

粗視化による巡回セールスマン問題の解法 An Algorithm for Solving the Traveling Salesman Problem by Coarse Grain

内田 純平[†] 穴田 一[†]
Junpei Uchida Hajime Anada

1. はじめに

現実の問題の多くは、最も効率が良い組み合わせを求める組み合わせ最適化問題に帰着できる。その中に、与えられた全てのノードを巡る最短のハミルトン閉路を求める巡回セールスマン問題(Traveling Salesman Problem, TSP)がある。TSPには 基盤穿孔・配送計画・ゲノム解析など多くの工学的応用分野が存在し、これらの応用分野では大規模問題を解くことが要求されている。TSPでは最適解を求める厳密解法よりも、実用的な時間内にできるだけ良い解を求める近似解法の研究が盛んである[1]。

そこで本研究では、新たな近似解法とし粗視化から着想を得た、新しい階層型クラスタリングを用いたアルゴリズムを提案し、クラスタリングされた各クラスタの重心で初期解を生成し、重心を一つずつクラスタに戻して最短経路になるように結ぶことを再帰的に行い、解を構築するアルゴリズムを構築した。そして、TSPLIB[2]に掲載されているベンチマーク問題を用いて提案手法の評価実験を行い、その有効性を確認した。

2. 提案手法

2.1 クラスタリング

提案手法のクラスタリングは、生成されたクラスタ及び他のノードにおいて、クラスタリングと分裂を再帰的に行う階層型クラスタリングである。アルゴリズムは以下の通りである。

① 初期の結合

与えられた問題から無作為に総ノードの10%を選び、選ばれたノードから最も近いノードとの距離を計算し、それらのノード間距離の平均を基準距離とし、基準距離以下のノード間距離を持つノードの組み合わせをノード間距離が短い組み合わせから順に新たなクラスタとして認める。

② 分裂

①で生成されたクラスタ $i(i = 1, 2, \dots, n)$ 内のノード間のマンハッタン距離を ND_i とする。また、新たな基準距離 SND を次式で定義する。

$$SND = \frac{\sum_{i=1}^n ND_i}{n} \quad (1)$$

(1)式を用いて $ND_i \geq SND$ であるクラスタ i を分裂する候補とし、分裂候補クラスタとする。全分裂候補クラスタの $P_s\%$ (次式で定義)をノード間距離が大きいものから順に分裂する。

$$P_s = 1 - \frac{R_{step} - MIN}{MAX - MIN} \quad (2)$$

$$MAX = MIN \times \alpha \quad (3)$$

$$MIN = R_{step=1} \times \beta \quad (4)$$

$$R_{step} = \log_{10} \frac{step \times cities_i}{N} \quad (5)$$

ここで、 R_{step} はあるステップでの心理的疲労度、 $step$ は分裂と結合の総ステップ数、 $cities_i$ はクラスタ i の都市数、 α, β, N はパラメーターを表す。(5)式は、精神物理学の Weber-Fechner の法則をもとに定義した式である。

③ 結合

②の後に次式で表される SND' を求める。

$$SND' = n \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{SND_i} \right)^{-1} \quad (6)$$

ここで、クラスタではない任意のノード間の距離を NBD_{ij} とする。そして、(6)式を用いて $NBD_{ij} \leq SND'$ であるノード i とノード j を新たなクラスタとする。これをクラスタに含まれない全てのノードで繰り返す。(6)式を用いて値を求め、 SND'' とする。

③を以下の式で定義する終了条件を満たすまで繰り返し、終了条件を満たした時を1つの階層とし、 p 回目に満たした階層を $l_p(p = 0, 1, \dots, n)$ とする。

$$\left| \frac{SND' - SND''}{SND''} \times 100 \right| \leq th \quad (7)$$

ここで、 th は終了条件の閾値を表すパラメーターであり、0.1とした。

④ ノードの再設定

②, ③で生成されたクラスタの重心とクラスタリングされていないノードを新たなノードの集合とする。

全ノード数が10以下になるまで①から④を繰り返す。

[†] 東京都市大学大学院 総合理工学研究科 情報専攻
Tokyo City University, Department of Information Science,
Graduate School of Science and Engineering

2.2 解構築について

提案手法によってクラスタリングされたクラスタ(l_n)の重心に対して NN 法, 2-opt 法, Or-opt 法の順で用いて解を生成し, 基準経路とする. 次に, 基準経路上のノードを無作為に 1 つ選ぶ. 選ばれたノードを l_{n-1} 層でのクラスタ内のノードに戻し, それらのノードを両隣のノードに最短になるように繋ぐ. この更新を基準経路上の全てのノードに対して行い, それを新たな基準経路とする. 経路の更新を l_1 まで繰り返す, 解を構築する. ここで, この経路更新の様子を図 1 に示す. 図 1 では, 黒点をクラスタの重心, 白点を該当する層で戻したノード, l_n 層から l_0 層までの経路の更新を表している.

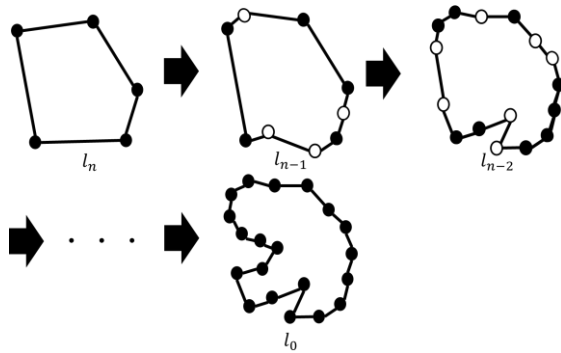


図 1 経路更新の様子

経路更新を l_0 層まで終了したら, l_n 層におけるクラスタつまり, 最後にクラスタリングされたクラスタによって元の問題(l_0)を分割する. ここで, 分割された様子を図 2 に示す. 図 2 では, l_n 層におけるノードの番号がクラスタ番号であり, そのクラスタに所属している l_0 層のノードを点線で囲んでいる.

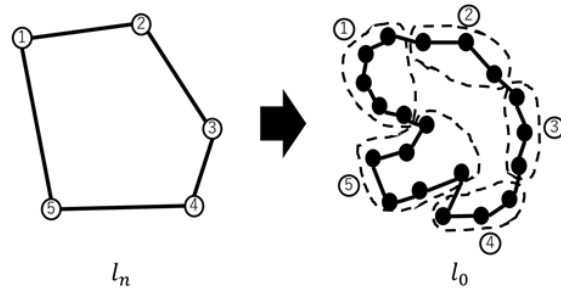


図 2 分割の様子

順にクラスタを選択し, 選択されたクラスタとその両隣のクラスタに所属するノードで 2-opt 法と Or-opt 法を行う. これを全てのクラスタについて行い, 終了する.

2.3 アルゴリズムの流れ

- ① クラスタリング
提案手法を用いてクラスタリングを行う.
- ② 初期経路作成

①で生成されたクラスタの重心をノードとみて, 経路を作成する. これを基準経路とする.

- ③ 経路の更新
基準距離上の重心を一つずつクラスタに戻して最短経路になるように結ぶ.
- ③を l_0 まで実行したら④を行う
- ④ 解の改善
クラスタリングの結果を元に局所的な 2-opt 法と Or-opt 法を行う.

3. 結果

提案手法の有効性を確認するため, TSPLIB に掲載されている TSP のベンチマーク問題である lin105, pr107, pr152 を用いて評価実験を行った結果を表 1 から表 3 に示す. また, 既存手法として NN 法と 2-opt 法を組み合わせたアルゴリズムを用いた.

表 1: lin105 の 100 試行の結果

lin105(最適解 14379)	既存	提案
平均誤差率(%)	4.6	2.9
誤差率の標準偏差		3.3
平均時間(秒)	9.6	0.4
最良誤差率		0.7

表 2: pr107 の 100 試行の結果

pr107(最適解 44303)	既存	提案
平均誤差率(%)	11.1	1.8
誤差率の標準偏差		0.3
平均時間(秒)	9.0	0.4
最良誤差率		0.7

表 3: pr152 の 100 試行の結果

pr152(最適解 73682)	既存	提案
平均誤差率(%)	4.2	2.4
誤差率の標準偏差		0.0
平均時間(秒)	23.8	0.6
最良誤差率		2.4

4. 今後の課題

本研究では, アルゴリズムに粗視化という概念を導入した新しいアルゴリズムを構築し, TSP における有効性を確認した. 今後は, multi agent Traveling Salesman Problem(m-TSP) や Vehicle Routing Problem(VRP) などより実用的な最適化問題への適応を検討している.

参考文献

- [1] 内田純平, 穴田一: クラスタリング手法を用いた TSP の解法, 第 33 回人工知能学会全国大会, J4-J-1-02 (2019).
- [2] TSPLIB: elib.zib.de/pub/mp-testdata/tsp/tsplib/tsplib.html.