

# 一般ペトリネットのSATソルバーを用いた 構造解析による強L3活性構造の検知

## Detection of Strictly L3-Live Structures by Structural Analysis of General Petri Nets Using SAT-Solver

芳澤祐大† 和崎克己‡  
Yuta Yoshizawa Katsumi Wasaki

### 1 はじめに

ペトリネットは、事象発生 of 並列性、非同期性、非決定性を有する離散事象システムの振る舞いを表す数学モデルである。ペトリネットの動的性質の1つに活性がある。活性には条件の厳しさによって活性レベルが定義されている [1][2]。

本研究では強L3-活性と呼ばれる活性レベルのトランジションが存在するために必要な構造の解析機能を設計する。一般ペトリネットの構造的性質とSAT-ソルバーを用いて効率的に構造解析を行う。

### 2 活性

ペトリネットに対し、初期マーキングからどのマーキングに到達しようとして、ネット内の任意のトランジションをそのマーキングから何らかの発火系列を通して発火可能にするならば活性であると呼ぶ。活性であることは理想的な性質であるが、コストの面からも厳しい性質であるため、活性条件を緩和した活性レベルが次のように定義されている。ここで  $L(M_0)$  は  $M_0$  から始まるすべての発火系列の集合、 $R(M_0)$  は  $M_0$  から到達可能なすべてのマーキングの集合を表す。また、Lk-活性であり、強L(k+1)活性でなければ、強Lk-活性と呼ぶ [1][2]。

■L1-活性 トランジションが  $L(M_0)$  のある発火系列において少なくとも1回発火可能。

■L2-活性 任意の正整数  $k$  に対し、トランジションが  $L(M_0)$  のある発火系列において、少なくとも  $k$  回は発火可能である。

■L3-活性 トランジションが  $L(M_0)$  のある発火系列において、無限回現れる。

■L4-活性 トランジションが  $R(M_0)$  のすべてのマーキングに対してL1-活性である。

### 3 構造的性質

ペトリネットの性質で、初期マーキングとは独立であるか、または、ある初期マーキングからの特定の発火系列の存在性と関連したものを構造的性質と呼ぶ。ペトリネットの構造に依存しているため、プレースとトランジションの接続関係を表す行列である接続行列や、それと関連した同次方程式、不等式によって特徴付けられている。本研究に用いる構造的性質とその必要十分条件を下

記に示す。ここで  $A$  は接続行列、 $x$  は発火回数ベクトル、 $y$  はトークンの重み付き総数和を表す [1][2]。

**構造的有界性:**

任意の有限な初期マーキング  $M_0$  に対して有界である。

$$\exists y > 0, Ay \leq 0$$

**構造的準反復性:**

いくつかのトランジションが無限に生起するような発火系列が存在する。

$$\exists x \geq 0 (x \neq 0), A^T x \geq 0$$

**構造的準保存性:**

任意の固定された初期マーキングについてトークンの重み付き総数が一定である。

$$\exists y \geq 0 (y \neq 0), Ay = 0$$

### 4 強L3活性構造の定義

強L3-活性トランジションが存在するために必要な構造を強L3活性構造と呼ぶ。強L3活性構造を持つペトリネットを図1に示す。

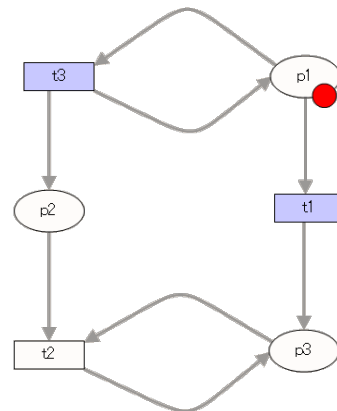


図1 強L3活性ペトリネットの例

強L3活性構造は下記に示す3つの要素によって構成される。

■L3閉路 ペトリネットの閉路のうち、閉路上のすべてのトランジションが反復性を持ち、その活性を奪う構造を持つ閉路。図1のネットにおいて、 $t_3, p_1$  で構成される閉路は反復性を持ち、その活性は  $t_1$  の発火によって奪われるため、L3閉路となる。

† 信州大学大学院総合理工学研究科, Graduate School of Science and Technology, Shinshu University

‡ 信州大学工学部電子情報システム工学科, Department of Electrical and Computer Engineering, Faculty of Engineering, Shinshu University

■CircuitBreaker L3 閉路内のプレースを入力に持つ、L3 閉路内のトランジションの活性を奪うトランジション。L3 閉路内の入力プレースが保存性を有するプレースであり、強 L1-活性のトランジションである必要がある。図 1 のネットにおいて、 $t_1$  が該当する。

■ $k$ -プレース L3 閉路内のトランジションからトークンを受け取る L3 閉路外のプレース。L3 閉路内のトランジションのみによってトークンを無限供給される。また、 $k$ -プレースからトークンを受け取り、 $k$ -プレースと同様の性質を持つプレースを拡張  $k$ -プレースと呼ぶ。図 1 のネットにおいて、 $p_2$  が  $k$ -プレースとなる。

## 5 構造解析

構造解析の流れを図 2 に示す。SAT-ソルバーを用いて構造的性質を求解し、その解を用いて各構造をネット探査により解析する。

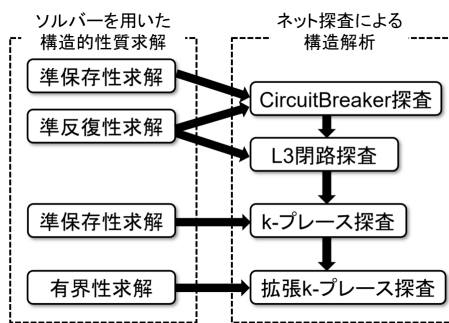


図 2 構造解析の流れ

### 5.1 SAT-ソルバーを用いた構造的性質の求解

構造的性質の必要十分条件を SAT-ソルバーを用いて求解する。ソルバーは Google OR-Tools[3] を用いる。構造的準反復性を求解する際には得られた解の配列の要素を bool 値へ変換し、次の解を求める際に、既に得られた bool 値と同じ bool 値になるような解を除くように条件式を追加する。

### 5.2 L3 閉路解析

構造的準反復性の解を求めることで、反復するトランジションの組を求めることができる。そのトランジションの反復上に CircuitBreaker の入力プレースが存在すれば、L3 閉路であると判定する。

### 5.3 CircuitBreaker 解析

構造的準保存性の解を求めることで、保存性を持つプレースを判定することができる。反復するトランジション上のプレース全てが保存性を有するような反復閉路を求め、かつその反復閉路上のプレースを入力とする反復性を持たないトランジションを CircuitBreaker と判定する。

### 5.4 $k$ -プレース解析

L3 閉路上のトランジションからトークンを受け取る L3 閉路外のプレースであり、L3 閉路上のトランジション以外からトークンを無限供給されないプレースを  $k$ -プレースと判定する（無限供給されないとは、L3 閉路のトランジション以外に反復するトランジションを入力に持

たない、または入力に持っていた場合はその反復閉路上にそのプレースが存在し、かつその反復閉路上のプレースが保存性を有する）。また、 $k$ -プレースからトークンを受け取り、 $k$ -プレースと同様の性質を持つプレースを拡張  $k$ -プレースと呼ぶ。元々のネットにおいて非有界プレースであり、 $k$ -プレースの入力元の L3 閉路を削除した部分ネットにおいて、有界プレースとなるプレースを拡張  $k$ -プレースであると判定する。

### 5.5 構造解析例

構造解析の例を図 3 を用いて説明する。図 3 のネットにおいて、 $\{t_0, t_1\}$  は反復性を持ち、その反復上のプレース  $p_0, p_1$  は保存性を持つため、 $t_2, t_3$  はともに CircuitBreaker となり、 $\{t_0, t_1\}$  で構成される閉路は L3 閉路となる。L3 閉路上のトランジション  $t_1$  を入力とする L3 閉路外のプレース  $p_2$  は  $k$ -プレースとなる。また、 $p_2$  から  $t_4$  を介してトークンを受け取る  $p_3$  は元々非有界プレースであるが、L3 閉路上のトランジション  $\{t_0, t_1\}$  を削除した部分ネットにおいては有界プレースとなるため、拡張  $k$ -プレースとなる。図 3 のネットのように、CircuitBreaker が 1 つの L3 閉路に対し 2 つ以上存在する場合、いずれか 1 つのみでも L3 閉路の活性を奪うことができる。

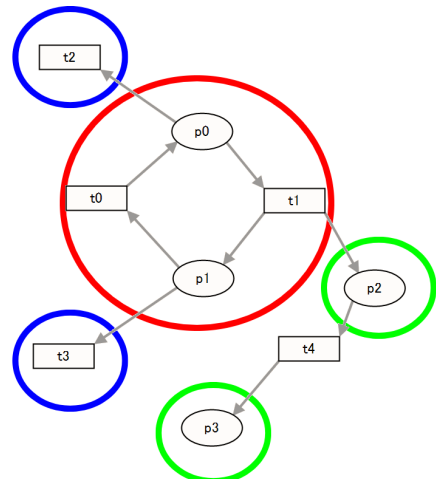


図 3 強 L3-活性ペトリネットの例

## 6 まとめと今後の課題

本研究では強 L3-活性トランジションが存在するために必要な構造である強 L3 活性構造の検知を行った。構造的性質の求解に SAT-ソルバーを用いることで効率的に解析している。今後の課題として、強 L2-活性トランジションが存在するために必要な構造の検知が挙げられる。強 L2-活性トランジションが存在するためには強 L3 活性構造が必要不可欠である。強 L2-活性トランジションは図 1 の  $t_2$  のように CircuitBreaker が L3 閉路の活性を奪った後のみ発火可能になり、 $k$ -プレースである  $p_2$  のトークンの数だけ発火可能である必要がある。

### 参考文献

- [1] Tadao Murata: "Petri Nets: Properties, Analysis and Applications", Proc. of The IEEE, 77(4), April(1989)
- [2] 村田忠夫: ペトリネットの解析と応用, 近代科学社 (1992)
- [3] Google OR-Tools: <https://github.com/google/or-tools>