A-011

複数プロジェクトへの資源配分を考慮した競争入札戦略

深谷 悠人 † 鮭川 矩義 ‡ 高野 祐一 §
筑波大学 † 法政大学 ‡ 筑波大学 §

1 はじめに

競争入札とは, プロジェクトの請負業者を決定するために行われるオークションのことである. 参加者のうちもっとも低い価格で入札した参加者がプロジェクトを落札し, 入札額分の支払いを受けてプロジェクトを実行する. 入札者は実行費用を推定し, その費用に利幅を乗じて入札額を決定する. 落札者の利益は入札額と費用の差分となるため, 費用の推定精度に大きく影響されることとなる. しかし, 推定費用には不確実性が存在する. また, 費用推定に投入する最適な資源量（工数）と利幅は相互に関係するため, 両者を同時に決定する必要がある.

競争入札における既存研究として, 資源量と利幅の同時最適化モデルを提案した研究 [3] と, 複数プロジェクトへの資源配分を考慮した競争入札モデルを提案した研究 [2] がある. しかし, 既存研究 [3] では単一のプロジェクトのみを対象としており, 既存研究 [2] では資源量と利幅を別々に最適化しているという課題がある.

そのため本研究では, 資源量と利幅の同時最適化モデルを複数プロジェクトへと拡張する. また, そのモデルに対し, ラグランジュ緩和を用いた有効な解法を提案する.

Competitive bidding strategy considering resource allocation to multiple projects
† Yuto Fukaya, University of Tsukuba
‡ Noriyoshi Sukegawa, Hosei University
§ Yuichi Takano, University of Tsukuba

2 提案モデル

複数プロジェクトへの資源配分を考慮した同時最適化モデルについて, その定式化を説明する. プロジェクトの添え字集合を N とし, あるプロジェクト $n \in N$ についての定式化を行う.

競争入札において入札者はまず, 実行費用を推定する. しかし, この推定費用には不確実性が含まれるため, 確率変数として扱う. プロジェクトの真の実行費用を C_n と表し, 推定に含まれる誤差を表す確率変数を e_n と表す. このとき, 推定費用は $(1+e_n)C_n$ と表現できる. また, 利幅を m_n とすると入札者の入札額は,

$$B_n(m_n, e_n) = (1+m_n)(1+e_n)C_n \quad (1)$$

と表される. また, 入札額が b のときに落札する確率を $P_n(b)$ と表す. 入札者がプロジェクトを落札した際に得られる利益は $B_n(m_n, e_n) - C_n$ と表現される. 費用推定において投入された資源量と推定誤差との関係を考慮するため, 誤差の確率密度関数は推定に投入した資源量 w_n に応じて変化すると仮定し, $\phi_n(e_n \mid w_n)$ と表現する. また, この資源量 w_n は, 実行費用に対する割合として表現するものとする. そのうえで, 推定に投入する資源量と利幅の両方を考慮した期待利益は以下のように定式化できる.

$$\begin{aligned} &R_n(m_n, w_n) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} (B_n(m_n, e_n) - C_n) P_n(B_n(m_n, e_n)) \phi_n(e_n \mid w_n)\, \mathrm{d}e_n \\ &\qquad - C_n w_n \quad (2) \end{aligned}$$

企業は入札予定のプロジェクトの費用推定に際限なく資源を投入することはできない. そこ

で, 費用推定に利用可能な資源量の上限 U を導入する．この時, 複数プロジェクトへの資源配分を考慮した同時最適化モデルは以下の最適化問題として定式化できる．

$$\max \quad \sum_{n \in N} R_n(m_n, w_n) \tag{3}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{n \in N} C_n w_n \leq U \tag{4}$$

$$0 \leq w_n \qquad \forall n \in N \tag{5}$$

$$0 \leq m_n \qquad \forall n \in N \tag{6}$$

この問題を解くことで最適な入札戦略を決定できるが, 解析的に最適解を得ることは困難である．そこで, この問題に対し有効と考えられる解法を提案する．

3 提案解法

提案モデル (3)–(6) に対して, 資源制約をラグランジュ乗数 λ (≥ 0) を用いて緩和を行うと, 以下のような問題を得る．

$$\max \quad \sum_{n \in N} R_n(m_n, w_n) + \lambda \left(U - \sum_{n \in N} C_n w_n \right) \tag{7}$$

$$\text{s.t.} \quad 0 \leq w_n \qquad \forall n \in N \tag{8}$$

$$0 \leq m_n \qquad \forall n \in N \tag{9}$$

得られた緩和問題は, プロジェクトごとに分離した問題として取り扱うことが可能となっている．プロジェクトごとの問題であれば, 2 変数の最適化問題であるため, グリッドサーチを行うことで大域的最適解を求めることができる．

緩和問題の最適値は, 元問題の最適値の上界を与える．ここでは, 緩和問題の最適値をもっとも小さくするような λ を求めることで元問題の良質な解を得るアルゴリズムを, 既存研究 [1, 4] に基づいて構成する．なお, Z_{LR} は緩和問題の最適値, $Z_{\mathrm{LR}}^{\min}$ は緩和問題の最適値の暫定最小値, Z_{LB} は元問題の最適値の下界を表す．また, δ は資源制約の違反度を表す．

1. λ を非負定数に設定する．$\ell = 1$ とする．
2. 各プロジェクト $n \in N$ ついてグリッドサーチを行い, 最適解 (m_n^*, w_n^*) を求める．
3. $\delta = \sum_{n \in N} C_n w_n^* - U$, Z_{LR} を計算する．$Z_{\mathrm{LR}} \leq Z_{\mathrm{LR}}^{\min}$ ならば, $Z_{\mathrm{LR}}^{\min} = Z_{\mathrm{LR}}$ とする．$\delta \leq 0$ ならばステップ 4 へ, $\delta > 0$ ならばステップ 5 へ進む．
4. (m_n^*, w_n^*) によって得られる元問題の目的関数値を Z_{LB} とする．$\lfloor Z_{\mathrm{LR}}^{\min} \rfloor \leq Z_{\mathrm{LB}}$ ならば, 反復を終了する．
5. $\lambda = \max\{0, \lambda + \delta/\ell\}$ と更新し, $\ell = \ell + 1$ としてステップ 2 へ戻る．

4 数値実験

提案解法の有効性の確認と, Python の非線形最適化ソルバー [5] との比較実験を行った．数値実験については当日説明する．

参考文献

[1] 宮本裕一郎. (2013). 数理最適化入門 (3): ラグランジュ緩和と劣勾配法 (チュートリアル). 応用数理, 23(3), 129–134.

[2] Takano, Y., Ishii, N., & Muraki, M. (2017). Multi-period resource allocation for estimating project costs in competitive bidding. Central European Journal of Operations Research, 25(2), 303–323.

[3] Takano, Y., Ishii, N., & Muraki, M. (2018). Determining bid markup and resources allocated to cost estimation in competitive bidding. Automation in Construction, 85, 358–368.

[4] Umetani, S., Arakawa, M., & Yagiura, M. (2018). Relaxation heuristics for the set multicover problem with generalized upper bound constraints. Computers & Operations Research, 93, 90–100.

[5] Wächter, A., & Biegler, L. T. (2006). On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming. Mathematical Programming, 106(1), 25–57.