

Hawkes 過程による連鎖的なゲーム実施を導入した空間上の進化ゲーム

Spatial evolutionary games with cascade excitations based on Hawkes process

宮川 大樹*¹ 一ノ瀬 元喜*²
Daiki Miyagawa Genki Ichinose

1 はじめに

協力行動は人間をはじめとして多くの動物に見られ、社会を形作る上で重要である。しかし、協力行動は非協力個体のただ乗りを許すため、自分自身の利益の最大化が期待できない。個人の合理的選択と社会の最適な選択が相反する状況は、ゲーム理論の囚人のジレンマゲームによって定式化され、このジレンマをより深く理解し解消することを目的に数多くの研究が行われてきた。進化ゲームを用いた協力の進化メカニズムの調査もその 1 つであり、これまで相手の評判や、空間構造上での相互作用などが協力を促進する要因となることが判明している [1]。

従来の進化ゲームモデルにおいてゲームは同期的、あるいはランダム順で非同期的に行われるのが主流となっている。これはすなわち、行動の発生が自分自身や他者の行動に対して独立していることを表している。しかし実際は、自分が行動を起こそうという意思決定を自分自身あるいは他者の過去の行動が励起し、それによって何度も行動する個体やほとんど行動しない個体が現れると考えられる。

人の行動発生頻度を模すモデルとしては待ち行列理論等で使われる Poisson 過程があり、これは時系列上でのランダムな行動発生を定式化する。その応用である Hawkes 過程はランダム性のみならず、自分自身が行動すればするほど、あるいは周囲がやっているほど、つられてまた次の行動を起こしやすくなるという行動の励起効果を盛り込んだものであり [2]、その特性を生かして近年は SNS 上の人々の行動分析などで応用されてきた [3]。

本研究では Hawkes 過程を用いることでゲームの連鎖的発生を再現し、それが協力の進化に及ぼす影響を調査することを目的とする。

2 モデル

本研究で扱う進化ゲームモデルではエージェントを $L \times L$ の 4 近傍格子の全ノードに配置し、1 タイムステップの処理として Hawkes 過程に従うゲームの実施と同期的な戦略更新のセットを繰り返す。モデルのフローを以下にまとめる。参考として図 1 にゲームの発生と同期更新の概念図を示す。

- (1) 格子上的各ノードにエージェントを配置 (図 1 左) して等確率で協力が非協力を割り振って初期化。
- (2) 1 単位時間ゲームを発生させ利得を蓄積させる (図 1 右の各灰色時間帯)。この部分の詳細については後述する。
- (3) それぞれのエージェントは同期的に近傍エージェント +

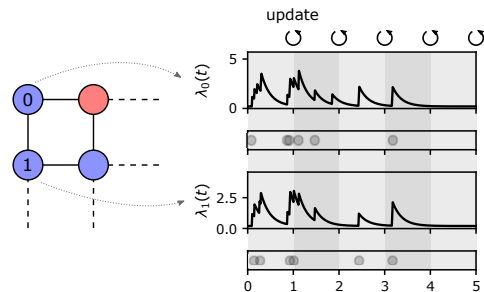


図 1 多次元 Hawkes 過程によるゲームの実施と戦略更新の流れ。格子上的多次元 Hawkes 過程にしたがうゲームを生成し、一定時間ごとに戦略更新 (黒の環状矢印) を行う。ノードの青、赤はそれぞれ協力、非協力戦略を示す。

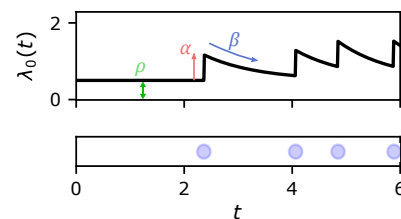


図 2 Hawkes 過程のイベント生起強度関数 $\lambda(t)$ (上) とイベント時系列 (下)

自分自身の中で最も高い利得を得た戦略を真似する (図 1 右の環状矢印)。

- (4) (2) と (3) の繰り返し回数が T_{end} に至っていないければ、繰り返し回数を 1 増やして (2) に戻る。

(2) のゲームを行う段階では、エージェント間でのゲーム発生タイミングを Hawkes 過程により生成する。そうすることで、Hawkes 過程の持つ自分や他者によりイベントが励起される性質が進化ゲームモデルに盛り込まれ、他人に便乗する連鎖的行動が再現できると考えられる。Hawkes 過程では時刻 t におけるイベント生起強度 (単位時間の中に起こるイベント回数) $\lambda(t)$ を以下のように定式化する。

$$\lambda(t) = \rho + \sum_{t_\ell < t} \alpha \exp(-\beta(t - t_\ell)) \quad (1)$$

この式に従うイベント時系列 t_ℓ ($\ell = 0, 1, \dots$) および $\lambda(t)$ の例を図 2 に示す。 α はイベント発生による生起強度の上がり幅、 β は励起した $\lambda(t)$ の減衰率であり、 α/β が大きい程連鎖的イベント発生が起こりやすい。 ρ は基本の生起強度である。もし $\alpha = 0$ なら ρ のみが残り、 λ が時間依存しない Poisson 過程と等しくなる。式 (1) は単一のイベント発生源のみを考慮するものだが、個体群動態を導入するため複数のイベント発生源を考慮した多次元 Hawkes 過程を使用する。多次元 Hawkes 過程におけるエージェント i のイベント生起強度 $\lambda_i(t)$ は、エージェント j のイベント発生時系列を $t_{j,\ell}$ ($\ell = 0, 1, \dots$) と

*¹ 静岡大学工学部数理システム工学科 Department of Mathematical and Systems Engineering, Shizuoka University

*² 静岡大学大学院工学領域数理システム工学系列 Department of Mathematical and Systems Engineering, Shizuoka University



図 3 時刻 $t = 1$ での各個体のゲーム回数分布のカラーマップ

表すと以下の式で与えられる.

$$\lambda_i(t) = \rho + \sum_{j \in N_i} \sum_{t_j, t \leq t} \alpha \exp(-\beta(t - t_j, t)) \quad (2)$$

ここで N_i はエージェント i の近傍エージェント集合を示し、今回 N_i は自分自身と 4 近傍の和集合とする (すなわち自己励起と近傍による励起の両方).

上記のやり方でエージェント i のゲームが発生したとき、エージェント i は自分の戦略に沿って近傍エージェントのそれぞれとゲームを実施する. エージェントの持つ戦略は協力 (C) か非協力 (D) のどちらかである. 協力を取っているエージェントは 4 近傍のそれぞれに利得 b を与え、自分の利得に $4(1 - b)$ を加算する. 一方、非協力であればエージェントは近傍にも自分自身にも利得を与えない. このゲームを 1 対 1 で実施した場合について利得行列で表すと次のようになる.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 - b \\ b & 0 \end{pmatrix}$$

今回は囚人のジレンマゲームを想定するため、 $b > 1$ とする.

3 シミュレーション結果

シミュレーションは Hawkes 過程の場合 ($\alpha, \beta > 0$) と Poisson 過程の場合 ($\alpha = 0$) の両方を行い、両者を比較することで Hawkes 過程による連鎖的なゲームが最終的な協力者割合に影響を及ぼすかを調査した. 公正な比較のために、単位時間あたりに発生するゲーム回数の期待値 $\langle \lambda \rangle$ を Hawkes 過程と Poisson 過程で揃え、ゲームが連鎖的かランダムかのみに注目する. 揃える際は、格子上で多次元 Hawkes 過程のパラメータ間に成り立つ関係式 $\rho = (1 - (k + 1)\alpha/\beta) \langle \lambda \rangle$ (k は格子の次数) を用いてパラメータを調整した (参考: [4] の式 (18)). また、特に断らない限り $L = 50, \langle \lambda \rangle = 1, \alpha = 1, T_{end} = 500$ のパラメータについては固定である.

図 3 に 1 世代における各個体のゲーム回数分布をカラーマップで示す. どちらも $\langle \lambda \rangle = 1$ と設定し、左が Hawkes 過程 ($(\alpha, \beta) = (1, 5.1)$), 右が Poisson 過程のものである. Hawkes 過程ではゲーム回数が多いエージェントが空間的に集まっているが、Poisson 過程ではそういった傾向が見られずランダムに行われている. この Hawkes 過程の場合で見られる隣接エージェント同士のゲーム回数の相関は、Hawkes 過程による連鎖的なゲーム実施が原因であると考えられる.

上記の空間的な特徴が協力の進化にどう影響を及ぼすのかについて、 T_{end} 世代後の協力者割合を調査することで明らかにする. ここではゲームの利得行列で使われるジレンマの強さを表現するパラメータ b を変化させた際の協力者割合の変化を観察する. 図 4 は Hawkes 過程 ($\beta = 5.5, 10$) と Poisson 過

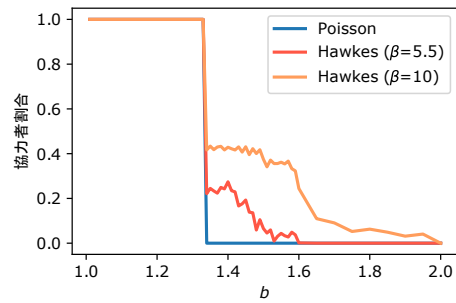


図 4 ジレンマの強さ b の変化に対する協力者割合の変化. 各点につき 10 回試行平均.

程で b を変動させた際のプロットである. Poisson 過程 (青線) では $b = 1.33$ を境に協力者割合 1 と 0 が切り替わっている. なおこの $b = 1.33$ は文献 [1] にまとめられた協力が進化する条件の一つである $k < b/(b - 1)$ から得られる $b = 4/3$ という閾値に対応しており、それを越えると協力が進化できなくなるのは自然と考えられる. 対して Hawkes 過程 (赤と橙線) では $b = 1.33$ を越えた直後に協力者割合が 1 から大きく下がるが 0 にはならず、 $\beta = 5.5$ では $b = 1.6$ 、 $\beta = 10$ では $b = 2.0$ 付近まで協力者が生き残っている. さらに、Hawkes 過程のイベント生起強度の減衰率 β が大きいときの方が協力者割合が高いことが見て取れる. 一般に β が小さいほど Poisson 過程から離れてより連鎖的なイベント生起を引き起こすが、この結果はすなわち極端に連鎖が起こりやすい状況よりも中庸な連鎖的状况の方が協力が進化することを示唆する.

4 おわりに

本研究では従来の進化ゲームモデルのゲームを実施する部分に Hawkes 過程を導入し、連鎖的なゲーム実施を再現できるより現実に近いモデルを構築した. その結果、連鎖的ゲームは協力の進化を助ける働きを持つことが明らかになった. 今回は b を変動させた際の協力者割合の影響を調査するにとどまったが、今後は α/β や $\langle \lambda \rangle$ などを変えた際の影響性について詳細に調べることも必要だろう. また、非常に均質な空間構造である格子を今回用いたが、実際人間関係はスケールフリーネットワークなどの不均質なネットワークであることが知られているため、そういったネットワーク上での連鎖的ゲームの影響性調査も今後の課題となる.

参考文献

[1] Nowak, M. A. (2006). Five rules for the evolution of cooperation. *Science*, 314(5805), 1560–1563.
 [2] Hawkes, A. G. (1971). Spectra of some self-exciting and mutually exciting point processes. *Biometrika*, 58(1), 83–90.
 [3] Kobayashi, R., & Lambiotte, R. (2016). TiDeH: Time-Dependent Hawkes Process for Predicting Retweet Dynamics. *In International AAAI Conference on Web and Social Media*.
 [4] Onaga, T., & Shinomoto, S. (2014). Bursting transition in a linear self-exciting point process. *Phys. Rev. E*, 89(042817), 4–7.