

ニューラルネットワークを用いたリングダウン重力波の解析 Analysis of Ringdown Gravitational Wave using Neural Network

山本 貴宏[†] 田中 貴浩[†]
Takahiro Yamamoto Takahiro Tanaka

1. はじめに

2015 年、重力波検出器 advanced LIGO は連星ブラックホール合体時に放出された重力波 GW150914 を直接検出した [1]。現在までに連星ブラックホール合体からの重力波は 5 例見つかっており [1]-[5]、重力波物理学・天文学が幕を開けようとしている。

一般相対性理論をはじめとする重力理論の検証は重力波天文学の一つの成果として期待される。その手法の一つとして、リングダウン重力波に注目することが提案されている [6]。リングダウン重力波とは、連星合体のあとに生成されたブラックホールに加えられた振動が減衰していくときに放出される重力波のことを指す。一般相対性理論によると、この減衰振動する重力波波形の振動数および減衰時間は、ブラックホールの質量およびスピンから一意に定まり、準固有振動 (QNM) と呼ばれる。重力波信号から QNM の振動数および減衰時間を推定することができれば、連星合体前の重力波信号から予測される合体後のブラックホールの質量・スピンと一致するかをテストすることが可能になり、重力波データ解析の重要な課題のひとつである。

本研究では、ニューラルネットワークを用いたリングダウン重力波の解析手法を提案し、その有効性を示す結果を得た。

2. 単純な解析手法の問題点

2.1 マッチドフィルタ

マッチドフィルタは重力波の標準的なデータ解析手法である [7]。これは理論的に波形を予測できる場合に有効な手法である。検出器から得られたデータと理論波形との相関をとり、最も相関が高いときの理論波形のパラメータを推定値とするものである。相関はフーリエ変換した信号 $\tilde{s}(f)$ と理論波形 $\tilde{h}(f)$ を用いて、

$$(s, h) = 4\text{Re} \int_0^{\infty} \frac{\tilde{s}(f)\tilde{h}^*(f)}{S_n(f)} df$$

と表せる。 S_n はノイズのパワースペクトルである。信号対雑音比は最大になる相関の値で定義する。

2.2 リングダウン重力波に適用する際の問題点

リングダウン重力波の場合、単純な減衰振動する波形、

$$h(t) = \begin{cases} A \exp[-2\pi f_i(t - t_0)] \cos[2\pi f_r(t - t_0) - \phi_0], & t > t_0 \\ 0, & t < t_0 \end{cases}$$

を理論波形として用いることが考えられる。ここで、 f_r, f_i, t_0, ϕ_0, A はそれぞれ QNM 振動数の実部、虚部、リングダウンの開始時刻、初期位相、振幅である。 f_i と減衰時間 τ との関係は

$$\tau = \frac{1}{2\pi f_i}$$

で表される。しかし、この波形はあくまで単純化されたモデルであり、現実期待される波形は合体前の重力波波形と滑らかに接続されたものである。そのため開始時刻 t_0 をどのように設定するかが問題になる (図 1)。開始時刻を

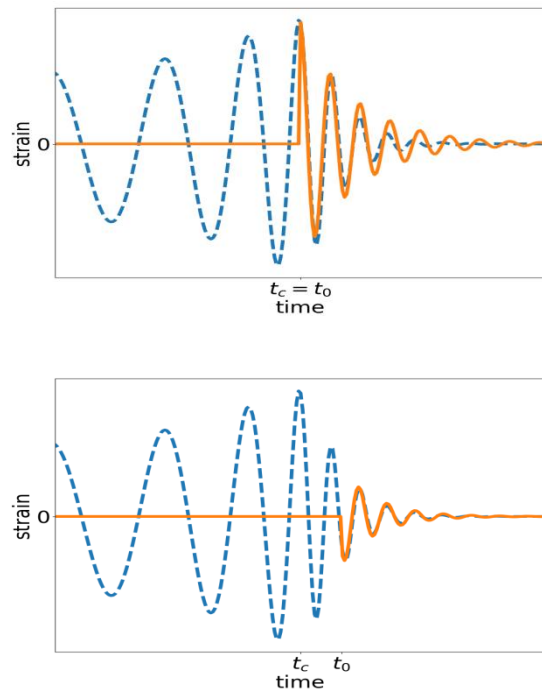


図 1 連星ブラックホール合体からの重力波 (破線) とリングダウン重力波の理論波形 (実線)。上図は t_0 が合体時刻に近い場合で、単純な減衰振動波形では後の時刻の波形がずれてしまう。下図は合体時刻から十分あとの時刻にした場合で、このときはよくフィットできているが振幅が小さいことがわかる

合体時刻に近づけると信号対雑音比は大きくなり、推定に含まれる統計誤差は小さくなる。しかし、合体時刻付近では、単純な減衰振動の波形では重力波波形の特徴をとらえることができず、推定値がバイアスされてしまう。一方、開始時刻を十分後の時刻に設定すればこうしたバイアスを抑えられるが、検出器のノイズにより信号対雑音比が小さくなり、統計誤差が大きくなってしまった。したがってリングダウン部分だけを用いたマッチドフィルタでは、QNM 振動数の推定は困難である。

マッチドフィルタによるリングダウン重力波の解析手法として、インスパイラル波形も含めた全体の波形を用いた

解析も考えられる。一般相対性理論の研究から、連星ブラックホールのそれぞれの質量とスピンから合体後に残ったブラックホールの質量とスピンを求めるフィッティング公式が得られている。一般相対性理論に基づく理論波形を用いたマッチドフィルタで連星ブラックホールのそれぞれの質量とスピンを推定すれば、間接的に QNM 振動数を推定することができる。しかし、この方法ではインスパイラル部分の情報を引きずってしまい、特にブラックホールのごく近傍だけが修正されるような重力理論の検証には不適切であると考えられる。

3. 手法

3.1 畳み込みニューラルネットワーク

畳み込みニューラルネットワーク (CNN) は画像認識の分野で用いられる手法で、近年では重力波データ解析への応用も研究されている。George & Huerta[8]は、連星ブラックホール合体からの重力波の検出を試み、マッチドフィルタを凌駕する検出性能を発揮した。本研究においても CNN が有用であると期待できる。本研究で用いた CNN の構造を表 1 に示した。

CNN の特徴は畳み込みとプーリングと呼ばれる操作を繰り返すことにより、入力データの局所的な特徴を抽出することにある。

畳み込み層では、入力データとフィルタとの畳み込み

$$z'_{i,l'} = \sum_{l=1}^L \sum_{p=1}^H z_{i+p,l} h_{p,l'} + b_{i,l'}$$

を計算する。ここで、 z, z' はそれぞれ入力ベクトルと出力ベクトルである。フィルタの数や長さは訓練前に固定し、係数 h とバイアス b を訓練過程で最適化していく。本研究では、畳み込み層は 4 層用いて、それぞれのフィルタの長さは 32, 16, 8, 8、フィルタの数は 64, 128, 256, 512 とした。

プーリング層は畳み込み層のあとに位置し、いくつかのピクセルをまとめて一つのピクセルに圧縮する。ここでは最大プーリング

$$z'_i = \max_{k=1, \dots, p} z_{si+k}$$

を用いた。ここで、 s はストライド、 p はプーリングフィルタの長さである。本研究では $s=p=2$ とした。

畳み込み層とプーリング層をいくつか重ねたあと、多くの場合は全結合層が置かれる。全結合層は受け取ったすべての入力との線型結合

$$z'_i = \sum_{j=1}^N w_{ij} z_j + b_i$$

をとる。ここで w, b はそれぞれ重み、バイアスとよばれ、訓練過程で最適化するパラメータである。

ニューラルネットワークでは活性化関数を用いた非線形変換が重要である。ここでは rectified linear unit (ReLU)

$$h(z) = \max(z, 0)$$

を活性化関数として採用する。

テストデータで推定する前に、訓練データを用いて畳み込み層のフィルタ係数や全結合層の重み・バイアスを最適化する。一般に教師あり学習の場合、訓練データは入力データと目標値ベクトルとで構成される。本研究では、入力データはノイズあり重力波信号、目標値ベクトルは QNM 振動数とする。各入力データに対して、ニューラルネットワークは推定値ベクトルを出力する。推定値ベクトルと目標値ベクトルを比較するために損失関数を定義する。また、バッチ学習では、「バッチ」と呼ばれるデータの集合をいちどにニューラルネットワークに入力し、推定・最適化アルゴリズムを実行する。本研究では、平均二乗誤差

$$J(y, t) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (y_m - t_m)^2$$

を用いた。ここで y, t, M はそれぞれ推定値ベクトル、目標値ベクトル、バッチに含まれるデータ数である。本研究では $M=16$ とした。最適化アルゴリズムとして Adam (Adaptive Moment Estimation) [9]を用いた。

本研究では、ニューラルネットワークの実装に TensorFlow バックエンドの Keras [10]を用いた。また、学習を高速化するために NVIDIA 製 GPU および CUDA deep neural network library (cuDNN) [11]を用いた。

表 1 本研究で用いたニューラルネットワークの構成。(x, y) は各層の出力のデータが x 個のデータ点、y 個のチャネルを持っていることを表す。入力データの 2 つのチャネルは重力波のプラスモードとクロスモードである。"Flatten" 層は 2 次元データを 1 次元データに成形する。

Layer	dimension
Input	(256, 2)
Convolution	(256, 64)
Pooling	(128, 64)
ReLU	(128, 64)
Convolution	(128, 128)
Pooling	(64, 128)
ReLU	(64, 128)
Convolution	(64, 256)
Pooling	(32, 256)
ReLU	(32, 256)
Convolution	(32, 512)
ReLU	(32, 512)
Flatten	32×512
Dense	256
ReLU	256
Dense	2
Output	2

3.2 擬似波形の生成

本研究を進めるにあたり、性能評価のためのテストデータを生成する。現時点では、さまざまな重力理論の一般相対性理論からの修正を考慮した重力波波形を具体的に計算することは技術的にも困難であるとともに、特別な理論の可能性についてのみ議論することにそれほど意味があるとは考えられない。そこで、一般相対性理論に基づく理論波形[12]をベースにして、リングダウン部分の QNM 振動数だけを修正することで擬似波形を生成する。こうすることで、連星合体前の比較的弱い重力場では一般相対性理論からのずれは検出されないが、合体後の強い重力場においては一般相対性理論からのずれが現れるような重力理論の修正に対応したひとつの典型的な理論波形を与える。

リングダウン部分の波形は一般相対性理論にもとづく数値計算の結果をフィットする QNM 振動数をパラメータとして含む表式を見出す。この表式において、QNM 振動数のみを変更することで修正重力理論における重力波波形を与える。擬似信号はこのようにして得た理論波形にノイズを加えて生成する。ノイズは各周波数成分が無相関のガウスノイズであると理想化し、ノイズ振幅の周波数依存性は advanced LIGO のデザイン感度として与えられているものを用いた。様々なノイズ強度の場合を試す目的で、合体前の重力波信号も含めて、信号対雑音比が 20, 30, 60 になるそれぞれに対して、5 つの異なる QNM 振動数をもつ擬似波形を用意し、合計 15 個の擬似信号をテストデータとする。実質的にリングダウン部分のみを取り出した際のおよその信号対雑音比は 3.3~18.8 と広い範囲に広がっている。

3.3 訓練データの生成

擬似波形生成に用いたのと同じ方法を用いて、訓練データを生成する。訓練データの QNM 振動数(f_r, f_i)を 209-378Hz, 23-69Hz の範囲で等間隔に配置する。こうして 21×21 個の擬似波形を得る。

次にそれぞれの波形にシミュレートしたノイズを重ねる。ノイズはテストデータ生成で用いたのと同じ方法で生成する。各擬似波形に対して 20 の異なる realization を与えることで、訓練データとして 8820 個のノイズ入り模擬信号を得る。これらの信号対雑音比はテストデータと同じ程度にそろえておく。

模擬信号をニューラルネットワークに用いるとき、以下のような前処理を行う。バンドパスフィルタを用いて 20-2048Hz の周波数帯の信号を取り出す。合体時刻から 256 点をセグメントとして取り出す。各セグメントは最大値 1.0 をもつように正規化する。こうして得られたセグメントをニューラルネットワークの入力データとして用いる。

3.4 評価基準

CNN を用いた手法の有効性を評価するために、模擬信号を生成する際にもちいたのと同じ理論波形を使いマッチドフィルタをおこない評価基準として採用する。マッチドフィルタは、今の場合のように理論波形がわかっている場合に、線形のフィルタの中では最大の信号対雑音比を実現するフィルタを与える。したがって、これを上回る成績を

与える手法は、実際のデータ解析に用いる上で有望な手法であると考えられる。

4. 結果

推定結果の評価は推定誤差の平均と分散をもとにして考える。ただし、信号対雑音比によっては推定誤差が大きく変動してしまっているのを、これを抑えるために推定値・目標値ともに対数をとってから計算する。分散は以下のように定義する：

$$\sigma(Q) = \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\ln Q_n^{\text{est}} - \ln Q_n^{\text{true}})^2 \right]$$

ここで $Q_n^{\text{est}}, Q_n^{\text{true}}$ はそれぞれ推定値、真の値である。推定結果を表 2 に示す。

表 2 テストデータに対する推定結果。CNN は畳み込みニューラルネットワーク、MF はマッチドフィルタを表す。

[%]	Mean(f_r)	$\sigma(f_r)$	Mean(f_i)	$\sigma(f_i)$
MF	0.2387	0.6421	-0.8387	8.2904
CNN	0.126	0.8474	1.1513	4.7259

テストデータに対して、 f_r の推定については CNN とマッチドフィルタでは同程度の能力であった。 f_i については CNN の方が分散がかなり小さく推定できており、CNN はマッチドフィルタよりもより高いパラメータ推定の性能を示している。

今回テストデータは 15 個と少ないが、これはマッチドフィルタの計算に多少時間がかかるためである。したがって、分散の大きさの評価にはテストデータの数が不十分であるためのエラーがあることも考えられる。そこで、それぞれの手法で f_r および f_i のエラーの大きさの小さいもの順に並べてプロットして見たものを図 2 に示す。予想通り、パラメータ推定結果のエラーの分散はそのような一部のデータに引きずられる形になっている。しかしながら、この図からは同時に、エラーの小さなデータに対しても、 f_r に関しては二つの手法で同程度のエラーを与え、 f_i に関しては CNN の方が相対的に小さいエラーを与えているという傾向が見て取れる。

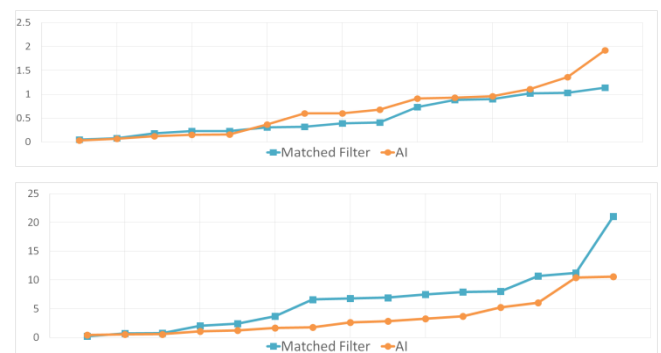


図 2 推定結果をエラーの小さい順に並べて表示した結果。上図が f_r 、下図が f_i についての結果である。

5. 結論

本研究はリングダウン重力波から QNM 振動数を推定するために、畳み込みニューラルネットワークを用いることを提案した。そして、標準的なデータ解析手法であるマッチドフィルタと比較することで、この手法の有用性を検討した。

訓練データとテストデータが同じ手法で生成されたものだった場合、特に f_1 について CNN はマッチドフィルタよりも良い精度で推定できている。このことは、重力波データ解析の分野で標準的と考えられているマッチドフィルタを上回るパラメータ推定性能が実際の重力波データの解析においても実現できる可能性が高いということを意味しており、重力波実験から最大限の情報を引き出すためにはこのような新しいデータ解析手法を追及することが求められる。

リングダウンの QNM 振動数の推定に関しては、雑音が理想的ではない実際のデータに適用した際に、どれだけの精度でパラメータが決定できるかを明らかにする必要がある。また、今回はテストデータの数は 15 と少ないが、今後、テストデータの数を増やし精度を上げるとともに、訓練データとテストデータが同じ手法で生成されたものでない場合についても有効性が確かめられるかを検証することなども必要である。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP17H06358 (新学術領域「重力波物理学・天文学：創世記」計画研究 A01「重力波データ解析による重力理論の検証」) の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] B. P. Abbott, et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), “Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger”, *Phys. Rev. Lett.* 116, 061102 (2016).
- [2] B. P. Abbott, et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), “GW151226: Observation of Gravitational Waves from a 22-Solar-Mass Binary Black Hole Coalescence”, *Phys. Rev. Lett.* 116, 241103 (2016).
- [3] B. P. Abbott, et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), “GW170104: Observation of a 50-Solar-Mass Binary Black Hole Coalescence at Redshift 0.2”, *Phys. Rev. Lett.* 118, 221101 (2017).
- [4] B. P. Abbott, et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), “GW170814: A Three-Detector Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Coalescence”, *Phys. Rev. Lett.* 119, 141101 (2017).
- [5] B. P. Abbott, et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), “GW170608: Observation of a 19-solar-mass Binary Black Hole Coalescence”, arXiv: 1711.05578 (2017).
- [6] H. Nakano et al., “Possible golden events for ringdown gravitational waves”, *Phys. Rev. D*, 92, 064003 (2015).
- [7] L. S. Finn, “Detection, measurement, and gravitational radiation”, *Phys. Rev. D*, 46, 5236 (1992)
- [8] D. George & E. A. Huerta, “Deep neural networks to enable real-time multimessenger astrophysics”, *Phys. Rev. D*, 97, 044039 (2018).
- [9] D. P. Kingma & J. Ba, “Adam: A Method for Stochastic Optimization”, arXiv:1412.6980 (2014).
- [10] F. Chollet et al., <https://keras.io> (2015).
- [11] S. Chetlur et al., “cuDNN: Efficient Primitives for Deep Learning” arXiv:1410.0759 (2014).
- [12] <https://www.black-holes.org/waveforms/>

† 京都大学 理学研究科 物理学・宇宙物理学専攻
Division of Physics and Astronomy, Graduate School of
Science, Kyoto University, Japan