A-009

一般ペトリネットにおける有界プレースに対する最大トークン数の判定法

A Method for Determining the Maximum Number of Tokens for Bounded Places in General Petri Nets

太田 真生 †　　和﨑 克己 ††
Mao Ota　Katsumi Wasaki

1　はじめに

ペトリネットは，事象発生の並列性，非同期性，非決定性を有する離散事象システムの振る舞いを表す数学モデルである [1][2]．既存のペトリネットツールの記述性，操作性，再利用性の問題を解決するため，本学で開発されたのが階層化可能なペトリネット設計ツール HiPS（Hierarchical Petri net Simulator）である [3]．本研究では、ペトリネットにおけるプレースが持つことのできる最大トークン数の判定法の提案と実装を目的としている。

2　諸定義

2.1　構造的有界

ペトリネット N は，任意な有限な初期マーキング M_0 に対して有界であれば，構造的に有界 (structurally bounded) であると呼ばれる．必要十分条件は,

$$\exists y > 0,\ Ay \leq 0 \tag{1}$$

で表され，ペトリネット N は，$Ay \leq 0$ であるような正整数の m 次ベクトル y が存在すれば，かつそのときにかぎって，構造的に有界であるといえる.

2.2　保存性とインバリアント

■保存性　ペトリネット N はすべての (いくつかの) プレース p に対して，すべての $M \in R(M_0)$ および任意の固定された初期マーキング M_0 についてトークンの重み付き総数 ($M^T y = M_0^T y$) が一定であるような正整数解 $y(p)$ が存在すれば (準) 保存的 ((partially)conservative) であると呼ばれる.

保存性の必要十分条件は (2)，準保存性の必要十分条件は (3) で表される.

$$\exists y > 0,\ Ay = 0 \tag{2}$$

$$\exists y \geq 0 (y \neq 0),\ Ay = 0 \tag{3}$$

■S-インバリアント　整数の m 次ベクトル y は, $Ay = 0$ のとき，S-インバリアント（S-invariant）と呼ばれる.

S-インバリアント $y \geq 0$ の非ゼロ成分に対応するプレースの集合は，インバリアントの台集合（support of an invariant）と呼ばれる．台集合は，その台集合の空でない真部分集合がいずれも台集合でないとき，極小であると呼ばれる．インバリアント（ベクトル）y は，すべての p に対して $y_1(p) \leq y(p)$ であるような他の異なるインバリアント y_1 が存在しないとき，極小であると呼ばれる．インバリアントのある極小台集合を考えると，その極小台集合に対応する一意の極小インバリアントが存在する．そのようなインバリアントを極小台集合インバリアント（minimal-support invariant）と呼ぶ.

3　最大トークン数の判定手法の提案と実装

3.1　判定手法の提案

現在，最大トークン数の計算方法として S-インバリアントを利用した方法が存在する.

$$M(p) \leq Min[(M_0{}^T y_i)/y_i(p)] \tag{4}$$

この式は，S-インバリアントを求解した際に解を得られるプレース，つまり準保存的であるプレースにのみ適用できる．しかし，準保存的でないプレースであってもトークン数上限が存在する場合がある．そのようなプレースの最大トークン数の計算方法として，そのようなプレースが準保存的となるような構造変換を行うという方法を提案する．準保存的となれば S-インバリアントを求解した際に解が得られ，式 (4) を適用できる.

3.2　判定手法の流れ

プレースの分類を行ったのち，計算を行う.

■プレースの有界性判定　はじめに，式 (1) の y の制限を下記のように緩和し求解することで，構造的有界となるプレースの判定を行う.

$$\exists y \geq 0,\ Ay \leq 0 \tag{5}$$

一つでも有界となるプレースが存在すれば，S-インバリアントの求解に進む．有界なプレースが存在しない場合，S-インバリアントの求解，および最大トークン数の計算を行わず処理を終了する．以降の判定は有界性判定で得られた有界なプレースについて行う.

■S-インバリアントの求解　次に，有界なプレースに対して式 (3) を求解し，極小台集合 S-インバリアントをすべて求解する．求解した極小台集合 S-インバリアントのすべてで解が得られなかったプレースを，準保存的でないプレースとして保存する.

■有界プレースの最大トークン数計算

† 信州大学大学院総合理工学研究科, Graduate School of Science and Technology, Shinshu University
†† 信州大学工学部電子情報システム工学科, Department of Electrical and Computer Engineering, Faculty of Engineering, Shinshu University

Copyright © 2023 by
The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers and
Information Processing Society of Japan All rights reserved.

準保存的であるプレース　準保存的であるプレース有界であり準保存的であるプレースは，すでに求解した極小台集合 S-インバリアントと式 (4) を用いて最大トークン数の計算を行う．

準保存的でないプレース　有界であり準保存的でないプレースは，プレース一つ一つに注目して計算を行う．接続行列から，注目しているプレースを入力プレースとするトランジションを探し，そのトランジションの行をすべて 0 にした行列を作成する．この行列を用いて，注目しているプレースが解をもつように条件を追加し，再度 S-インバリアントの求解を行う．この求解によって得られた S-インバリアントを用いて，式 (4) により計算を行う．

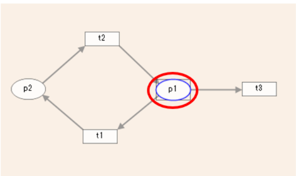

図 1　ペトリネット例

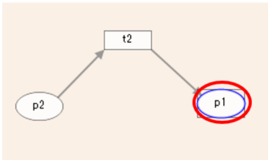

図 2　変換後のペトリネット

$$A = \begin{array}{c} \\ t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} p_1 & p_2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \Longrightarrow A' = \begin{array}{c} \\ t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} p_1 & p_2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

図 3　構造変換前後の接続行列

3.3　HiPS ツールへの実装と解析例

開発は Visual Studio で行い，Visual C#を用いる．構造的性質の必要十分条件である行列不等式，行列方程式の求解に CP-SAT Solver を用いる．CP-SAT Solver は，Google 社が提供する数理最適化問題解決のためのオープンソースソフトウェアである，Google OR-Tools に付属されている整数計画問題のソルバーである [4]．構造的性質の必要十分条件である行列不等式，行列方程式のソルバーでの求解方法はすでに検討が行われているので，ここに改良を加える形で実装を行う [5]．

解析するネットを図 4 に示し，解析結果を図 5，6 に示す．図 4 に示したネットは，(a)(b)(c)(d) の 4 つの独立したネットからなっている．図 5 から，図 4(c) の 2 つのプレース以外が有界であることがわかる．図 6 から，図 4(d) の 3 つのプレースが準保存的であることがわかる．

また，本来，p_1 の最大トークン数は 2 となるはずであるが，図 5 では 0 となっている．これは，p_1 の最大トークン数を計算する際に p_1 を入力プレースとするトランジション (t_1) を探し，t_1 の行をすべて 0 にした行列を作成しているが，この変換後の行列でも p_1 は準保存的となっておらず S-インバリアントの解を得られないからである．このことから今回の最大トークン数の判定を行うための提案手法は，削除を行うトランジションがネットをサイフォン構造の性質を持たせるトランジションである場合のみ適用可能なものであると考えられる．

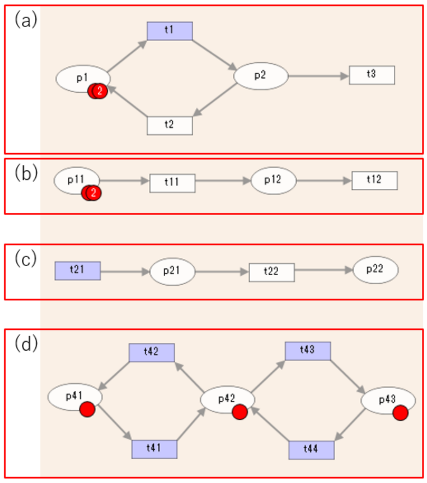

図 4　ペトリネット例

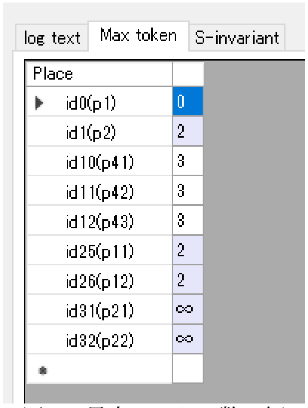

図 5　最大トークン数の解析結果

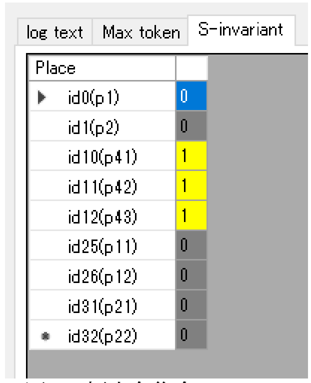

図 6　極小台集合 S-インバリアントの解析結果

4　まとめと今後の課題

本研究ではプレースが持つことのできる最大トークン数の判定法の提案を行った．今回計算手法として，構造変換を行うことで，有界かつ準保存的でないプレースに保存的性質をもたせ計算を行う．提案手法を用いることで，構造変換後にネットが準保存的となるネットの最大トークン数の計算が可能となった．

現在の提案手法では，構造変換によって削除したトランジションがネットにサイフォン構造の性質を持たせるものである場合でしか正しく計算が行えていない．そのため，今後の課題として，現在の手法とは異なる，削除する必要のあるトランジションの判定法を発見する必要がある．

参考文献

[1] Tadao Murata: “Petri Nets: Properties, Analysis and Applications”, Proc. of the IEEE, 77(4), 1989
[2] 村田忠夫：ペトリネットの解析と応用，近代科学社，1992
[3] HiPS Tools：https://sourceforge.net/projects/hips-tools/
[4] Google OR-Tools：https://github.com/google/or-tools
[5] 芳澤祐大，和崎克己：一般ペトリネットにおける構造的性質を用いた強 L2 活性構造の存在性判定，第 21 回情報科学技術フォーラム（FIT2022）講演論文集， Vol.1, No.A-019, pp.141-142, Sep. 2022

Copyright © 2023 by
The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers and
Information Processing Society of Japan All rights reserved.