

特徴的構造を持つペトリネットにおける 極小サイフォン検出アルゴリズムの動的選択

Dynamic Choice of Minimum Siphon Detection Algorithm in Petri Net Models with Characteristic Structure

南 史弥† 和崎 克己††
Fumiya Minami Katsumi Wasaki

1 はじめに

ペトリネットは、事象発生の並列性、非同期性、非決定性を有する離散事象システムの振る舞いを表す数学モデルであり、グラフィックツール、シミュレーションツール、および数学的方法論としての側面を持つ [1]。ペトリネットの構造的性質の一つにサイフォン・トラップ構造がある。これらは、ペトリネット内のトークンの増減に影響し、重要な性質である。筆者らが開発中の HiPS[3] には S-インバリエント解析器が実装されており、サイフォンかつトラップの構造検出が可能だが、求解法である為、特定の構造において高速化が見込めない。本研究では、ヒューリスティック探索手法を用いて、特定の構造を成したネットに対し従来解析器より効率的に構造を取得し、特に極小構造から優先的に検出する工夫を提案する。

2 サイフォントラップ構造

2.1 正規ペトリネット

ペトリネットは、有向グラフ (directed graph) の一つであり、初期マーキング (initial marking) M_0 と呼ばれる初期状態をもつ。ペトリネットを作る基本的なグラフ N は、重みつき有向 2 部グラフ (weighted directed bipartite graph) であって、プレースおよびトランジションと呼ばれる 2 種類のノードからなる。ここで、アークはプレースからトランジションに接続するもの、あるいはトランジションからプレースへのもののいずれかである。図的な表現では、プレースは丸、トランジションは棒または箱で描かれる。アークには重み (正整数) が付記され、重みが k であるアークは、 k 重アーク (多重アーク) と呼ばれ、 k 本の平行なアークの集合と解釈できる。

2.2 サイフォン・トラップ

正規ネット N において、空でないプレースの部分集合 S は、 $\bullet S \subseteq S \bullet$ であるならば、すなわち S 内に出力プレースを持つすべてのトランジションが入力プレースを S 内にもつならば、サイフォン (siphon) と呼ばれる。空でないプレースの部分集合 Q は、 $Q \bullet \subseteq \bullet Q$ であるならば、すなわち Q 内に入力プレースをもつすべてのトランジションが出力プレースを Q 内にもつならば、トラップ (trap) と呼ばれる。サイフォン (トラップ) は、他のどのサイフォン (トラップ) もその部分集合となっていないければ、極小であると呼ばれる。サイフォンは、

あるマーキングでトークンがなくなれば、それ以後のすべてのマーキングで無トークンを維持するという動的性質をもつ。トラップは、マーキングされれば (すなわち少なくとも一つのトークンをもてば)、それ以後のマーキングでマーキングされ続けるという動的性質をもつ。

2.3 接続行列

n 個のトランジションと m 個のプレースを持ったペトリネット N に対して、接続行列 $A = [a_{ij}]$ は $n \times m$ の整数行列であり、次の式で与えられる。

$$a_{ij} = a_{ij}^+ - a_{ij}^- \quad (1)$$

ここで、 $a_{ij}^+ = w(i, j)$ は、トランジション i からその出力プレース j へ向かうアークの重みであり、 $a_{-ij}^- = w(j, i)$ は、トランジション i の入力プレース j からトランジション i へ向かうアークの重みである。

2.4 S-インバリエントと保存性

$Ay = 0$ となるような m 次ベクトル y が存在すれば、S-インバリエントと呼ばれ、(準) 保存的な性質を持つ。すべての (いくつか) のプレース p に対して、すべての可達なマーキング M および任意の固定された初期マーキング M_0 についてトークンの重み付き総数 ($M^T y = M_0^T y$) が一定であるような正整数解 $y(p)$ が存在すれば、(準) 保存的 ((partially)conservative) であると呼ばれる。 y の非ゼロ成分であるようなプレース集合内でのトークン総数は一定であり、サイフォンかつトラップを成した構造と言える。互いに素な極小なサイフォンかつトラップの極大族を列挙する際、プレース $|P|$ であるときの計算オーダが $O(|P|^3)$ 程度であることが報告 [4] されており、族の完全な探索は高コストである。

3 分岐・共通部に着目した優先探索

3.1 ヒューリスティック手法の概要

本研究では、ヒューリスティックアルゴリズムを用いて、ネット構造の特徴点を検知し、全ての極小構造を列挙する手法を提案する。具体的には、複数の構造に共通する路から優先的に探索し、部分サーキットを取得する。解析の流れとしては、1) 強連結成分分解、2) 共通路、分岐点検出、3) 構造判定の順で処理を行う。

- 1) 強連結成分分解を行い、各成分に対して互いに到達可能であることを示す (頂点を V 、エッジを E とすれば計算量は $O(V + E)$)。)
- 2) 強連結各成分に対して、共通路、分岐点の発見ないし部分サーキットを発見する (合流トランジションの数を T とすると、計算量は $O(TE)$)。)

† 信州大学大学院総合理工学研究科, Graduate School of Science and Technology, Shinshu University

†† 信州大学大学院総合工学系研究科, Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology, Shinshu University

- 3) 全ての強連結成分のサーキットを発見すれば、それが構造を成しているかどうかを判定する (計算量は $O(E)$).

3.2 強連結成分分解

有効グラフにおいて、互いに行き来することができるようにそれぞれ頂点グループを分解することを強連結成分分解という。アルゴリズムには、正向きネット、アークの向きを逆にした逆向きネットの順に深さ優先探索を用いる。正向き深さ優先探索では、最深部まで到達すれば、到達した順に小さい数字からラベル付けを行う。逆向き深さ優先探索では、ラベルの数字が大きいものから探査をスタートし、辿ったことのある頂点に到達すれば強連結成分として保存する。極小サイフォン構造は、シンクプレース、ソースプレースを除いて強連結上で構成されることが多いため、強連結成分に注目しながら探索を行うことは有意である。

3.3 部分強連結

強連結成分内において、その部分集合で強連結を形成できる場合、それらは部分強連結と呼ばれる。強連結成分分解の逆向き深さ優先探索 (DFS) の際、ある程度の部分強連結を発見することで、共通路分岐点による探査数を減らす。

3.4 共通路、分岐点の概要と適用条件

強連結成分ネット分解が完了した後、共通路 (点)、分岐点を探す。図 1 に表示されているような構造情報をもとに、ヒューリスティック手法もしくは求解手法を行うかどうかを決定する。前者で適用するためには、⑦から始まり、①、⑤、そして⑥もしくは②で構成される共通路が少数存在するようなネットである必要がある。具体的には図 2 に記している。理由としては、共通路がペトリネット内の頂点に対して多すぎると計算量増大につながり、少なすぎても構造検出不良を引き起こす原因となるからである。MCC2020[2] によるネットでは上に挙げた構造以外が多く含まれており、特徴点を探索する手法の適用が難しくなっている。適用条件に当てはまれば、流入アークが複数あるトランジション群を探し、見つければ共通路の合流点を始点として流出アークが複数ある頂点 (分岐点) まで前向き探査を行う。この合流点から分岐点までの間を共通路と呼ぶ。サイフォン構造の数は、トランジションの流入アークの数に依存する。トランジションにつながる流入アークが多いほど、サイフォン構造が流入アークの数だけ増え、一つの共通路探査で多くのサイフォン構造候補を検出できる。共通路、分岐点を見つけ次第、分岐点から深さ優先探索を行い、共通路入口まで到達したら候補リストとして保存する。

4 優先探索の例

優先探索の処理ステップを説明する。図 2 中において、(1) の点枠が強連結成分、(2) の点線部分は共通路、分岐点を示す。図の強連結成分では共通路が二つ存在するため、共通路・分岐点処理は 2 回行う。分岐点 (共通路から出ていく部分) から、同じ共通路に入る部分までを最深部とした DFS を実行し、それまで探査してきたプレースを部分サーキットとして保存する。分岐点から

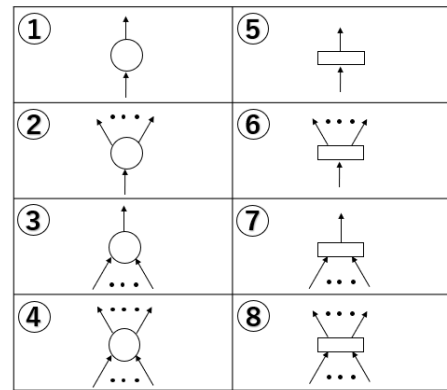


図 1 ペトリネットにおける頂点の入出力パターン

すべてのアークを探索終了し次第、次の共通路へ移り探査を行う。強連結成分内の共通路をすべて探索終了すれば、次の強連結成分へ移行する。強連結成分を一通り探査後、保存した部分サーキットに対し構造判定を行ってサイフォン構造かどうかの判断を行う。

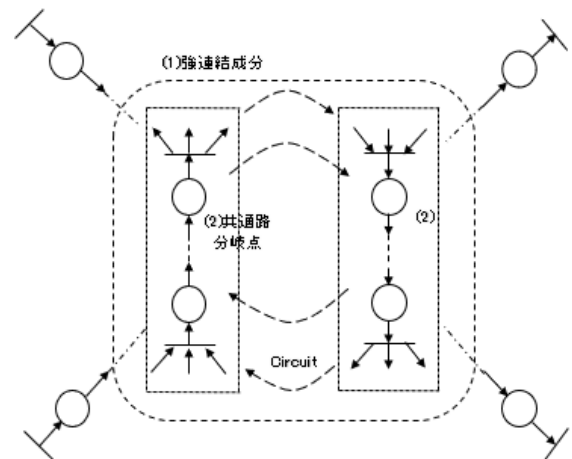


図 2 共通路・分岐点の存在するネット

5 まとめと今後の課題

極小サイフォンをヒューリスティックを用いて、高速に取り出す手法を提案した。ただし、3.4 での 6 つの構造がそれぞれどれくらいの割合で対象ネットに含まれている場合に高効率となるか、といった調査が不足しているため、これらの検証を今後行う。検証が終わり次第、従来法との性能比較を行う。

謝辞：本研究は JSPS 科研費 19K11821 の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] T. Murata : “Petri Nets: Properties, Analysis and Applications”, Proc. of the IEEE, 77(4), 1989.
- [2] Model Checking Contest 2020, <https://mcc.lip6.fr/>
- [3] HiPS : Hierarchical Petri net Simulator, <https://sourceforge.net/projects/hips-tools/>
- [4] 高野, 他 : “ペトリネットの極小サイフォン・トラップ抽出アルゴリズムとその p-インバリアン計算への応用”, 電子情報通信学会技術研究報告 (CST), 101(212), 9-16, 2001.