

粒子群最適化を用いた巡回セールスマン問題の解法

An Algorithm for Traveling Salesman Problem using Particle Swarm Optimization

山田 悠希 † 穴田 一 †
Yuki Yamada Hajime Anada

1. はじめに

工業や経済の問題の多くは、最も効率が良い組み合わせを求める組み合わせ最適化問題に帰着することができる。その中に、与えられた全ての都市を巡る最短経路を求める巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem, TSP) という問題がある。本庄らは、実数値最適化問題に用いられるアルゴリズムの一つである粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization, PSO) [1] を TSP 向けに改良した挿入操作 PSO 戦略 (Insertion-based PSO strategy, IPSO) [2] を提案した。IPSO は、解空間上に配置された各粒子がそれまでの最良解と、近傍の粒子の最良解の情報を基に解の更新を繰り返すことで解空間の探索を行うアルゴリズムである。しかし、この IPSO には探索が十分に行われないうちに、局所解に陥ってしまうという問題点がある。

そこで本研究では、PSO のアルゴリズムの特徴を基に、新たなアルゴリズムを構築した。この提案手法は、PSO で用いられている各粒子のそれまでの最良解と近傍の粒子の最良解の情報に加え、解空間上で最も遠い粒子の解の情報を現在の解に重ね合わせた解の集合を用いて、解の更新を行うよう設計した。そして、TSPLIB に掲載されているベンチマーク問題を用いて既存手法と提案手法を比較することで、その有効性を確認した。

2. 粒子群最適化

粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization, PSO) [1] とは、魚や鳥などに見られる群行動を探索手法に応用した、最適化手法の一つである。解空間上に位置と速度を持った複数の個体 (以下、粒子と表記) をランダムに配置する。各粒子の位置は問題の解を表現しており、適応度の高い粒子の情報を近傍の粒子と交換し、その情報を基に、より良い位置に近づくように速度と位置を更新する。この操作を繰り返すことで、解空間を探索する。t イテレーション目における粒子 i の位置 $x_i(t)$ と速度 $v_i(t)$ の更新式は次式で定義される。

$$x_i(t) = x_i(t-1) + v_i(t-1) \quad (1)$$

$$v_i(t) = wv_i(t-1) + c_1r_1(pb_{best_i} - x_i(t)) + c_2r_2(l_{best_i} - x_i(t)) \quad (2)$$

ここで w, c_1, c_2 は [0,1] のパラメータ、 r_1, r_2 は [0,1] の一様乱数、 pb_{best_i} は粒子 i のそれまでの最良解、 l_{best_i} は粒子 i の近傍の中のそれまでの最良解である。アルゴリズムの詳細な流れは以下の通りである。

①初期設定

全粒子の位置と速度をランダムに設定し、各粒子 i の最良解 pb_{best_i} を現在位置に設定する。次に、設定した近傍数 k を元

に、各粒子 i と距離が近い k 個の粒子を粒子 i の近傍に設定する。そして、各粒子 i の近傍の中で適応度が最も高い解を近傍内の最良解 l_{best_i} と設定し、全粒子の中で適応度が最も高い解を gb_{best} と設定する。

②位置の更新

(1)式に従い、各粒子の位置の更新を行う。

③適応度の評価

全粒子の適応度の評価を行う。適応度は問題に適した粒子ほど高くなるよう、評価関数を事前に設定しておく。

④ pb_{best} , l_{best} , gb_{best} の更新

全粒子の pb_{best} , l_{best} と gb_{best} を更新する。

⑤速度の更新

(2)式に従い、各粒子の速度の更新を行う。

初期設定を①で行い、②から⑤までの操作を 1 イテレーションとし、事前に設定したイテレーション数繰り返すことで解空間を探索する。

3. 提案手法

本提案手法は、PSO を基にしたアルゴリズムとなっている。まず、解空間上に複数の粒子を配置する。これらの粒子は、それぞれ巡回路である解を持っており、各粒子の現在の解、それまでの各粒子の最良解、近傍の粒子の最良解、最遠の粒子の解の四つの解で形成された経路集合の中から経路を確率的に選択し、解の更新を行う。これを繰り返すことで、解空間を探索する。アルゴリズムの詳細な流れは以下の通りである。

①初期設定

各粒子 i に解 x_i をランダムに設定し、各粒子の最良解 pb_{best_i} を現在の解 x_i に設定する。粒子 i と粒子 j 間の距離 d_{ij} を以下のように定義し、全粒子間の距離を計算する。

$$d_{ij} = \frac{1}{S_{ij}} \quad (3)$$

$$S_{ij} = \frac{|E_i \cap E_j|}{n}$$

ここで、 E_i は粒子 i が持つ解 x_i の経路の集合、 $|E_i \cap E_j|$ は E_i と E_j の共通している経路の本数、 n は都市数を表している。距離 d_{ij} は x_i と x_j の異なる経路が多くなるほど長くなる。次に、設定した近傍数 k を元に、粒子 i と距離が近い k 個の粒子を粒子 i の近傍に設定する。各粒子 i の近傍の中で総経路長が最も短い解を近傍内の最良解 l_{best_i} と設定し、全粒子の中で最も総経路長が短い解を全粒子の最良解 gb_{best} と設定する。

②解の更新

提案手法における解の更新は、各粒子 i のそれまでの最良解 pb_{best_i} 、近傍の粒子の解である l_{best_i} 、最遠の粒子の解である x_i^f を現在の解 x_i に重ね合わせ、それぞれの解の経路に重み $c_1 \sim c_3$ をかけて作成した経路集合 G_i を用いて行

† 東京都市大学, Tokyo City University

う。まず、ある都市 a をランダムに選択する。そして G_i に含まれる経路から、次式で定義される確率 P_{ab} で次の経路 ab を選択する。

$$P_{ab} = \frac{w_{ab}}{\sum_{l \in N'} w_{al}} \quad (l \in N') \quad (4)$$

$$w_{ab} = \frac{G_i^{ab}}{(d_{ab})^p}$$

$$G_i^{ab} = x_i + c_1 pbest_i + c_2 lbest_i + c_3 x_i^f$$

ここで、 N' は未訪問都市、 $D, c_1 \sim c_3$ はパラメータを表している。(4)式は距離が短く、 G_i の重みが大きい経路を選択しやすくなるように設定している。また、この経路集合 G_i のパラメータは、それぞれの粒子が自分の解の周辺を探索するため、 $1 \geq c_1 \geq c_2 \geq c_3$ を満たすように設定している。 G_i に選択できる経路が存在しない場合、未訪問都市の経路候補の中から距離の逆数を用いたルーレット選択を用いて経路を選択する。この操作を繰り返すことで巡回路を構築していく。

③総経路長の計算

全ての粒子が持つ巡回路の総経路長の計算を行う。

④近傍の更新

全粒子間の距離を再計算し、近傍を更新する。

⑤ $pbest, lbest, gbest$ の更新

全粒子の $pbest, lbest$ と $gbest$ を更新する。

初期設定を①で行い、②から⑤までの操作を 1 イテレーションとし、事前に設定したイテレーション数繰り返すことで TSP の解空間を探索する。

4. 結果

提案手法の有効性を確認するため、TSPLIB に掲載されている TSP のベンチマーク問題である rd100, kroA150, pr299 を用いて評価実験を行った。既存手法として、提案手法と同じく PSO を TSP に適用した挿入操作 PSO 戦略 (Insertion-based PSO strategy, IPSO) [2] を比較に用いた。IPSO は実際にアルゴリズムを再現し、事前実験で最も結果が良かった粒子数 $m = 64$ 、近傍数 $k = 2$ 、 $c_1 = 0.9$ 、 $c_2 = 0.1$ というパラメータを使用した。また、提案手法のパラメータもまた、事前実験で最も結果が良かった $c_1 = 0.6$ 、 $c_2 = 0.3$ 、 $c_3 = 0.1$ を使用した。終了条件については rd100 と kroA150 を 30000 イテレーション、pr299 を 50000 イテレーションと設定した。各問題 50 試行平均の結果を表 1～表 3 に示す。また、表中で用いられている誤差率は、試行内で得られた最良解の厳密解に対する誤差の割合を表し、最終更新イテレーションは最後に $gbest$ を更新したイテレーションを表している。

表 1: rd100 の 50 試行の結果

rd100 (opt 7910)	厳密解 到達率(%)	平均 誤差率(%)	平均最終更新 イテレーション
既存手法	88	0.0099	3210.4
提案手法	98	0.0002	15565.66

表 2: kroA150 の 50 試行の結果

kroA150 (opt 26524)	厳密解 到達率(%)	平均 誤差率(%)	平均最終更新 イテレーション
既存手法	10	0.25	6951.2
提案手法	20	0.18	27379.68

表 3: pr299 の 50 試行の結果

pr299 (opt 48191)	厳密解 到達率(%)	平均 誤差率(%)	平均最終更新 イテレーション
既存手法	0	0.91	254626.8
提案手法	2	0.29	377088.3

実験の結果、全問題において、既存手法よりも提案手法の精度が上回ったことが分かる。しかし、平均最終更新イテレーションは提案手法の方が軒並み長くなっている。これは、提案手法の方が既存手法よりも広範囲で解を探索するため、解の収束が遅くなっていることが理由であると考えられる。

5. 今後の課題

提案手法を用いて厳密解到達率 2% であった pr299 の厳密解カバー率 50 試行平均の推移を図 1 に示す。厳密解カバー率とは、全粒子の経路を合わせて厳密解の経路をどれだけ保持しているかを割合で表したものである。

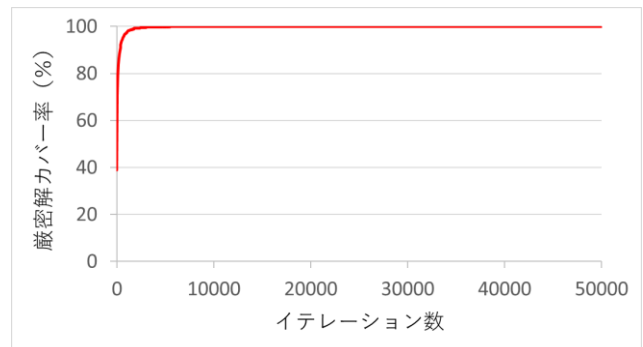


図 1: 提案手法における pr299 の厳密解カバー率

図 1 より、2000 イテレーションほどで厳密解カバー率が 100% になり、その後も 100% を維持していることが分かる。厳密解の経路を全て保持しているにも関わらず、厳密解に到達しないということは、解の探索範囲は拡大し、全粒子を参照すると多様な経路を保持しているものの、各粒子における組み合わせが効率よく行われていないことが考えられる。そこで、巡回路を重ね合わせて経路を選択する際に、様々な粒子の情報を参照するような経路の組み合わせ方法を考案する事によって効率よく解空間を探索するアルゴリズムを構築し、更なる大規模問題に挑戦していきたいと考えている。

参考文献

- [1] J. Kennedy, R.C. Eberhart, "Particle swarm optimization" IEEE International Conf. on Neural Networks, pp.1942-1948 (1995).
- [2] 本庄将也, 飯塚博幸, 山本雅人, 古川正志, "巡回セールスマン問題に対する粒子群最適化の提案と性能評価", 日本知能情報ファジィ学会誌, vol.28, no.4, pp.744-755 (2016).