

## 代理モデル多目的進化計算におけるスカラー化関数の適応 Adaptation of Scalarization functions on Surrogate-Assisted Multiobjective Evolutionary Algorithm

洞口 裕真<sup>1)</sup> 中田 雅也<sup>1)</sup>

Yuma Horaguchi Masaya Nakata

### 1 はじめに

工学設計における多目的最適化では、1回の解評価に多くの時間や費用を要する場合がある [1]。このような問題領域は、高コスト多目的最適化問題 (Expensive Multi-objective Optimization Problem: EMOP) と呼ばれ、少ない解評価回数で最適化を促進する必要がある [2]。EMOP では、シミュレーションを用いて解を評価することが多く、目的関数が陽に定式化できないブラックボックス性も伴うことから、多目的進化計算 (Multi-Objective Evolutionary Algorithm: MOEA) などのメタヒューリスティクスが有用となる。

EMOP に特化した手法として代理モデル多目的進化計算 (Surrogate-Assisted MOEA: SAEA) [2] がある。解の優劣を推定する代理モデルは、評価済み解 (学習) データを学習した機械学習で構築され、候補解群から優良解を選別する処理に用いられる。SAEA は、目的関数などの評価指標の近似モデルを用いた近似型 SAEA、優良・非優良解の分類モデルを用いた分類型 SAEA に大別できる。近似型 SAEA は、近似値の比較により候補解を一意に順位付けできる利点があり、分類型 SAEA よりも選別能力が高い。低次元問題では近似型 SAEA の性能が分類型 SAEA を大きく上回る傾向がある [3]。

しかし、近似型 SAEA は、問題次元が増加すると性能が著しく低下する [4, 5, 6]。この理由は 2 つある。まず、高次元かつ少量の学習データでは、近似モデルの高精度化が困難であり、優良解の選別精度も低下する [6]。次に、殆どの近似型 SAEA は目的関数毎に近似モデルを構築するが [7]、この方法は近似精度の低下に対する頑健性に劣る。例えば、複数の近似モデルのうち、何れかの近似精度が低下するだけで優良解の選別精度が低下する。また、多点探索中に近似モデルを共通して用いるため、精度低下の影響が全ての探索過程に波及する。

直近の研究では、50 次元以上のベンチマーク問題で、選別能力に劣る分類型 SAEA が近似型 SAEA よりも優位となることが示された [3]。したがって、高次元問題においても高い選別能力を活かした近似型 SAEA は未だ実現されていない。本稿では、上述した近似型 SAEA の課題に対処するために、下記の知見を活用する。

- 分割型 MOEA [8] は、スカラー化関数を用いて複数の単一目的部分問題に変換して最適化する。各部分問題の目的関数となるスカラー関数は互いに独立する。そのため、部分問題毎にスカラー化関数を近似すれば、

選別処理に要する近似モデルは 1 つで済み、精度低下の影響が他の部分問題に波及することもない。

- スカラー化関数は、Weighted Sum や Tchebycheff など、様々な種類がある。スカラー化関数を近似する場合、その種類によって解の分布が変わり近似関数の形状も変わる [9]。同じ学習データでも、スカラー化関数の種類を調整すれば、近似精度が改善する余地がある。

以上より本稿では、分割型 MOEA である MOEA/D [10] を拡張し、スカラー化関数の種類を適応的に選択することで、近似モデルの精度を自律的に改善する SAEA を提案する。具体的には、事前定義したスカラー化関数毎に近似モデルを構築し、精度が最も高い近似モデルをソルバーで最適化することで、優良解を選定する。この方法によって懸念される計算量の増加に対処するために、計算量が比較的少ない Radial Basis Function (RBF) 補間を用いて近似モデルを構築する。

なお、スカラー化関数の性質はその種類によって変わる。そのため、問題特徴と親和性の高いスカラー化関数を選択する方法も考えられるが、本稿では近似精度のみを選択基準とする。しかし、6 章では、親和性を考慮した選択基準も併用することで、提案手法の更なる性能改善が達成できる可能性を示し、今後の課題として残す。

本稿の貢献は次の通りである。まず、著者らの調査の限り、分割型 MOEA の枠組みでスカラー化関数毎に近似モデルを構築する SAEA はなく、本研究が先述した近似型 SAEA の課題に初めて対処する位置づけとなる。最も関連する SURROGATE-ASF [11] は、ユーザーの選好を満たす解を生成するために、部分問題を調整しながらスカラー化関数の近似モデルを構築する。次に、SAEA においてスカラー化関数の種類を適応的に選択する試みも他になく、この方法が一般的な近似型 SAEA と同程度の計算時間で実現できることを示す。最後に、これらの改良点によって、50~200 次元の問題で、提案手法の性能が現在のベースライン性能を上回ることを示す。

本稿の構成は次の通りである。2 章では関連研究を説明し、3 章で提案手法で用いるスカラー化関数と MOEA/D について概説する。紙面の制約上、RBF 補間の説明は省略する。4 章で提案手法のアルゴリズムを説明する。5 章で実験結果を示し、6 章で分析結果を示す。第 7 章で本論文の結論を述べる。

### 2 関連研究

表 1 に関連手法をまとめる。表では、代理モデルの構成、適応機構、実験された問題次元の最大値の観点で記

1) 横浜国立大学 理工学部 Faculty of Engineering Science, Yokohama National University

表 1 提案手法に関連する既存手法

		代理モデルの構成			適応対象	次元
CPS-MOEA [12]	2015	分類型	KNN	パレート支配関係	-	30
CSEA [5]	2018	分類型	NN	パレート支配関係	-	30
MCEA/D [3]	2022	分類型	SVM	スカラー化関数	-	150
K-RVEA [13]	2016	近似型	Kriging	目的関数	-	10
SAMO [14]	2017	近似型	Kriging, RBF など	目的関数	代理モデルの種類	10
HeE-MOEA [15]	2018	近似型	SVM, PCA など	目的関数	-	80
SURROGATE-ASF [11]	2019	近似型	RBF	スカラー化関数	ユーザの嗜好を踏まえた部分問題の調整	7
SA-RVEA-PCA [16]	2020	近似型	Kriging, PCA	目的関数	-	160
AB-MOEA [17]	2020	近似型	Kriging	目的関数	スカラー化関数のパラメータ	22
KTA2 [18]	2021	近似型	Kriging	目的関数	Infill criteria	11
TIC-SMEA [19]	2021	近似型	Kriging, RBF	目的関数	Infill criteria	30
EDN-ARMOEA [4]	2021	近似型	NN	目的関数	-	100
ADSAPSO [6]	2022	近似型	RBF	目的関数	-	200
提案手法	2022	近似型	RBF	スカラー化関数	スカラー化関数の種類	200

載している。例えば、CPS-MOEA は、パレート支配関係を識別する分類モデルを  $k$  近傍法 (KNN) で構築し、最大 30 次元の問題で性能を評価している。他にも様々な SAEA があるが [2]、同一のカテゴリに属する SAEA は代表手法と最新の手法を記載している。

● **高次元 EMOP への対応** 高次元問題を指向した SAEA は、比較的新しい研究課題であり、EDN-ARMOEA、HeE-MOEA、SA-RVEA-PCA、ADSAPSO、MCEA/D がある。EDN-ARMOEA は、Kriging の代替として計算効率の良いニューラルネットワーク (NN) を用いることで、少量データでも精度が高い近似モデルを構築可能であることを示した。HeE-MOEA、SA-RVEA-PCA、ADSAPSO は、主成分分析 (PCA) などの次元削減法を近似型 SAEA に融合した方法である。MCEA/D は、高次元かつ少量の学習データで精度が良い SVM を用いて、部分問題毎に分類モデルを構築する。50~150 次元の問題における最新の比較では、MCEA/D の性能が EDN-ARMOEA などの主要な SAEA を上回ることが示された [3]。この比較において、CSEA、CPS-MOEA も高次元問題で高い性能を導出可能であることが明らかにされた。

● **代理モデルの適応的調整** 代理モデルの選別精度は、機械学習の種類やパラメータ設定、評価する解の選別基準 (Infill criteria) にも依存する。SAMO は、Kriging や RBF などを用いて複数の近似モデルを構築し、推定誤差が最少となる近似モデルを選択する。HeE-MOEA や TIC-MOEA は、アンサンブル学習から近似モデルを構築する。また、TIC-MOEA は探索状況に応じて Infill criteria を適応的に調整する方法も取り入れており、同様の方法が KTA2 にも実装されている。AB-MOEA は、スカラー化関数の一種である Angle Penalty Distance (APD) を定義する角度パラメータを適応的に調整する。SURROGATE-ASF は、ユーザの嗜好を満たすように、最適化する部分問題 (スカラー化関数の重み) を調整し、スカラー化関数の近似モデルを RBF により構築する。

他の観点として、K-RVEA、AB-MOEA、SA-RVEA-PCA は分割型 MOEA を用いた近似型 SAEA である。しかし、目的関数の近似モデルを用いてスカラー化関数値を計算

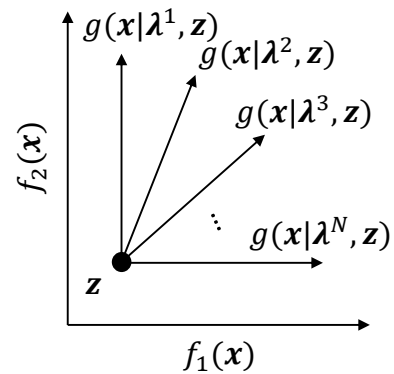


図 1 スカラー化関数を用いた部分問題の例

するため、1 章で述べた近似型 SAEA の課題が生じる。

### 3 要素技術

#### 3.1 スカラー化関数

本稿では次式で示す多目的最適化問題を考える。

$$\text{minimize } F(x) = (f_1(x), \dots, f_M(x)) \quad (1)$$

$$\text{subject to } x \in S$$

$S \in \mathbb{R}^D$  は実行可能領域であり、 $M \geq 2$ 、 $f_i : S \rightarrow \mathbb{R}$  である。一般にスカラー化関数  $g(x|\lambda, z)$  は、 $g : \mathbb{R}^M \rightarrow \mathbb{R}$  であり、重みベクトル  $\lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_M\}$  と参照点  $z = \{z_1, \dots, z_M\}$  を用いて目的関数値  $F(x)$  をスカラー値へ変換する。図 1 に示すように、 $\lambda$  を変更することで、 $g(x|\lambda, z)$  の最小化を目的とする部分問題が複数定義できる。提案手法で用いる 4 種類のスカラー化関数を以下に説明する。

● **Weighted Sum (WS)** 式 (2) で与えられる WS は、凸なパレート形状で収束速度が改善する傾向があるが、非凸なパレート形状では最適解の発見が困難になる [20]。

$$g^{\text{WS}}(x|\lambda) = \sum_{j=1}^M \lambda_j f_j(x) \quad (2)$$

● **Penalty-based Boundary Intersection (PBI)** 式 (3) で与えられる PBI は、収束性と多様性の両方をパラメータ  $\theta$

で制御できる特徴がある。

$$g^{PBI}(x | \lambda, z) = d_1 + \theta \|F(x) - (z - d_1 \lambda)\| \quad (3)$$

$$d_1 = \frac{\|(z - F(x))^T \lambda\|}{\|\lambda\|} \quad (4)$$

• Tchebycheff (TCH) 式 (5) で与えられる TCH は、凸・非凸の両パレート形状に対応できる利点がある。

$$g^{TCH}(x | \lambda, z) = \max_{1 \leq j \leq M} \{\lambda_j |f_j(x) - z_j|\} \quad (5)$$

• Modified Tchebycheff (MTCH) 式 (6) で与えられる MTCH は、パレートフロント上に解が一様分布するように改良した TCH である。

$$g^{MTCH}(x | \lambda, z) = \max_{1 \leq j \leq M} \left\{ \frac{|f_j(x) - z_j|}{\lambda_j} \right\} \quad (6)$$

### 3.2 MOEA/D

MOEA/D は、多目的最適化問題を  $N$  個の部分問題に分割する点に特徴があり、 $i$  番目の部分問題は対応する重みベクトル  $\lambda^i$  を用いた  $g(x|\lambda^i, z)$  の最小化を目的とする。スカラー化関数は TCH が用いられるが、WS、PBI、MTCH にも変更できる。MOEA/D では、解集合  $\mathcal{P}$  の他に、最良解を格納したアーカイブ  $\mathcal{A}$  がある。本稿では、解更新回数を  $n_r$  に制限する方法 [21] を取り入れ、 $\lambda^i$  を Two-layered approach で決定する [22]。

解更新回数の制限を取り入れた MOEA/D の疑似アルゴリズムを Algorithm 1 に示す。まず、 $\mathcal{A}$  を空集合に設定し、 $N$  個の初期解  $x$  から  $\mathcal{P} = \{x^i\}_{i=1}^N$  を生成する。全ての初期個体を目的関数で評価する。参照点  $z$  の各要素  $z_j$  を、評価済み解のうち  $f_j(x)$  の最小値に設定する。

次に、 $i$  番目の部分問題に対し、解個体のインデックス  $k, l$  を  $\mathcal{B}(i)$  から選択し、2つの親個体  $x^k, x^l$  を選択する。 $\mathcal{B}(i)$  はインデックス集合であり、 $\lambda^i$  の  $T$  近傍にある  $\lambda$  のインデックスが格納される。SBX 交叉と Polynomial mutation を適用し子個体  $y^i$  を生成した後、 $y^i$  を評価する。次に、 $\mathcal{B}(i)$  で指定される  $T$  個の部分問題について解個体を更新する。具体的には、 $j \in \mathcal{B}(i)$  番目の部分問題について、 $g(y^i | \lambda^j, z) \leq g(x^j | \lambda^j, z)$  であれば、 $x^j$  を  $y^i$  に更新する。ただし、この更新回数は  $n_r$  に制限される。最後に、 $y^i$  に支配される解個体を  $\mathcal{A}$  から削除し、 $y^i$  がパレート解であれば  $\mathcal{A}$  に追加する。

## 4 提案手法

スカラー化関数によって変換される  $F(x)$  の分布は、同関数の種類に加えて  $\lambda$  にも依存して変わる。このことから、提案手法では、近似精度が高いスカラー化関数が部分問題ごとに異なるという仮定をおく。

### 4.1 全体アルゴリズム

提案手法の疑似アルゴリズムを Algorithm 2 に示す。MOEA/D に対し、1, 8, 9 行目が追加・修正されている。まず、式 (2)~(6) に示したスカラー化関数を要素とする集合  $\mathcal{G} = \{g^{WS}, g^{PBI}, g^{TCH}, g^{MTCH}\}$  を新たに定義し、

### Algorithm 1 MOEA/D

```

1: Initialize  $\mathcal{A}$  as  $\mathcal{A} = \emptyset$ 
2: Initialize  $\mathcal{P}$  with  $N$  initial solutions  $\{x^1, \dots, x^N\}$ 
3: Evaluate all the initial solutions in  $\mathcal{P}$ 
4: Initialize  $z$  as  $z_j = \min_{x \in \mathcal{P}} f_j(x) \forall j \in \{1, \dots, M\}$ 
5: while termination criteria are not met do
6:   for  $i = 1$  to  $N$  do
7:     Generate  $y^i$  from  $x^k$  and  $x^l$ , where  $k, l \in \mathcal{B}(i)$ 
8:     Evaluate  $y^i$ 
9:     Update  $z$  as  $z_j \leftarrow \min\{z_j, f_j(y^i)\} \forall j \in \{1, \dots, M\}$ 
10:     $n_y \leftarrow 0$ 
11:    for each  $j \in \mathcal{B}(i)$  do
12:      if  $g(y^i | \lambda^j, z) \leq g(x^j | \lambda^j, z)$  and  $n_y < n_r$  then
13:        Replace  $x^j$  with  $y^i$ 
14:         $n_y \leftarrow n_y + 1$ 
15:    Remove all the solutions dominated by  $y^i$  from  $\mathcal{A}$ 
16:    Add  $y^i$  to  $\mathcal{A}$  if  $y^i$  is the Pareto solution

```

### Algorithm 2 提案手法

```

1: Set  $\mathcal{G}$  as  $\mathcal{G} = \{g^{WS}, g^{PBI}, g^{TCH}, g^{MTCH}\}$ 
2: Initialize  $\mathcal{A}$  as  $\mathcal{A} = \emptyset$ 
3: Initialize  $\mathcal{P}$  with  $N$  initial solutions  $\{x^1, \dots, x^N\}$ 
4: Evaluate all the initial solutions in  $\mathcal{P}$ 
5: Initialize  $z$  as  $z_j = \min_{x \in \mathcal{P}} f_j(x) \forall j \in \{1, \dots, M\}$ 
6: while termination criteria are not met do
7:   for  $i = 1$  to  $N$  do
8:     Set  $g, \hat{g}$  as  $g, \hat{g} \leftarrow \text{SurrogateConstruction}(\mathcal{P}, \mathcal{G}, \lambda^i, z)$ 
9:     Generate  $y^i$  by optimizing  $\hat{g}$  with DE
10:    Evaluate  $y^i$ 
11:    Update  $z$  as  $z_j \leftarrow \min\{z_j, f_j(y^i)\} \forall j \in \{1, \dots, M\}$ 
12:     $n_y \leftarrow 0$ 
13:    for each  $j \in \mathcal{B}(i)$  do
14:      if  $g(y^i | \lambda^j, z) \leq g(x^j | \lambda^j, z)$  and  $n_y < n_r$  then
15:        Replace  $x^j$  with  $y^i$ 
16:         $n_y \leftarrow n_y + 1$ 
17:    Remove all the solutions dominated by  $y^i$  from  $\mathcal{A}$ 
18:    Add  $y^i$  to  $\mathcal{A}$  if  $y^i$  is the Pareto solution

```

MOEA/D と同じ処理で初期化する。各部分問題において、*SurrogateConstruction* を適用し、近似精度が最も高いスカラー化関数  $g$  とその近似モデル  $\hat{g}$  を得る。次に、 $\hat{g}$  の最小化を目的として差分進化 (DE) を適用し、DE が導出した最良解を子個体  $y^i$  に設定する。DE で用いる初期個体は、 $\mathcal{B}(i)$  のインデックスで指定される  $T$  個の解個体とし、世代数を  $\omega$  とする。解個体の更新は、選択されたスカラー化関数  $g$  を用いて行う (14 行目)。子個体の生成後は、MOEA/D と同じ手順で  $\mathcal{P}$  と  $\mathcal{A}$  の更新を行う。

Algorithm 3 に *SurrogateConstruction* の疑似アルゴリズムを示し、具体的な手順を以下で述べる。

### 4.2 近似モデルの構築と選択

各部分問題に対し、スカラー化関数毎に近似モデルを構築し、近似精度が最良となる近似モデルを求める。近似精度の評価指標としてケンドールの順位相関係数 [23] を用いる。この理由として、代理モデルは解個体の優劣 (スカラー値の大小関係) を推定できればよく、スカラー値を厳密に近似する必要がない。したがって、順位相関を用いて、解個体の優劣関係の推定精度が高い近似モデルを選択する。具体的には、 $\lambda^i$  で指定される  $i$  番目の部分問題において以下の処理を実行する。

**Algorithm 3** *SurrogateConstruction*( $\mathcal{P}, \mathcal{G}, \lambda^i, z$ )

---

```

1: Initialize  $g^*, \hat{g}^*, \tau^*$  as Null
2: Set  $\mathcal{X}_{train}$  as  $\{x^j\}_{j=1}^K$ , randomly selected from  $\mathcal{P}$ 
3: Set  $\mathcal{X}_{test}$  as  $\{x^j\}_{j=1}^{N-K}$ , where  $x^j \in \mathcal{P} \setminus \mathcal{X}_{train}$ 
4: for each  $g \in \mathcal{G}$  do
5:   Set  $\mathcal{D}$  as  $\{(x^j, g(x^j | \lambda^i, z))\}_{j=1}^K, \forall x^j \in \mathcal{X}_{train}$ 
6:   Construct surrogate  $\hat{g}$  of  $g$  by RBF with  $\mathcal{D}$ 
7:   Set  $\mathcal{Y}$  as  $\{g(x^j | \lambda^i)\}_{j=1}^{N-K}$ , where  $x^j \in \mathcal{X}_{test}$ 
8:   Set  $\hat{\mathcal{Y}}$  as  $\{\hat{g}(x^j | \lambda^i)\}_{j=1}^{N-K}$ , where  $x^j \in \mathcal{X}_{test}$ 
9:   Calculate correlation coefficient between  $\mathcal{Y}$  and  $\hat{\mathcal{Y}}$ 
10:  if  $g^*$  is Null or  $\tau^* < \tau$  then
11:     $g^*, \hat{g}^*, \tau^* \leftarrow g, \hat{g}, \tau$ 
12: return  $g^*, \hat{g}^*$ 

```

---

● **近似モデルの構築** まず、 $\mathcal{P}$  から学習データに用いる  $K$  個の解個体  $x$  をランダムに選択し、 $\mathcal{X}_{train}$  に格納する。選択されなかった  $N - K$  個の解個体は、検証データとして  $\mathcal{X}_{test}$  に格納する。 $\mathcal{P}$  内の解個体の目的関数値  $F(x)$  は計算済みである。次に、各スカラー化関数  $g \in \mathcal{G}$  について学習データセット  $\mathcal{D}$  を生成する。 $\mathcal{D}$  は、 $\mathcal{X}_{train}$  内の  $x$ 、および、 $F(x)$  と  $g$  から計算されるスカラー値  $g(x | \lambda^i, z)$  で構成され、 $\mathcal{D} = \{(x^j, g(x^j | \lambda^i, z))\}_{j=1}^K$  である。ガウスカーネルを用いた RBF 補間と  $\mathcal{D}$  を用いて、 $x$  から  $g(x | \lambda^i, z)$  を予測する近似モデル  $\hat{g}$  を得る。

● **近似精度の計算** 次に、ケンドールの順位相関を用いて  $\hat{g}$  の近似精度を評価する。 $x \in \mathcal{X}_{test}$  に対し  $g(x | \lambda^i, z)$  を求め真値データ群  $\mathcal{Y} = \{g(x^j | \lambda^i)\}_{j=1}^{N-K}$  を生成する。同様に  $x \in \mathcal{X}_{test}$  を  $\hat{g}$  に入力し、予測したスカラー値を集約し予測値データ群  $\hat{\mathcal{Y}} = \{\hat{g}(x^j | \lambda^i)\}_{j=1}^{N-K}$  を準備する。そして、 $\mathcal{Y}$  と  $\hat{\mathcal{Y}}$  間の相関係数  $\tau$  を次式で求める。

$$\tau = \frac{2(Q - R)}{(N - K)(N - K - 1)} \quad (7)$$

$Q$  は、 $\mathcal{Y}$  内の 2 点のデータ組の大小関係が  $\hat{\mathcal{Y}}$  でも成立する、つまり、 $g(x^k | \lambda^i) \leq g(x^l | \lambda^i)$  と  $\hat{g}(x^k | \lambda^i) \leq \hat{g}(x^l | \lambda^i)$  が成立するデータ組の総数である (複合同順)。 $R$  はこの関係式が成立しないデータ組の総数である。

● **近似モデルとスカラー関数の選択** 全てのスカラー関数について上記の手順を適用し、 $\tau$  が最大となる  $\hat{g}$  とその構築に用いた  $g$  を  $i$  番目の部分問題で用いる近似モデルとスカラー化関数として選択する。

## 5 実験

次の 2 つの実験を行う。実験 1 では、スカラー化関数を選択して近似モデルを構築する有効性を検証する。実験 2 では、最新のベースラインを含む 7 つの既存 SAEA と比較し、提案手法の優位性を検証する。以下では、共通する実験設定を説明し、実験 1, 2 の結果を詳述する。3.0GHz CPU, 16GB RAM 構成の計算機を用いた。

### 5.1 実験設定

ベンチマーク問題として MaF1~7, 10~13 [24] の計 11 題を用いる<sup>1)</sup>。各 MaF は、凸、非凸なパレート形状、悪スケールなど様々な問題特徴を有する。目的数  $M = \{3, 7, 11\}$ 、問題次元数  $D = \{20, 50, 100, 150, 200\}$  とする。本稿では、SAEA における高次元問題として  $D \geq 50$  に焦点を当てるが、 $D = 20$  とした低次元問題での性能も検証する。全ての SAEA は、初期解の評価も含み評価回数が 300 回に達した時にアルゴリズムを強制終了し、終了時点で得られたパレート解集合を用いて性能を比較する。各実験ケースにおいて乱数が異なる 11 回の試行を行う。また、全ての SAEA について Latin Hypercube Sampling を用いて初期個体を生成する。

Inverted Generational Distance (IGD) [25] を評価指標とする。IGD は、得られたパレート解集合の多様性と収束性を評価する指標であり、IGD 値が小さいほど性能が良い。11 試行の IGD 値に対し Wilcoxon の順位和検定を適用し、提案手法と比較手法間の有意差を確認する。

### 5.2 実験 1

● **比較手法** 提案手法のアルゴリズムにおいて、1 種類のスカラー化関数を固定して用いる代替手法 (Ours-WS, Ours-PBI, Ours-TCH, Ours-MTCH) と比較する。例えば、Ours-WS は Algorithm 2 の 1 行目を  $\mathcal{G} = \{g^{WS}\}$  とした手法であり、常に WS の近似モデルを部分問題毎に構築する。提案手法と代替手法のパラメータ設定は、 $T = 10, n_r = 2, \theta = 5, K = \lceil N/2 \rceil$ 、DE のパラメータ  $F = 0.5, CR = 0.9, w = 20$  とし、 $d_c = 20, p_c = 1.0$  とした SBX 交叉、 $\eta = 20, p_m = 1/D$  とした Polynomial mutation を用いる。 $N$  は Two-layered approach を用いて決定し、 $M = \{3, 7, 11\}$  に対し  $N = \{91, 91, 77\}$  とする。

● **実験結果** 紙面の制約上、 $D = 150$  における IGD 値のみを表 2 に示す。IGD の最良値と最悪値を水色と赤色で強調し、検定結果を +, -,  $\approx$  で記載している。+, - は比較手法が提案手法 (Ours) よりも統計的に優位、劣位をそれぞれ示し、 $\approx$  は有意差なしを示す。したがって、- の数が多ければ提案手法の性能が良い。また、問題次元毎の実験結果の要約として、表 3 に +, -,  $\approx$  の総数を示す。

表 3 より、 $D = 20$  のとき提案手法の性能は Ours-PBI に劣る傾向がある。問題次元が増加すると +, - の数の差が大きくなり、 $D \geq 150$  では提案手法の性能が有意に優れる問題ケースが多い。また、表 2 より、代替手法の中では Ours-PBI の IGD 値が最良となる実験ケースが多いが、一定数の問題ケースで Ours-PBI 以外の方法が高い IGD 値を導出しており、問題に対して好適なスカラー化関数が異なることが判る。例えば、MaF1 ( $M = 7$ ) では Ours-WS、MaF2 ( $M = 7$ ) では Ours-MTCH が他手法よりも特に良い IGD 値を導出している。

以上より、問題に対して好適なスカラー化関数が変化する実験結果は、スカラー化関数を適応的に選択する提

1) MaF8, 9 は 2 目的最適化問題、MaF14, 15 は大規模最適化問題であるため実験から除く。

表 2 実験 1 における比較手法と提案手法の IGD 値 ( $D = 150$ , 11 試行の平均)

	$M$	Ours-WS	Ours-PBI	Ours-TCH	Ours-MTCH	Ours		$M$	Ours-WS	Ours-PBI	Ours-TCH	Ours-MTCH	Ours
MaF1	3	5.909e-01 -	7.132e-01 -	6.331e-01 -	6.610e-01 -	4.771e-01	MaF7	3	7.866e+00 ≈	7.804e+00 ≈	8.110e+00 ≈	7.768e+00 ≈	7.611e+00
	7	9.263e-01 ≈	1.377e+00 -	1.036e+00 -	1.158e+00 ≈	1.003e+00		7	1.855e+01 ≈	1.609e+01 ≈	1.865e+01 ≈	1.729e+01 ≈	1.656e+01
	11	1.185e+00 ≈	1.567e+00 -	1.228e+00 -	1.650e+00 -	1.069e+00		11	3.561e+01 -	2.614e+01 -	3.277e+01 -	2.660e+01 ≈	2.668e+01
MaF2	3	1.450e-01 -	1.459e-01 -	1.397e-01 -	1.617e-01 -	1.273e-01	MaF10	3	2.243e+00 ≈	2.268e+00 ≈	2.292e+00 ≈	2.280e+00 ≈	2.305e+00
	7	4.139e-01 ≈	4.627e-01 -	3.797e-01 ≈	3.658e-01 +	4.041e-01		7	3.000e+00 ≈	2.993e+00 ≈	2.998e+00 ≈	2.986e+00 ≈	2.992e+00
	11	4.988e-01 ≈	5.369e-01 -	5.005e-01 ≈	4.458e-01 +	4.787e-01		11	3.657e+00 ≈	3.635e+00 ≈	3.666e+00 ≈	3.633e+00 +	3.674e+00
MaF3	3	1.671e+07 -	1.435e+07 ≈	1.607e+07 ≈	1.609e+07 -	1.297e+07	MaF11	3	7.981e-01 ≈	7.527e-01 ≈	7.726e-01 ≈	7.823e-01 ≈	7.874e-01
	7	1.898e+07 ≈	1.861e+07 ≈	1.655e+07 ≈	1.935e+07 -	1.513e+07		7	2.081e+00 +	1.581e+00 +	2.205e+00 ≈	1.859e+00 +	2.851e+00
	11	1.487e+07 -	1.442e+07 ≈	1.456e+07 ≈	1.721e+07 -	1.356e+07		11	4.533e+00 ≈	2.666e+00 +	4.225e+00 ≈	3.401e+00 +	4.695e+00
MaF4	3	1.460e+04 ≈	1.609e+04 ≈	1.461e+04 ≈	1.515e+04 ≈	1.476e+04	MaF12	3	7.067e-01 ≈	7.157e-01 ≈	6.991e-01 ≈	7.806e-01 ≈	7.427e-01
	7	2.330e+05 ≈	2.478e+05 ≈	2.379e+05 ≈	2.548e+05 ≈	2.432e+05		7	4.072e+00 -	2.920e+00 ≈	3.731e+00 -	3.496e+00 ≈	3.224e+00
	11	3.543e+06 ≈	3.503e+06 ≈	3.755e+06 ≈	3.779e+06 ≈	3.715e+06		11	9.515e+00 ≈	6.570e+00 +	8.980e+00 ≈	7.428e+00 ≈	8.914e+00
MaF5	3	7.468e+00 -	7.585e+00 ≈	7.486e+00 -	7.061e+00 -	6.526e+00	MaF13	3	7.927e-01 ≈	7.882e-01 ≈	8.237e-01 ≈	8.021e-01 ≈	7.881e-01
	7	5.238e+01 +	7.710e+01 ≈	5.217e+01 +	5.426e+01 +	9.905e+01		7	6.145e+00 ≈	6.256e+00 ≈	5.745e+00 ≈	9.427e+00 -	4.575e+00
	11	5.094e+02 +	1.240e+03 ≈	5.008e+02 +	5.038e+02 +	1.726e+03		11	9.535e+00 -	1.097e+01 -	8.053e+00 -	9.746e+00 -	5.414e+00
MaF6	3	4.643e+01 -	3.366e+01 -	4.158e+01 -	4.869e+01 -	2.506e+01							
	7	8.298e+01 -	2.449e+01 ≈	5.826e+01 -	4.127e+01 -	2.309e+01							
	11	1.445e+02 -	2.299e+01 ≈	1.231e+02 -	4.314e+01 -	2.355e+01							

表 3 実験 1 における検定結果 (+/-/≈)

$D$	Ours-WS	Ours-PBI	Ours-TCH	Ours-MTCH
20	2/10/21	9/4/20	3/9/21	5/11/17
50	0/12/21	6/7/20	2/12/19	4/14/15
100	1/15/17	6/8/19	1/13/19	5/14/14
150	3/11/19	3/8/22	2/10/21	7/12/14
200	2/14/17	5/12/16	2/13/18	5/12/16

案手法の有用性を裏付ける。提案手法は、1) 問題毎にスカラー化関数を事前選定する必要性を無くしながら、2) 次元増加に対する性能改善を達成できることが判る。

### 5.3 実験 2

● 比較手法 K-RVEA, HeE-MOEA, EDN-ARMOEA, AB-MOEA, CPS-MOEA, CSEA, MCEA/D と比較する。2 章で述べた高次元 EMOP に対するアプローチとして、CPS-MOEA, CSEA, MCEA/D は分類モデル、HeE-MOEA は次元圧縮、EDN-ARMOEA は計算効率の良い Kriging を用いる方法にそれぞれ対応する。特に、HeE-MOEA, EDN-ARMOEA は高次元問題における近似型 SAEA のベースライン、MCEA/D は (著者らが知る限り) 現状最良のベースラインである。また、低次元問題で性能が良い K-RVEA、適応対象が異なる AB-MOEA も比較する。

HeE-MOEA のパラメータは、訓練データの上限数  $l = 11D - 1 + 25$ 、1 世代で評価する個体数  $k_m = 5$  とし、個体数 50、世代数 50 とした MOEA(NSGA-II) を用いる。AB-MOEA を除く他の SAEA の設定は文献 [3] に従い、AB-MOEA は K-RVEA と同じ設定を用いる。CPS-MOEA, CSEA, HeE-MOEA, EDN-ARMOEA の母集団サイズは  $N = 100$  とする。分割型 MOEA を用いた K-RVEA, AB-MOEA, MCEA/D は、提案手法と同様に  $M = \{3, 7, 11\}$  に対し  $N = \{91, 91, 77\}$  とする。

● 実験結果  $D = 150$  における IGD 値を表 4 に示し、表 5 に +, -, ≈ の総数を問題次元毎にまとめる。 $D = 20$

においては、提案手法と K-RVEA の性能は競合している。また、このケースを除いた全ての比較手法について - の数が十分に大きく、提案手法の性能が極めて高い。特に、現状最良のベースラインである MCEA/D に対し、 $D = 50 \sim 200$  では 19 以上の MaF で性能が有意に優れている。

以上より、 $D = 50 \sim 200$  とした MaF 問題に対して、提案手法は既存 SAEA よりも優れた性能を導出可能であり、最新のベースライン性能を大きく上回る。また、提案手法は低次元問題においても比較的に性能が高く、次元変化に対するスケラビリティにも優れている。

## 6 考察

### 6.1 計算量と実行時間の比較

EMOP では、解評価の時間が短くとも費用がかかる状況があり、SAEA の実行時間も重要視される場合がある。そこで、提案手法の計算量と実行時間を評価する。

● 計算量 SAEA の実行時間の大半を占める代理モデルの構築、および、構築したモデルの (1 入力毎の) 出力計算に要する計算量の観点から、計算量が求めやすい K-RVEA と比較する。表 6 a) に計算量、モデル構築回数、出力計算回数をまとめる。同表 b) に実験 2 で用いた設定におけるモデル構築回数、出力計算回数の実際値を示す。ただし、学習データ数を  $n$ 、初期個体の評価を除く評価回数を  $FE$  とする。実験 2 で用いた設定から、K-RVEA では  $n = N, |u| = 5, \omega = 20$  である。提案手法は、 $n = K, |G| = 4$  であり、 $M = \{3, 7, 11\}$  に対し  $FE = \{209, 209, 223\}$  である。また、図 2 の左図に総計算量<sup>2)</sup>を示す。

表 6 より、提案手法は、解評価毎に  $|G|$  個の RBF 補間を適用するためモデルの構築回数が多い。しかし、構築回数と出力計算回数が目的数  $M$  に依存しない利点があ

2) モデル構築の計算量 × 構築回数 + 出力計算の計算量 × 計算回数

表 4 実験 2 における既存 SAEA と提案手法の IGD 値 ( $D = 150, 11$  試行の平均)

$M$	K-RVEA	HeE-MOEA	EDN-ARMOEA	AB-MOEA	CPS-MOEA	CSEA	MCEA/D	Ours
MaF1	3 1.192e+01 -	2.984e+00 -	1.200e+01 -	1.225e+01 -	8.638e+00 -	9.179e+00 -	1.189e+00 -	4.771e-01
	7 2.220e+01 -	6.092e+00 -	2.248e+01 -	2.259e+01 -	1.379e+01 -	1.626e+01 -	1.750e+00 -	1.003e+00
	11 2.758e+01 -	7.885e+00 -	2.859e+01 -	2.943e+01 -	1.714e+01 -	1.973e+01 -	1.698e+00 -	1.069e+00
MaF2	3 8.617e-01 -	3.044e-01 -	8.680e-01 -	8.730e-01 -	6.766e-01 -	6.905e-01 -	2.341e-01 -	1.273e-01
	7 5.315e-01 -	3.912e-01 ≈	4.944e-01 -	5.338e-01 -	5.060e-01 -	5.150e-01 -	4.207e-01 ≈	4.041e-01
	11 5.352e-01 -	4.365e-01 +	4.574e-01 ≈	5.381e-01 -	4.812e-01 ≈	5.058e-01 -	4.769e-01 ≈	4.787e-01
MaF3	3 1.240e+09 -	3.279e+08 -	2.501e+08 -	1.197e+09 -	1.452e+08 -	5.333e+08 -	3.144e+07 -	1.297e+07
	7 8.306e+08 -	4.435e+08 -	2.157e+08 -	8.118e+08 -	1.434e+08 -	4.599e+08 -	4.236e+07 -	1.513e+07
	11 1.734e+09 -	4.126e+08 -	2.027e+08 -	1.734e+09 -	1.299e+08 -	4.166e+08 -	3.336e+07 -	1.356e+07
MaF4	3 4.232e+04 -	4.228e+04 -	4.073e+04 -	4.232e+04 -	3.504e+04 -	3.604e+04 -	2.668e+04 -	1.476e+04
	7 7.146e+05 -	6.878e+05 -	6.833e+05 -	7.204e+05 -	5.927e+05 -	7.012e+05 -	4.541e+05 -	2.432e+05
	11 1.128e+07 -	1.089e+07 -	1.066e+07 -	1.164e+07 -	9.351e+06 -	1.117e+07 -	7.303e+06 -	3.715e+06
MaF5	3 5.980e+01 -	2.540e+01 -	3.204e+01 -	5.980e+01 -	2.568e+01 -	1.838e+01 -	1.194e+01 -	6.526e+00
	7 4.483e+02 -	2.041e+02 -	4.987e+01 +	4.486e+02 -	5.269e+01 +	5.013e+01 +	5.330e+01 +	9.905e+01
	11 5.723e+03 -	2.101e+03 ≈	4.099e+02 +	5.472e+03 -	4.962e+02 +	3.778e+02 +	5.148e+02 +	1.726e+03
MaF6	3 9.953e+02 -	2.836e+02 -	1.006e+03 -	9.953e+02 -	6.479e+02 -	7.970e+02 -	9.210e+01 -	2.506e+01
	7 9.737e+02 -	2.061e+02 -	9.675e+02 -	9.752e+02 -	6.190e+02 -	8.042e+02 -	1.328e+02 -	2.309e+01
	11 9.447e+02 -	1.714e+02 -	9.429e+02 -	9.509e+02 -	6.525e+02 -	8.176e+02 -	1.894e+02 -	2.355e+01
MaF7	3 1.105e+01 -	1.007e+01 -	7.737e+00 ≈	1.105e+01 -	1.050e+01 -	8.266e+00 ≈	1.054e+01 -	7.611e+00
	7 2.693e+01 -	2.642e+01 -	2.052e+01 -	2.693e+01 -	2.581e+01 -	2.669e+01 -	2.571e+01 -	1.656e+01
	11 4.280e+01 -	4.310e+01 -	3.351e+01 -	4.272e+01 -	4.171e+01 -	4.311e+01 -	4.010e+01 -	2.668e+01
MaF10	3 2.396e+00 -	2.355e+00 ≈	2.172e+00 +	2.377e+00 -	2.302e+00 ≈	1.726e+00 +	2.304e+00 ≈	2.305e+00
	7 3.032e+00 -	3.012e+00 ≈	2.865e+00 +	3.025e+00 -	2.978e+00 ≈	2.768e+00 +	3.005e+00 ≈	2.992e+00
	11 3.691e+00 ≈	3.667e+00 ≈	3.549e+00 +	3.688e+00 ≈	3.641e+00 ≈	3.599e+00 +	3.656e+00 ≈	3.674e+00
MaF11	3 1.109e+00 -	7.612e-01 ≈	8.674e-01 -	1.107e+00 -	8.948e-01 -	7.750e-01 ≈	8.128e-01 ≈	7.874e-01
	7 3.091e+00 ≈	2.664e+00 ≈	1.856e+00 +	3.142e+00 ≈	2.099e+00 +	2.179e+00 +	2.049e+00 +	2.851e+00
	11 5.466e+00 -	4.740e+00 ≈	3.384e+00 +	5.466e+00 -	3.450e+00 +	4.534e+00 ≈	4.216e+00 ≈	4.695e+00
MaF12	3 1.154e+00 -	7.445e-01 ≈	1.071e+00 -	1.165e+00 -	1.089e+00 -	9.916e-01 -	9.216e-01 -	7.427e-01
	7 4.829e+00 -	3.148e+00 ≈	4.048e+00 -	4.905e+00 -	4.137e+00 -	4.451e+00 -	3.913e+00 -	3.224e+00
	11 1.069e+01 -	7.203e+00 ≈	9.759e+00 ≈	1.091e+01 -	9.726e+00 ≈	1.021e+01 ≈	9.352e+00 ≈	8.914e+00
MaF13	3 4.033e+00 -	1.922e+00 -	3.853e+00 -	4.049e+00 -	3.116e+00 -	2.777e+00 -	1.267e+00 -	7.881e-01
	7 4.656e+04 -	6.708e+01 -	1.979e+04 -	4.011e+04 -	1.380e+04 -	1.306e+03 -	7.031e+00 -	4.575e+00
	11 8.138e+04 -	1.968e+02 -	3.001e+04 -	6.249e+04 -	2.253e+04 -	1.934e+03 -	6.967e+00 ≈	5.414e+00

表 5 実験 2 における検定結果 (+/-/≈)

$D$	KRVEA	HeE-MOEA	EDN-ARMOEA	AB-MOEA	CPS-MOEA	CSEA	MCEA/D
20	14/14/5	6/22/5	11/19/3	11/17/5	3/21/9	6/16/11	1/17/15
50	2/26/5	2/21/10	7/22/4	0/25/8	2/23/8	6/23/4	1/19/13
100	0/29/4	2/23/8	7/23/3	0/28/5	4/24/5	5/24/4	3/21/9
150	0/31/2	1/21/11	7/23/3	0/31/2	4/24/5	6/23/4	3/21/9
200	0/30/3	3/23/7	6/23/4	0/29/4	2/24/7	5/23/5	3/22/8

表 6 代理モデルの構築と出力に要する計算量

a) 計算量

	計算量	構築 構築回数	出力計算 計算量	計算回数
K-RVEA	$O(n^3)$	$M \times [FE/ u ]$	$O(n^2)$	$MN\omega \times [FE/ u ]$
Ours	$O(n^3)$	$ G  \times FE$	$O(n)$	$T\omega \times FE$

b) 構築回数と計算回数の実際値

	構築回数			計算回数		
	$M = 3$	$M = 7$	$M = 11$	$M = 3$	$M = 7$	$M = 11$
K-RVEA	126	294	495	229320	535080	762300
Ours	836	836	892	41800	41800	44600

る。また、DE の個体数を  $T = 10$  と低い値に抑えることで、提案手法の出力計算回数は K-RVEA の 80%以上削減

減できる。加えて、RBF 補間を用いることで出力計算に要する計算量を  $O(n)$  に抑えることができる。これらの利点より、提案手法の総計算量は K-RVEA よりも一桁程度削減できる (図 2 の左図)。

● 計算時間 前章の実験 2 で得られた SAEA の実行時間を  $D = \{20, 150\}$ ,  $M = \{3, 7, 11\}$  毎に比較する。 $D = \{100, 150, 200\}$  については、並列計算を用いて実行時間の短縮したため比較しない。図 2 a), b) に各 SAEA の計算時間を示す。分類型 SAEA の計算時間は近似型 SAEA よりも短い。図 2 の右図より、近似型 SAEA の中では、 $D = 20$  に対し提案手法の計算時間が長い、 $D = 150$  で HeE-MOEA と同程度に短い。HeE-MOEA は次元削減を学習データに適用するため実行時間が短い。また、計算量の分析で明らかにしたように、提案手法の計算時間は目的関数の数に依存しない (図 2 の左図)。

以上より、提案手法で部分問題毎に複数の近似モデルを構築しても、比較的計算時間が早い HeE-MOEA と同程度の計算時間で済む。

## 6.2 スカラー化関数の選択傾向

提案手法の仮定である、精度が高いスカラー化関数の近似モデルを用いれば性能が改善することを検証する。上記の仮定を探索過程を踏まえて検証することは困難で

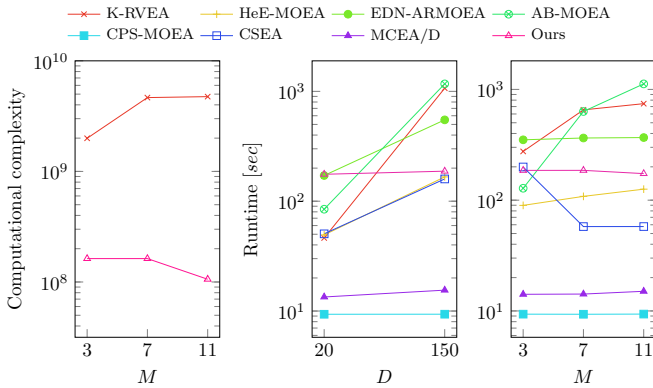


図 2 実験 2 における計算量と実行時間 (左図は目的数毎の総計算量、中・右図は次元数と目的数毎の実行時間)

あるため、「提案手法が選択した回数が多いスカラー化関数  $g$  を用いれば、その  $g$  に固定した代替手法 Ours- $g$  の性能も良い」という仮定に置き換え検証する。

まず、実験 1 における  $D = 150$  の結果 (表 2) から、各スカラー化関数の選択回数の平均値を表 7 に示す。選択回数の最大値を水色で強調している。同表で示す (・) は、1 行目に示すスカラー化関数  $g$  に固定した Ours- $g$  の (4 つの代替手法中の) 順位を示す。表に示す通り、MAF10, 6 で WS と PBI の選択回数がそれぞれ多いが、概ね全てのスカラー化関数を平均的に選択している。

次に、上述した仮定を次の手順で検証する。まず、実験 1 における  $D = 150$  の結果から、提案手法の IGD 値が {1 位, 2 位}, {3 位, 4 位} となった MaF 問題をカテゴリ 1, カテゴリ 2 とする。選択回数が  $i$  番目に大きいスカラー関数  $g_i$  を用いた Ours- $g_i$  の平均順位  $r_i$  をカテゴリ毎に評価する。したがって、 $i$  が 1 から 4 に増加するに伴って  $r_i$  の値も増加すれば、つまり、選択頻度が低いスカラー化関数を用いた Ours- $g$  も性能が低ければ、上述した仮定に従う傾向があると言える。

カテゴリ毎の平均順位を図 3 に示す。カテゴリ 1 では、選択回数が 1, 2 番目に大きいスカラー関数を用いた Ours- $g$  の平均順位  $r_1, r_2$  が良い。そして、選択頻度が低いスカラー化関数を用いた Ours- $g$  の順位  $r_3, r_4$  も悪い。したがって、提案手法が優位 (カテゴリ 1) であるとき、近似精度の観点からスカラー化関数を選択することで性能が改善する傾向が認められる。

一方で、この傾向は提案手法が劣位 (カテゴリ 2) であるとき認められず、選択頻度が高いスカラー化関数を用いた Ours- $g$  の順位が悪い。この原因として過学習が挙げられる。他の可能性として、提案手法がスカラー関数の特性を考慮しないことも考えられる。例えば、表 2 と表 7 より、MaF5 では提案手法が PBI を高頻度を選択しているが、Ours-PBI の IGD 値は他の代替手法よりも劣る。MaF5 の目的関数は凸形状を持つため、WS を用いた方が収束性が改善する可能性がある。実際、Ours-WS の IGD 値は Ours-PBI よりも顕著に優れている。

以上より、高次元問題では近似精度を選択基準とする

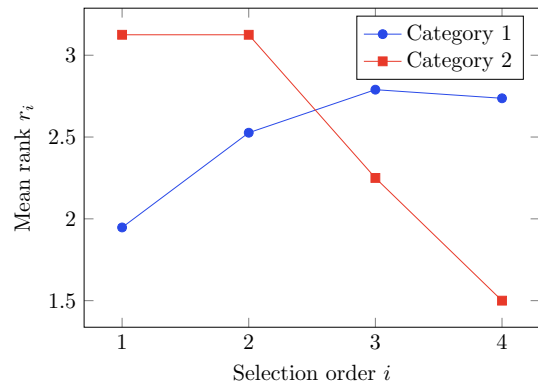


図 3 選択したスカラー化関数と代替手法の関係

表 7 実験 1 ( $D = 150$ ) におけるスカラー化関数の平均選択回数と代替手法の順位

	$M$	WS	PBI	TCH	MTCH
MaF1	3	83.546 (1)	39.636 (4)	35.182 (2)	41.636 (3)
	7	46.273 (1)	32.818 (4)	61.546 (2)	59.364 (3)
	11	64.909 (1)	20.091 (3)	76.364 (2)	38.636 (4)
MaF2	3	70.091 (2)	49.455 (3)	34.455 (1)	46.000 (4)
	7	27.727 (3)	124.273 (4)	24.455 (2)	23.545 (1)
	11	19.273 (2)	135.091 (4)	14.545 (3)	31.091 (1)
MaF3	3	49.727 (4)	51.273 (1)	45.818 (2)	53.182 (3)
	7	43.000 (3)	65.182 (2)	40.000 (1)	51.818 (4)
	11	40.546 (3)	62.364 (1)	41.182 (2)	55.909 (4)
MaF4	3	67.727 (1)	36.273 (4)	43.364 (2)	52.636 (3)
	7	58.909 (1)	48.455 (3)	47.818 (2)	44.818 (4)
	11	51.546 (2)	51.273 (1)	51.636 (3)	45.546 (4)
MaF5	3	42.000 (2)	57.909 (4)	51.546 (3)	48.546 (1)
	7	31.636 (2)	71.818 (4)	33.091 (1)	63.455 (3)
	11	30.727 (3)	78.273 (4)	27.727 (1)	63.273 (2)
MaF6	3	57.636 (3)	77.091 (1)	33.182 (2)	32.091 (4)
	7	22.182 (4)	150.636 (1)	12.091 (3)	15.091 (2)
	11	8.000 (4)	164.000 (1)	6.182 (3)	21.818 (2)
MaF7	3	55.636 (3)	48.455 (2)	44.182 (4)	51.727 (1)
	7	51.000 (3)	65.182 (1)	35.818 (4)	48.000 (2)
	11	40.546 (4)	83.182 (1)	23.091 (3)	53.182 (2)
MaF10	3	74.000 (1)	25.273 (2)	47.273 (4)	53.455 (3)
	7	67.091 (4)	27.727 (2)	61.727 (3)	43.455 (1)
	11	86.273 (3)	16.546 (2)	73.364 (4)	23.818 (1)
MaF11	3	58.273 (4)	31.273 (1)	43.727 (2)	66.727 (3)
	7	85.909 (3)	10.818 (1)	48.909 (4)	54.364 (2)
	11	96.727 (4)	10.636 (1)	65.273 (3)	27.364 (2)
MaF12	3	43.455 (2)	58.636 (3)	43.909 (1)	54.000 (4)
	7	39.636 (4)	74.364 (1)	35.273 (3)	50.727 (2)
	11	66.182 (4)	35.818 (1)	58.182 (3)	39.818 (2)
MaF13	3	64.636 (2)	44.000 (1)	45.273 (4)	46.091 (3)
	7	54.091 (2)	45.000 (3)	54.455 (1)	46.455 (4)
	11	49.273 (2)	46.636 (4)	57.182 (1)	46.909 (3)

ことで性能の改善が達成できるが、問題特徴と親和性の高いスカラー化関数を選択する方法も取り入れることで、更なる性能改善が見込める。

## 7 結論

本稿では、高次元かつ高コストな多目的最適化問題に対し、精度が改善するスカラー化関数を選択し近似モデ

ルを構築する SAEA を提案した。実験では、スカラー化関数を選択するメカニズムが性能改善に寄与することを示すとともに、最新手法を含む既存 SAEA を上回る性能を導出できることを示した。今後の予定として、問題特徴に対するスカラー関数の親和性を考慮した選択メカニズムを構築し、更なる性能改善を図る。

## 付録

K-RVEA において、Kriging が用いるガウス過程 (GP) は、その構築と出力計算に  $O(n^3)$ ,  $O(n^2)$  の計算量をそれぞれ要する。目的関数毎に構築した  $M$  個の GP モデルを用いて、 $|u|$  個の解個体を生成し評価する。つまり、 $M$  個の GP モデルを計  $[FE/|u|]$  回だけ構築するため、GP モデルの構築回数は  $M \times [FE/|u|]$  となる。また、GP モデルを用いて解個体を生成するにあたり、母集団サイズ  $N$ 、世代数  $\omega$  のソルバーを用いるため、計  $N \times \omega$  個の候補解を生成し、各候補解のスカラー値を  $M$  個の GP モデルの出力から計算する。したがって、GP モデルの出力計算回数は  $MN\omega \times [FE/|u|]$  となる。

提案手法が構築する RBF モデルは、その構築と出力計算に  $O(n^3)$ ,  $O(n)$  の計算量をそれぞれ要する。FE 毎に  $|G|$  種類の RBF モデルを構築するため、その構築回数は  $|G| \times FE$  となる。また、FE 毎に母集団サイズ  $T$ 、世代数  $\omega$  の DE を用いて解個体を生成するため、RBF モデルの出力計算回数は  $T\omega \times FE$  となる。

## 参考文献

- [1] Y. Jin and B. Sendhoff, "A systems approach to evolutionary multiobjective structural optimization and beyond," *IEEE Comput. Intell. Mag.*, vol. 4, no. 3, pp. 62–76, 2009.
- [2] Y. Jin, "Surrogate-assisted evolutionary computation: Recent advances and future challenges," *Swarm Evol. Comput.*, vol. 1, no. 2, pp. 61–70, 2011.
- [3] T. Sonoda and M. Nakata, "Multiple classifiers-assisted evolutionary algorithm based on decomposition for high-dimensional multi-objective problems," *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 2022.
- [4] D. Guo, X. Wang, K. Gao, Y. Jin, J. Ding, and T. Chai, "Evolutionary Optimization of High-Dimensional Multiobjective and Many-Objective Expensive Problems Assisted by a Dropout Neural Network," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern. Syst.*, 2021.
- [5] L. Pan, C. He, Y. Tian, H. Wang, X. Zhang, and Y. Jin, "A Classification-Based Surrogate-Assisted Evolutionary Algorithm for Expensive Many-Objective Optimization," *IEEE Trans. Evol. Comput.*, vol. 23, no. 1, pp. 74–88, 2018.
- [6] J. Lin, C. He, and R. Cheng, "Adaptive dropout for high-dimensional expensive multiobjective optimization," *Complex & Intell. Syst.*, vol. 8, no. 1, pp. 271–285, 2022.
- [7] Q. Gu, X. Zhang, L. Chen, and N. Xiong, "An improved bagging ensemble surrogate-assisted evolutionary algorithm for expensive many-objective optimization," *Appl. Intell.*, pp. 1–17, 2021.
- [8] A. Trivedi, D. Srinivasan, K. Sanyal, and A. Ghosh, "A survey of multiobjective evolutionary algorithms based on decomposition," *IEEE Trans. Evol. Comput.*, vol. 21, no. 3, pp. 440–462, 2016.
- [9] T. Chugh, "Scalarizing functions in bayesian multiobjective optimization," in *2020 IEEE Congr. on Evol. Comput.*. IEEE, 2020, pp. 1–8.
- [10] Q. Zhang and H. Li, "Moea/d: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition," *IEEE Trans. Evol. Comput.*, vol. 11, no. 6, pp. 712–731, 2007.
- [11] M. Tabatabaei, M. Hartikainen, K. Sindhya, J. Hakanen, and K. Miettinen, "An interactive surrogate-based method for computationally expensive multiobjective optimisation," *J. Oper. Res. Soc.*, vol. 70, no. 6, pp. 898–914, 2019.
- [12] J. Zhang, A. Zhou, and G. Zhang, "A classification and Pareto domination based multiobjective evolutionary algorithm," in *2015 IEEE Congr. on Evol. Comput.*. IEEE, 2015, pp. 2883–2890.
- [13] T. Chugh, Y. Jin, K. Miettinen, J. Hakanen, and K. Sindhya, "A surrogate-assisted reference vector guided evolutionary algorithm for computationally expensive many-objective optimization," *IEEE Trans. Evol. Comput.*, vol. 22, no. 1, pp. 129–142, 2016.
- [14] K. S. Bhattacharjee, A. Isaacs, and T. Ray, "Multi-objective optimization using an evolutionary algorithm embedded with multiple spatially distributed surrogates," in *MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION: Tech Appl. Chem. Eng.*. World Scientific, 2017, pp. 135–155.
- [15] D. Guo, Y. Jin, J. Ding, and T. Chai, "Heterogeneous ensemble-based infill criterion for evolutionary multiobjective optimization of expensive problems," *IEEE Trans. Cybern.*, vol. 49, no. 3, pp. 1012–1025, 2018.
- [16] M. Zhao, K. Zhang, G. Chen, X. Zhao, C. Yao, H. Sun, Z. Huang, and J. Yao, "A surrogate-assisted multi-objective evolutionary algorithm with dimension-reduction for production optimization," *J. Pet. Sci. Eng.*, vol. 192, p. 107192, 2020.
- [17] X. Wang, Y. Jin, S. Schmitt, and M. Olhofer, "An adaptive bayesian approach to surrogate-assisted evolutionary multi-objective optimization," *Inf. Sci.*, vol. 519, pp. 317–331, 2020.
- [18] Z. Song, H. Wang, C. He, and Y. Jin, "A kriging-assisted two-archive evolutionary algorithm for expensive many-objective optimization," *IEEE Trans. Evol. Comput.*, vol. 25, no. 6, pp. 1013–1027, 2021.
- [19] F. Li, L. Gao, A. Garg, W. Shen, and S. Huang, "Two infill criteria driven surrogate-assisted multi-objective evolutionary algorithms for computationally expensive problems with medium dimensions," *Swarm Evol. Comput.*, vol. 60, p. 100774, 2021.
- [20] M. Ming, R. Wang, Y. Zha, and T. Zhang, "Pareto adaptive penalty-based boundary intersection method for multi-objective optimization," *Inf. Sci.*, vol. 414, pp. 158–174, 2017.
- [21] H. Li and Q. Zhang, "Multiobjective optimization problems with complicated Pareto sets, MOEA/D and NSGA-II," *IEEE Trans. Evol. Comput.*, vol. 13, no. 2, pp. 284–302, 2009.
- [22] K. Deb and H. Jain, "An Evolutionary Many-Objective Optimization Algorithm Using Reference-Point-Based Nondominated Sorting Approach, Part I: Solving Problems With Box Constraints," *IEEE Trans. Evol. Comput.*, vol. 18, no. 4, pp. 577–601, 2013.
- [23] M. G. Kendall, "A new measure of rank correlation," *Biometrika*, vol. 30, no. 1/2, pp. 81–93, 1938.
- [24] R. Cheng, M. Li, Y. Tian, X. Zhang, S. Yang, Y. Jin, and X. Yao, "A benchmark test suite for evolutionary many-objective optimization," *Complex Intell. Syst.*, vol. 3, no. 1, pp. 67–81, 2017.
- [25] C. A. C. Coello and N. C. Cortés, "Solving multiobjective optimization problems using an artificial immune system," *Genet. prog. evol. mach.*, vol. 6, no. 2, pp. 163–190, 2005.