

四則演算における解答者の弱点検出方法とシミュレーションに関する検討 A study of weak point detection method and simulation of solver in arithmetic operation

山崎 圭太[†] 佐藤 柚希[†] 志子田 有光[†]
Keita Yamazaki Yuzuki Sato Arimitsu Shikoda

1. はじめに

本論では、被験者がある作業工程に含まれる特定の特徴的の工程において、一定の確率で誤操作を起こすことが想定される場合について、その特徴的の工程が含まれる複合度が高い作業工程において実際に誤操作を起こす可能性を統計的手法と機械学習的手法により予測するシミュレーションモデルを提案し比較検討を行う。ここではシンプルなモデルとして四則演算を取りあげ、その計算過程で生じる桁上がりなどの特徴量を用いて、指定した特徴量を含む数式が出題された場合に確率的に誤答するシミュレーションモデルを構築した。そこで得られた少数の教師データを統計手法と機械学習を用いて分析し、予想した結果とそれぞれの違いについて述べる。

2. 研究概要

学習者が与えられた問題に対して、誤った解答をする要因は複雑である。一例として、「知識の不足」「論理的思考の誤り」「経験の不足」「経験による思い込み」などが考えられる。これらは、出題される数式に内在する「誤答する要因」に依存する。しかし複雑な思考や判断力を必要とする課題に対する「難しさ」を定量的に予測することは難しい。一般に問題の難しさの識別は過去の解答による問題の正答率などの統計的データから「難易度」などのクラス分けされることがある。

一方で、比較的単純な作業の中にミスを生じさせる要因が内在する場合は、それが人間の認知活動に影響を及ぼし、いわゆる「ヒューマンエラー」を誘発する場合がある。ヒューマンエラーをなくすことは困難とされているが、これを減少させるためには、まずこの種類を分類し、可能な対策を対応させて検討することが重要である。

ヒューマンエラーの中には、作業工程が知識量に比較的依存せず明確であるにも関わらず、認知判断操作における偶発的な作業ミスに起因するものがある。学習教材の中に事例を求める場合、一例として比較的単純な数値計算作業を取りあげることができる。例えば四則演算については、計算速度が要求されることも起因するため、計算ミスを低減させるためには相当量の計算練習が必要となり、これが中等高等教育期以降の学習にも影響を与えると考えられている。しかし学習者が弱点とする問題は一般的な「難易度」のクラス分けとは異なり、正答率が低い問題でも弱点である可能性がある。計算力を高めるために e-learning のシステムを導入し、計算力の養成を補助するシステムがいくつか提案されている。例えば、中川らは[1] 数式の計算過程における過ちをリアルタイムに発見するための手法を提案している。また、浅井らは[2]、手書き認識ソフトを導入して計算過程などの躓きを検出する手法を提案しているが、これらの研究はいずれも問題そのものに内在する難しさや誤解答の要因には言及していない。そこで、本研究では 2 項

の四則演算を取りあげ、その計算過程で生じる特徴量を用いた出題者対解答者シミュレーションモデルを構築し、一定の条件下で得られた少数の教師データを用いて、解答者が不得手とする問題識別について検討した結果を報告する。

3. 実験方法

3.1 四則演算の特徴量抽出

統計手法や機械学習を行う際に入力として必要となる数式の特徴量の抽出について説明する。四則演算の計算方法の 1 つである筆算の計算過程はルール化されておりその作業工程を特徴量として抽出可能である[3]と考えられる。一例として 2 項の乗算で発生する繰り上がり回数を抽出し視覚化したものを図 1 に示す。これは横軸第一項、縦軸に第二項の数値をとったものでカラーバーは出現回数となっており、2 つの項に入力される数値は 1-99 に限定している。これらを踏まえた特徴量となりうる項目を以下に示す。

- 1) 0~9 が計算過程に出現する回数
- 2) 各演算子が計算過程に出現する回数
- 3) 繰り上がりが発生する回数
- 4) 繰り下がりが発生する回数
- 5) 括弧の出現回数

例えば 68×13 の 2 項乗算を筆算で解く場合は[8*3, 6*3, 24+180, 8*1, 6*1, 8+60, 204+680]のような計算が行われる。この計算毎に上記の特徴量をカウントし、その合計値(8 が 5 回出現、×が 4 回出現など)をその数式の特徴量として扱う。

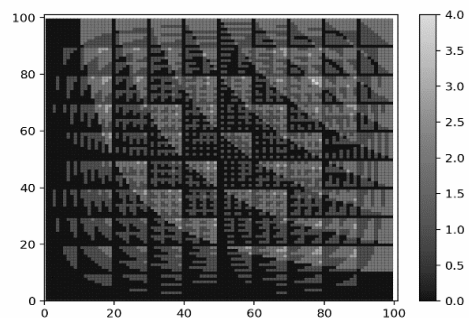


図 1 2 項乗算の繰り上がり回数

3.2 シミュレーションモデル

ここでは四則演算に含まれる特徴量に対して一定の確率で誤答する解答者のシミュレーションモデルに構築について説明する。モデルには誤答を起こす特徴量とその回数を

[†]東北学院大学 Tohoku Gakuin University

設定しておき、出題された数式に対して特徴量を設定した回数以上特徴量があるか確認する。条件に一致した場合の出現回数を元に以下の式(1)を用いて誤答確率が計算される。

$1 - (1 - p)^n$ p : 誤答確率 n : 出題回数(条件付き) (1)
 条件以下での回数であった場合は無条件で正解とする。例えば 4 が 6 回出現すると 10%の確率で誤答を引き起こすモデルに対して 4 が 7 回出現する数式が出題された場合は(1)式を使い

出題回数 1~5 回目は誤答しないと計算しない
 出題 6 回目 $1 - 0.9^1 = 0.1$ 誤答確率 10%
 出題 7 回目 $1 - 0.9^2 = 0.19$ 誤答確率 19%

という計算がされ、この計算毎に誤答を起こす可能性がある。出題回数が 6 回以上の時に誤答すると設定して、それに該当する問題を解答しているのに 5 回以下で誤答してしまうと 4 が出ていると誤答するモデルになってしまうためこのような計算方法を行っている。また、ある特徴量が含まれているかどうかを条件として設定すると後の分析でその特徴量が苦手かの判別は可能だが、その特徴量が何回出現すると誤答するかどうかは解答した問題によって結果が左右されてしまう。分析結果を確認しやすくするためにシミュレーションモデルの条件設定と計算方法を行っている。

4. 実験方法

今回のシミュレーションの条件は解答者が出題された数式に 6 が 7 回以上出現した場合に 1 回ごとに 10%の確率を元に(1)式の確率で誤答する。出題される問題数 N は $\{1\sim 99\} \times \{1\sim 99\}$ の乗算二項式 9801 通りの組み合わせからランダムに選択した。こうしてシミュレーションによって得られた正誤結果とその数式に含まれる特徴量を用いてロジスティック回帰と SVM(Support Vector Machine)のそれぞれで識別器を作製する。作製した識別器を用いて新たに解答者が誤答するであろう問題の予測を行う。予測された問題がシミュレーションの条件にどれだけ近いかを確認する。

5. 実験結果

上記のシミュレーション条件で 100 問を出題し、条件に合った数式は 3 問出題され、その内 2 問を誤答した。まずロジスティック回帰にこの解答データを用いて学習を行った。回帰係数からオッズ比と呼ばれるその特徴量の発生確率が比発生確率に対して何倍かを表す数値であり、6 の出題回数のオッズ比を確認すると他のオッズ比よりも高い値だった。回帰係数とオッズ比の値を表 1 に示す。しかし、乗算二項式 9801 通りについて誤答するであろうと予測された問題の 6 の出題回数の割合を図 2 に示す。7 回以下である 4 回、5 回、6 回が 48.6%を占めている。

またこの解答データを用いて SVM で学習させ、乗算二項式 9801 通りについて誤答するであろうと予測された問題での 6 の出題回数の割合を図 3 に示す。

6. 結論

本研究ではロジスティック回帰と SVM を用いた 2 項乗算の誤計算予測のシミュレーションについて報告した。四則演算の計算過程に内在する作業工程などを特徴量としてロジスティック回帰や SVM で識別器を作製した結果、比較的少ない教師データ数であっても誤答を引き起こす特徴量

の予測ができる可能性が確認できた。しかし、ロジスティック回帰は誤答が予測される特徴量の種類は予測できたがその特徴量の出題回数に関しては条件と異なるものを誤答するであろうとする割合が高かった。また SVM は特徴量の出題回数に関してロジスティック回帰よりも割合が高かった。今後は統計結果の四則演算の特徴量を計算過程の時系列順に抽出し、時系列に対応した分析手法での検討を考えている。

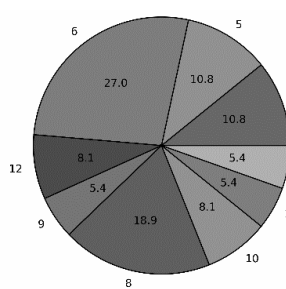


図 2 6 の出題回数の分布 (ロジスティック回帰)

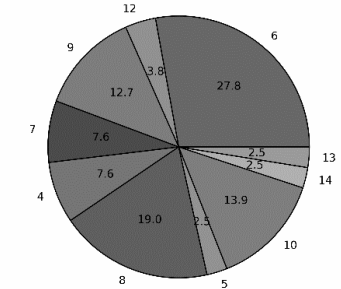


図 3 6 の出題回数の分布 (SVM)

表 1 回帰係数とオッズ比

特徴量	0の回数	1の回数	2の回数	3の回数	4の回数
回帰係数	-0.31514	0.154535	0.124349	-0.4565	-0.64181
オッズ比	0.729685	1.167115	1.132411	0.6335	0.52634

特徴量	5の回数	6の回数	7の回数	8の回数	9の回数
回帰係数	-0.15505	0.7446	-0.3138	-0.71078	-0.25964
オッズ比	0.856372	2.105598	0.730665	0.491263	0.771329

特徴量	+	-	×	÷	繰り上がりの回数
回帰係数	-0.04506	-0.89423	0	0	-0.37488
オッズ比	0.955941	0.408921	1	1	0.687374

特徴量	繰り下がり回数	()の回数
回帰係数	0	0
オッズ比	1	1

参考文献

[1] 森重湧太, 中川正樹, “手書き数式認識を用いた計算過程の正誤フィードバック” 情報処理学会報告, No13, CE-126, Oct.2014.
 [2] 浅井洋樹, 野澤明里, 苑田翔吾, 山名早人, “オンライン手書きデータをを用いた学習者のつまづき検出” DEIM Forum, A8-4, 2012.
 [3] 山崎圭太, 佐藤柚希, 志子田有光, “筆算作業における特徴量の抽出と視覚化に関する検討” IEICE technical report : 信学技報 117(335), 13-16, 2017-12-02