A-003

量子回路学習によるＧＡＲＣＨ時系列の推定

Estimation of GARCH Time Series by Quantum Circuit Learning

高石　哲弥 †
Tetsuya Takaishi

1. はじめに

近年、量子コンピュータのハードウェアの開発が進んでいる。最近では IBM が 400 量子ビットを超える量子プロセッサ（Osprey）を発表している。その他に、Google や IonQ などのスタートアップ企業による開発も盛んに行われている。日本では、この３月に理化学研究所で開発された国産超伝導量子コンピュータの初号機が公開された。このようにハードウェアの開発は進んでいるが、量子コンピュータは固有の誤差を持つため実用的な量子コンピュータ（誤り耐性量子コンピュータ）の実現には 100 万量子ビット程度が必要だと考えられており、誤り耐性量子コンピュータの登場にはまだ時間がかかると考えられている。

ハードウェアの開発とともに、量子アルゴリズムの研究も盛んになっている。量子コンピュータを用いればすべての計算が効率的になるわけではない。量子の性質を利用して計算を効率的に行うための量子アルゴリズムの開発も必須である。これまでの量子アルゴリズムの研究から、特に量子コンピュータの応用が期待されているのは、量子化学計算、機械学習、金融などの分野である。

本研究では、新しい量子アルゴリズムの研究として、量子回路モデルによって時系列を表現し、時系列を精度良く推定、予測することを目的としている。その為のステップとしてまず量子回路によるモデルが時系列を表現できているかどうか確かめる。その手法として、既存のモデルで人工的に生成した時系列を用い、量子回路モデルが元の時系列の特徴を捉えることができるかどうかを確かめる方法を取る。本研究では、既存モデルとして、金融実証分析で良く利用されている GARCH モデル[1]を利用する。

2. GARCH モデル

金融の実証分析において、リスクを測る指標の１つがボラティリティである。ボラティリティはある期間の時系列変動の大きさを表し、ボラティリティが大きいとその資産のリスクが高いとされる。ボラティリティは分散に対応する値である。対象とする期間内に十分な観測値があれば、それらの観測値から分散が計算できる。しかし、金融時系列の場合、日次時系列しか容易に得られない場合がある。その為、金融の実証分析では日次収益率データからボラティリティ時系列を推定することが良く行われる。例えば、t-1 期の収益率とボラティリティが与えられたときに t 期のボラティリティを推定することが行われる。この時、t 期のボラティリティを与える関数が存在するとして$\sigma_t{}^2 = f(\sigma_{t-1}{}^2, r_{t-1})$で表されるとする。この関数形の具体的な形を我々は知らないので、時系列データを近似するよう関数形を決めてゆく（モデル化する）。最も簡単な GARCH モデルではが以下のように近似される。

$$\sigma_t{}^2 = \omega + \alpha r_{t-1}{}^2 + \beta \sigma_{t-1}{}^2 \qquad (1)$$

ここで、α、β、ωはモデルのパラメータであり、時系列データにフィットするように決定される。式（1）は収益率の正負でボラティリティが対称と仮定した場合に$f(\sigma_{t-1}{}^2, r_{t-1})$を最低次でテイラー展開した形になっている。そして、パラメータはテイラー展開係数に対応する。式(1)以外にも様々な関数形が考えられている（例えば、[2,3]）。t 期の収益率は得られたボラティリティを利用して$r_t = \sigma_t \varepsilon_t$ によって得られる。ここで、ε_t は分散１，平均ゼロの正規乱数である。

3. 量子回路学習

量子回路学習は Mitarai ら[4]によって提唱され、そのアイデアは機械学習に似ている。機械学習ではパラメータを持つニューラルネットワークに入力し、出力値が所望の値になるようにパラメータを最適化する。関数を近似する場合、ニューラルネットのパラメータを増やすことによって任意の関数が近似できることが知られている。量子回路学習では、ニューラルネットに対応するのがパラメータ付き量子回路である。

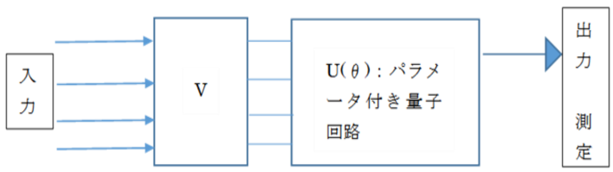

図１：量子回路学習の模式図

図１は量子回路学習の模式図である。V は入力データを量子回路にエンコードする量子回路である。U(θ)にあたる部分は時系列をモデル化する部分で量子ゲートから成り立つ。量子回路のパラメータは出力値が所望の値になるように最適化される。量子回路はユニタリ―変換（ユニタリ―行列）で表すことができので、このユニタリ―変換の表現力が高ければ少ないパラメータ数で関数を良く近似できることになる。Mitarai らは量子回路で 1 次元の関数等が良く近似できることを示している。

本研究では、量子回路によって金融時系列を表すことを目的とする。時系列を量子回路で表すためには時間相関があるようにモデル化する必要がある。GARCH モデルは t-1 期の収益率r_{t-1}とボラティリティσ_{t-1}^2を入力して t 期のボラティリティσ_t^2を推定する構造になっているので、この推定値σ_t^2を次の入力値として利用するようモデル化する。従って、ボラティリティを通して時間相関が取り入れられることになる。但し、本研究では量子回路モデルがうまく時系列を捉えられるかを確かめるのを目的としており、GARCH モデルにより人工的に生成した時系列を利用する。その場合、真のボラティリティσ_t^2が分かっているので真のボラティリティ値を入力値及び教師データとして利用する。

†広島経済大学　Hiroshima University of Economics

本研究では、1 量子ビット及び 2 量子ビットを用いた量子回路モデルを利用した。図 2 は 2 量子ビットを利用した量子回路を表している。Ry 及び Rz で表される量子ゲートはデータを入力する部分に対応し、入力値は角度エンコーディングによって量子回路に入力する。U は 2x2 のユニタリ行列に対応し、３つのパラメータを持つ。2 量子ビット回路の場合、合計 6 つのパラメータを持つ。これらユニタリ一行列のパラメータは出力値（推定値）がコスト関数を最小化するように最適化する。コスト関数は真のボラティリティを$\sigma_t{}^2$、$\bar{\sigma}_t{}^2$を推定値とし、以下で定義する。

$$cost\ function = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}(\sigma_t{}^2 - \bar{\sigma}_t^2)^2 \qquad (3)$$

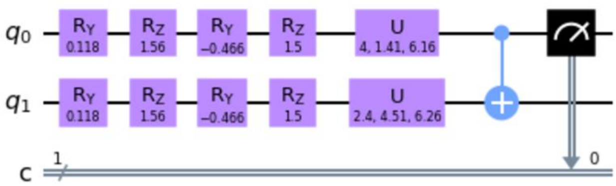

図 2：2 量子ビット回路モデル（IBM Qiskit による描画）

図 3 と 4 はそれぞれ GARCH モデルにおいてパラメータを(α, β, ω)=(0.11,0.86,0.24)として生成した収益率とボラティリティ時系列（時系列長＝730）である(絶対値が 1 以下になるようにスケール変換してある)。

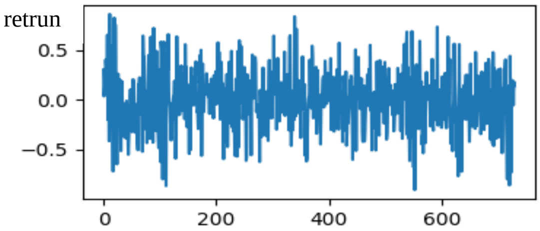

図 3：GARCH モデルによって生成した収益率時系列

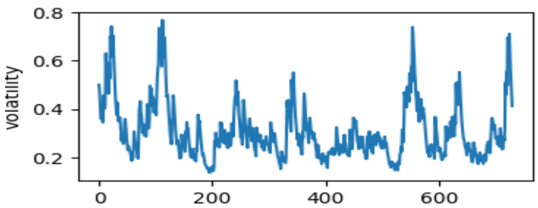

図 4：GARCH モデルによって生成したボラティリティ時系列

4. 量子回路モデルの推定結果

GARCH モデルによって生成した収益率とボラティリティデータを入力値としてコスト関数を最小化するようにパラメータを決定した。最小化には COBYLA を利用した。量子計算は IBM Qiskit のシミュレータを用いて実行した。図 5 は 2 量子ビット量子回路によるボラティリティ時系列の推定結果である。量子回路モデルによる推定結果と入力値とはよく似た時間変動を示しており、時系列をよく再現している。1 量子ビット回路でも結果は同様であった。図 6 は推定されたパラメータと同じものを利用した量子回路モデルによってボラティリティ時系列の予測を行ったものである。入力データと同様にボラティリティの大きくなる期間が現れている。

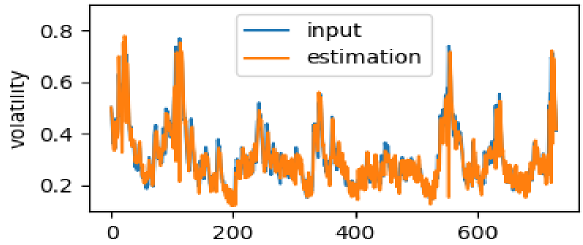

図 5：ボラティリティ時系列の推定

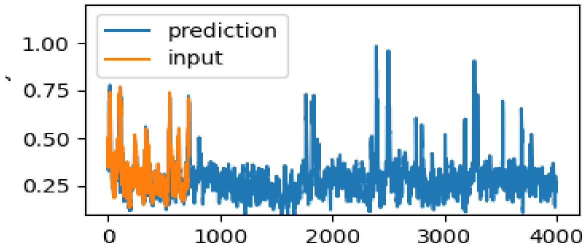

図 6：ボラティリティ時系列の予測

図 7 はボラティリティ時系列の自己相関関数を表している。図は片側対数で入力及び予測データとも指数関数的に相関が減少している。GARCH モデルの自己相関関数は理論的に指数関数的に減少することが知られており、理論と振る舞いは一致している。

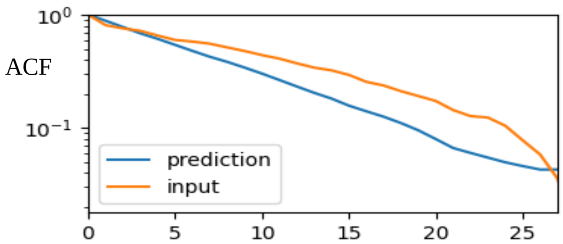

図 7 ：ボラティリティ時系列の自己相関関数（ACF）

5. まとめ

本研究では、GARCH モデルによる人工時系列を用い、量子回路モデルによるボラティリティ推定を行った。その結果、元のボラティリティ時系列を良く再現する結果となった。人工時系列では真のボラティリティが分かっており、式（3）のコスト関数が利用できたが、実際の金融時系列ではボラティリティが分かっている訳ではない。従って、式（3）以外の方法を取る必要があり、例えば最尤推定法を用いることが考えられる。今後は最尤推定法を利用して、実際の時系列への応用を考えている。

謝辞

本研究の一部は JSPS 科研費 21K01435 の助成を受けたものです。

参考文献

[1] T. Bollerslev, Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, J. Econometrics 31 (1986) 307–327.
[2] E. Sentana, Quadratic ARCH models, Rev. Econ. Stud. 62 (1995) 639–661.
[3] T.Takaishi, Rational GARCH model: An empirical test for stock returns, Physica A 473 (2017) 451-460.
[4] K.Mitarai, et al., Quantum circuit learning, Phys. Rev. A, 98 (2018) 032309