

# ヒルベルト変換を用いた位相型電子ホログラフィ専用計算機の開発

## A Special-purpose Computer for Phase Type Electroholography Using the Hilbert Transform

山本 洋太\*  
Yota Yamamoto

下馬場 朋禄†  
Tomoyoshi Shimobaba

角江 崇†  
Takashi Kakue

伊藤 智義†  
Tomoyoshi Ito

### 1. まえがき

人間は奥行き手がかりと呼ばれる様々な網膜像情報を利用し、3次元空間や物体を知覚している。電子ホログラフィ [1] は、すべての奥行き手がかりを再現可能な唯一知られた手法である。電子ホログラフィでは3次元情報が記録された干渉縞である計算機合成ホログラム (CGH: Computer-Generated Hologram) を利用する。CGH は計算によって生成するが、その計算量は膨大であり、高速に計算可能なシステムが求められている [2]。

本研究では、Field-Programmable Gate Array (FPGA) を用いた電子ホログラフィ専用計算機の開発を行い、計算時間の削減を目指してきた。CGH には大きく分けて振幅型と位相型が存在する。振幅型は位相型と比べ、計算コストが小さく、高速に計算可能である。一方、位相型の計算コストは高いが、振幅型と比べ明るく良質な再生像が得られる [3]。これまでに両方式の専用計算機をそれぞれ開発してきた [4]。位相型専用計算機では、必要とされる回路規模増加により、振幅型専用計算機と比べ、実装可能な並列計算コア数が減り、計算性能が半分近く低下してしまう問題があった [4]。

本稿では、ヒルベルト変換 [5] を用いた位相型 CGH 計算回路開発を行った。ヒルベルト変換を用いることで、回路規模を大きく削減し、振幅型 CGH 専用計算機同等の並列数を実装可能となった。その性能は、CPU (Intel Core i9-9900K) と比べ 320 倍、GPU (NVIDIA RTX 2080 Ti) と比べ 6.8 倍高速である。また、先行研究 [4] と比べ 1.7 倍の高速化を達成した。開発した計算機のアーキテクチャと計算パフォーマンスについて紹介する。

### 2. 原理

#### 2.1 計算機合成ホログラム

点群モデルを利用した CGH の計算式は、式 (1)、式 (2) で表される。

$$u_c(x_a, y_a) = \sum_{j=1}^M A_j \exp(i2\pi\theta_{aj}) \quad (1)$$

$$\theta_{aj} = \rho_j (x_{aj}^2 + y_{aj}^2) \quad (2)$$

ここで、 $\rho_j = 1/(2\lambda|z_j|)$ 、 $x_{aj} = x_a - x_j$ 、 $y_{aj} = y_a - y_j$  である。 $x_a, y_a$  は CGH 上の座標、 $x_j, y_j, z_j$  は点群の座標を表す。 $A_j$  は点群の振幅強度 (本研究では 1 に固定)、 $\lambda$  は光波長である。この式は  $z_j \gg x_j, y_j$  の条件下で成り立つ。

式 (1) で得られる CGH は複素ホログラムと呼ばれる。現状のディスプレイでは、複素ホログラムをそのまま表示することはできず、位相分布か振幅分布をとり出して表示する必要がある。位相型ホログラムの場合は式 (3) を用いて位相分布をとり出す。

$$u_p(x_a, y_a) = \tan^{-1} \frac{\text{Im}\{u_c\}}{\text{Re}\{u_c\}} \quad (3)$$

ここで、 $\text{Re}\{u_c\}$ 、 $\text{Im}\{u_c\}$  は複素分布から実部と虚部をそれぞれとり出す関数である。振幅型ホログラムは  $\text{Re}\{u_c\}$  を用いて実部をとり出すことで作成できるが、計算コストの関係から式 (1) ではなく、式 (4) を用いて直接計算可能である。

$$u_a(x_a, y_a) = \sum_{j=1}^M A_j \cos[2\pi\theta_{aj}] \quad (4)$$

#### 2.2 ヒルベルト変換

1次元 Fast Fourier Transform (FFT) を用いたヒルベルト変換は式 (5)、式 (6) で表される [5]。

$$\hat{h}(x) = \text{FFT}^{-1}[\text{FFT}[u_a(x)]H(f)] \quad (5)$$

$$H(f) = \begin{cases} 1 & (f = 0) \\ 1/2 & (f < W) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (6)$$

FFT、 $\text{FFT}^{-1}$  は 1次元 FFT の順方向と逆方向の変換を表す。 $W$  は画像の横幅を表す。ヒルベルト変換を用いることで、振幅型 CGH から複素ホログラムを生成することができる。複素ホログラムから式 (3) を用いて位相分布をとり出すことで、位相型 CGH を計算可能である。一見冗長な処理に考えられるが、FPGA 実装したとき、ヒルベルト変換回路は式 (1) を直接計算する回路を構成するよりも少ないリソースで実装することができる。式 (4) の振幅型の計算回路とほぼ同じリソース規模で構築可能なため、振幅型 CGH と同等の並列規模で実装可能である。また、ヒルベルト変換は CGH の行ごとに独

\* 東京理科大学工学部

† 千葉大学大学院工学研究院

立であるため、振幅型 CGH の計算とヒルベルト変換をオーバーラップさせることができ、ヒルベルト変換にかかる計算時間をある程度隠蔽することが可能である。結果として、式 (1) を計算するよりも高速に位相型 CGH が計算可能となる。

### 3. 専用計算回路の実装

専用計算機実装に Xilinx Alveo U250 (U250) を利用した。U250 は PC に拡張ボードとして接続し利用する。U250 内にヒルベルト変換を用いた位相型 CGH 計算回路を実装し、PC から計算アクセラレータとして利用する構成とした。開発した専用計算機のブロック図を図 1 に示した。

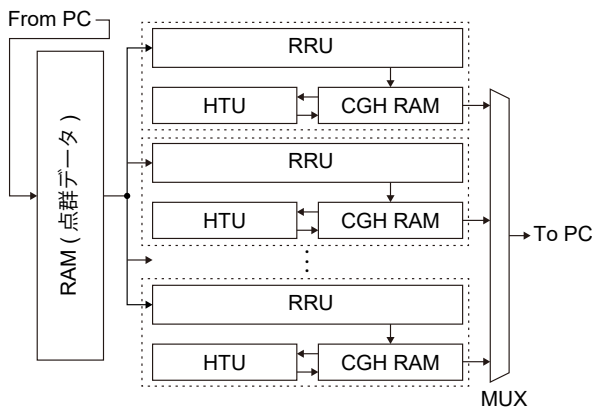


図 1: ヒルベルト変換を利用した位相型 CGH 計算回路のブロック図。MUX は Multiplexer を表す。

図 1 中の Recurrence Relation Unit (RRU) は漸化式法 [6] を利用した振幅型 CGH 計算回路である。計算結果の CGH は CGH RAM へと保存される。Hilbert Transform Unit (HTU) は、ヒルベルト変換を行うユニットである。RRU が 1 行分の CGH 計算を終了すると、CGH RAM から CGH を読み出し、ヒルベルト変換を行い、CGH RAM へと書き戻す。FPGA のリソースが許す限り、これらのユニットを複数台搭載している。4 ユニット搭載時 (7,680 並列: ひとつの RRU で 1,920 ピクセルを計算可能  $\times$  4 ユニット) の振幅型 CGH (式 (4)) と複素ホログラム (式 (1)) から得られる位相型 CGH (式 (3)), ヒルベルト変換を利用した位相型 CGH 専用計算機 (式 (4), 式 (5)) のリソース比較を表 1 に示した。

表 1 より、式 (1) を計算する位相型計算回路と比べ、ヒルベルト変換を用いた位相型 CGH 計算回路は、44% のリソース削減に成功した。

### 4. 計算時間

50,000 点の点群から  $1,920 \times 1,080$  画素の位相型 CGH 計算に必要な時間の比較を表 2 に示した。

表 1: 計算手法によるリソースの比較 (7,680 並列)。DSP は Digital signal processor を表す。

リソース名	振幅型	位相型	ヒルベルト変換
Lookup Table	303,841	559,936	315,349
Flip-flop	680,931	890,388	699,042
Block RAM	2.7 Mb	2.9 Mb	5.4 Mb
UltraRAM	162 Mb	162 Mb	162 Mb
DSP	7676	7937	7712

表 2: 計算時間の比較。fps は Frame per second を表す。

計算ハード	計算時間 [ms]	fps
U250: 位相型 (従来手法 [4])	58	17
U250: ヒルベルト変換	34	29
GPU (NVIDIA RTX 2080 Ti)	230	4.4
CPU (Intel Core i9-9900K 3.60 GHz)	11,014	0.091

表 2 より、CPU と比較して 320 倍、GPU と比較して 6.8 倍の高速化を達成した。また、従来手法 [4] と比べ、1.7 倍の高速化に成功した。

### 5. あとがき

本研究ではヒルベルト変換を用いた位相型電子ホログラフィ専用計算機の開発を行った。その結果、先行研究 [4] と比べ、44% の回路リソースを削減し、1.7 倍高速に位相型 CGH の計算が可能となった。

### 謝辞

本研究の一部は JSPS 科研費 19H01097 により行われました。ここに深く感謝いたします。

### 参考文献

- [1] P. St-Hilaire, *et al.*, Proc. SPIE, **1212**, 174–183 (1990).
- [2] L. Mark, *et al.*, SIGGRAPH Computer Graphics, **31**, 63–67 (1997).
- [3] L. B. Lesem, *et al.*, IBM Journal of Research and Development, **13**, 150–155 (1969).
- [4] 山本洋太, *et al.*, ホログラフィック・ディスプレイ研究会, **40**, 2–5 (2020).
- [5] T. Shimobaba, *et al.*, OSA Continuum, **3**, 1498–1503 (2020).
- [6] T. Shimobaba, *et al.*, Computer Physics Communications, **138**, 44–52 (2001).