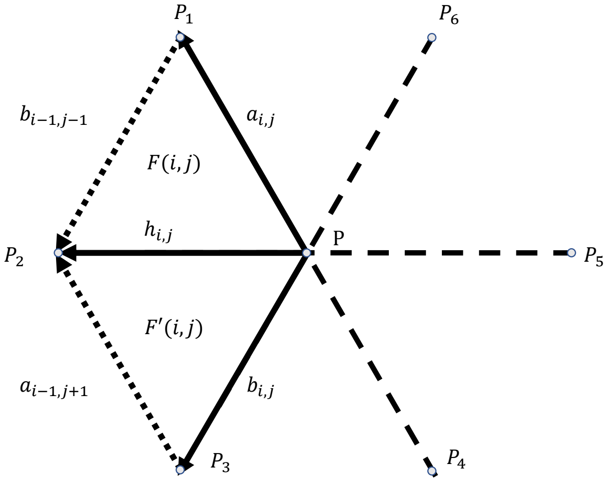

図 4　点Pの位置による面と辺の関係

点Pから斜め左上方向の辺をa、左水平方向の辺をh、斜め左下方向の辺をbとする。点Pを右端点とする上に凸の正三角形の面(マス目)を$F(i,j)$とし、その面に書かれている数字を$N(i,j)$とする。また、点Pを右端点とする下に凸の正三角形の面(マス目)を$F'(i,j)$とし、その面に書かれている数字を$N'(i,j)$とする。さらに、Hをパズルのヒントの総数とする。

面$F(i,j)$の辺は$a_{i,j},b_{i-1,j-1},h_{i,j}$であり、面$F'(i,j)$の辺は$a_{i-1,j+1},b_{i,j},h_{i,j}$であることがわかる。

4.　三角形スリザーリンクパズルの数式化

本節では、第 3.2.節で定めた条件の数式化を行う。条件(A),(B)は数式化の必要がない。条件(C)の数式化において、条件(C0)は本発表では考慮しないこととする。条件(C1)から条件(C3)の数式化を述べる。

4. 1.　条件(C1)の数式化

式①は面$F(i,j)$を構成する 3 辺についての条件である。$N(i,j)=s$のとき 3 辺のうちs本の辺に線が引かれるため、この条件は面の数字と周りの 3 辺に引かれた線の数は等しいという条件(C1)に合致する。同様に、式②は面$F'(i,j)$を構成する 3 辺についての条件である。

① $h_{i,j}+a_{i,j}+b_{i-1,j-1}=N(i,j)$ $((i,j)\in H)$
② $h_{i,j}+a_{i-1,j+1}+b_{i,j}=N'(i,j)$ $((i,j)\in H)$

4. 2.　条件(C2)の数式化

式③から式⑧はすべての変数の符号が 1 回ずつ反転している。どこか 1 辺に線が引かれ、その線の変数の符号を反転させると、他の少なくとも 1 辺にも線が引かれる必要があることが分かる。⑨と合わせると線の数は 0 本か 2 本になることが明らかになり、各点から出る線の数は 0 本もしくは 2 本であることを満たす。

③ $-h_{i,j}+h_{i+2,j}+a_{i,j}+a_{i+1,j+1}+b_{i,j}+b_{i+1,j-1}\geq 0$
④ $h_{i,j}-h_{i+2,j}+a_{i,j}+a_{i+1,j+1}+b_{i,j}+b_{i+1,j-1}\geq 0$
⑤ $h_{i,j}+h_{i+2,j}-a_{i,j}+a_{i+1,j+1}+b_{i,j}+b_{i+1,j-1}\geq 0$
⑥ $h_{i,j}+h_{i+2,j}+a_{i,j}-a_{i+1,j+1}+b_{i,j}+b_{i+1,j-1}\geq 0$
⑦ $h_{i,j}+h_{i+2,j}+a_{i,j}+a_{i+1,j+1}-b_{i,j}+b_{i+1,j-1}\geq 0$
⑧ $h_{i,j}+h_{i+2,j}+a_{i,j}+a_{i+1,j+1}+b_{i,j}-b_{i+1,j-1}\geq 0$
⑨ $h_{i,j}+h_{i+2,j}+a_{i,j}+a_{i+1,j+1}+b_{i,j}+b_{i+1,j-1}\leq 2$
$(i,j=0,1,\ldots,m)$

4. 3.　条件(C3)の定式化

盤面の周囲の面や点を内側と同じように扱うために、$h_{-i,-j},h_{i+1,-j},b_{i,j},b_{n,-k},a_{-i,j},a_{n,k}$を用いる。式⑩から式⑫はこれらの変数が盤面の外側に線を引かないことを満たすことを保証している。

⑩ $h_{-i,-j}=h_{i+1,-j}=0$

$$\left(i=0,\frac{1}{2},\frac{2}{2},\ldots,\frac{m}{2}\right)\quad\left(j=0,\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{2\sqrt{3}}{2},\ldots,\frac{m\sqrt{3}}{2}\right)$$

⑪ mが偶数のとき、

$$b_{i,j}=b_{n,-k}=0$$
$$\left(i=-\frac{m}{2},-\frac{m-2}{2},\ldots,-\frac{2}{2},0,\frac{2}{2},\ldots,\frac{m}{2}\right)$$
$$\left(j=-\frac{m}{2}\right)\quad\left(n=\frac{1}{2},\frac{2}{2},\ldots,\frac{m+1}{2}\right)$$
$$\left(k=-\frac{\sqrt{3}}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2},\ldots,\frac{(m-1)\sqrt{3}}{2}\right)$$

mが奇数のとき、

$$b_{i,j}=b_{n,-k}=0$$
$$\left(i=-\frac{m}{2},-\frac{m-2}{2},\ldots,-\frac{3}{2},-\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{3}{2},\ldots,\frac{m}{2}\right)$$
$$\left(j=-\frac{m}{2}\right)\quad\left(n=\frac{1}{2},\frac{2}{2},\ldots,\frac{m+1}{2}\right)$$
$$\left(k=-\frac{\sqrt{3}}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2},\ldots,\frac{(m-1)\sqrt{3}}{2}\right)$$

⑫ mが偶数のとき、

$$a_{-i,j}=a_{n,k}=0$$
$$\left(i=0,\frac{1}{2},\frac{2}{2},\ldots,\frac{m}{2}\right)\quad\left(j=0,\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{2\sqrt{3}}{2},\ldots,\frac{m\sqrt{3}}{2}\right)$$
$$\left(n=-\frac{m-1}{2},-\frac{m-3}{2},\ldots,-\frac{1}{2},\frac{1}{2},\ldots,\frac{m+1}{2}\right)$$
$$\left(k=-\frac{(m+1)\sqrt{3}}{2}\right)$$

mが奇数のとき、

$$a_{-i,j}=a_{n,k}=0$$
$$\left(i=0,\frac{1}{2},\frac{2}{2},\ldots,\frac{m}{2}\right)\quad\left(j=0,\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{2\sqrt{3}}{2},\ldots,\frac{m\sqrt{3}}{2}\right)$$
$$\left(n=-\frac{m-1}{2},-\frac{m-3}{2},\ldots,-\frac{2}{2},0,\frac{2}{2},\ldots,\frac{m+1}{2}\right)$$
$$\left(k=-\frac{(m+1)\sqrt{3}}{2}\right)$$

5.　おわりに

本発表では三角形スリザーリンクパズルの数式化を行った。これらの数式を用いてパズルの解が正しいかどうかを判定する C 言語のプログラムを作成した。今後はこの結果を生かしてパズルを製作していこうと考えている。

参考文献

[1] Web ニコリ[スリザーリンク] (2023 年 4 月 7 日アクセス) https://www.nikori.co.jp/ja/puzzles/slitherlink/
[2] 石濱友祐，久野誉人，“ 整数計画法を用いた高速な Slitherlink パズルの解法”，情報処理学会論文誌 Vol. 54, pp. 2103-2108, 2013.