

階層的意決定手法に基づく教員の希望を考慮した時間割作成法

School Timetabling Considering the Teacher's Demands
based on Hierarchical Decision-Making Method

菅沼 雄一* 小野 景子† 渡邊 真也‡

Yuichi Suganuma Keiko Ono Shinya Watanabe

1 はじめに

時間割作成問題は、スケジューリング問題の一種で考慮すべき制約や設計変数が多く存在する。例えば、多くの時間割作成支援手法では、講義と教室の配置を考慮した時間割を作成を目標とするが、同じ教師が同じ時間に授業を開講できない、コンピュータを使用する授業はコンピュータ室を割り当てないといけないなど、必ず充足しないとけないハード制約が多く、厳密解を得ることが難しいことが知られている [1]。教員の希望は教員間で主張が異なっていたり、どの教員の希望を優先すべきかを考える必要があり、講義や教室の配置を同じフレームワークで最適化することは難しい。そのため、教員の希望については考慮されていない場合が多い。

そこで我々は、教員の希望を満たしつつ、有効な時間割の作成を実現する手法を提案する。具体的には、講義と教室の配置は従来法に基づき遺伝的アルゴリズム (GA) によって最適化を行い、教員の希望に対して階層的意決定手法 (AHP) [2, 3, 4] を適用する。AHP により各教員の状態を数値化できるため、教員の希望も同時に目的関数に組み込み最適化を行い、教員の希望を考慮した時間割作成を実現する。

2 AHP (Analytic Hierarchy Press)

AHP は、1970 年代に T.L. Saaty により提唱された人間の主観を用いた意思決定を行うことができる数学的手法である。多層の階層構造の下での一対比較を離散的ないしは連続的に行う。また、相対的重要度の基準尺度により、「勘」や「直感」、「フィーリング」に頼っていた部分を数値化する。

AHP を用いた既存研究には、人事選択の問題が報告されている [5]。これは、複数の候補者から役員を選ぶ際、働く能力、過去の経験、チームワーク力、外国語を話せるか、戦略的思考、プレゼン力、PC スキルなどの基準が設けられている中で、一番適切な人材を選ぶ問題である。

AHP による代替案を評価する手順は大きく分けて以下の 4 段階である。

- (1) 問題を階層化
- (2) 一対比較表の作成
- (3) 各要素の重みを算出
- (4) 総合評価を算出

3 提案法 (AHP による優先する教師選択モデルを考慮した時間割設計)

教師の要望を様々な項目と照らし、どの程度優先するか、どの教師の要望を選択するかを AHP を用いて階層的に導出するフレームワークを提案し、実際の時間割作成問題に適用し、その有効性を検証する。まず、以下の章では、階層モデルを示し、その後、評価基準と代替案の関係性を数値化する手法を与える。

3.1 問題設定

3.1.1 制約条件

時間割の作成において最低限守る必要のある制約 (ハード制約) と本学の事情を考慮した以下のソフト制約を用いる。ここで、(8) の制約は提案する AHP を用いて評価を行う。

・ハード制約

- (I) 全講義を配置する
- (II) 同一時間に同一教員を配置しない
- (III) 同一時間に同一教室を使用しない

・ソフト制約

- (1) 必修科目、教養科目、固有科目を同時に配置しない
- (2) 2 コマ以上ある講義を連続で配置する
- (3) 5 限の講義を避ける
- (4) 会議がある時間に講義を入れない
- (5) 受講者数によって適切な教室を割り当てる
- (6) 使用回数が少ない教室を使わない
- (7) 連続して講義がある場合の教室間の移動距離を短くする
- (8) 教員の希望にあった日に割り当てる

3.1.2 目的関数

時間割り作成問題を最小化問題と捉え目的関数を次のように定義した。

$$\text{Minimize } f(x) = \sum_{i=1}^n \omega_i \times \frac{c_i}{c_0}$$

ここで、 ω_i を制約の重み、 c_i を各制約の違反値、 c_0 を各制約の初期違反値である。時間割作成問題において制約条件ごとに重要度が大きく違うため、重み ω_i は重要度を比較し、ソフト制約の重みの合計を 1000 に調整した。教員の希望にあった日に割り当てる制約の違反値 c_8 は配置されている曜日の各先生の総合評価を加えたものとする。一対比較の結果、 $\omega_1 = 260$, $\omega_2 = 220$, $\omega_3 = 120$, $\omega_4 = 220$, $\omega_5 = 220$, $\omega_6 = 120$, $\omega_7 = 80$, $\omega_8 = 260$ となった[§]。

また、ここで、本研究では最小化問題として時間割作成を扱うため、代替案の重みは、重みが小さいほど優先さえる項目であると考えため、

$$w_i(I_m) = \frac{g_i}{\sum_{i=1}^n g_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

$$g_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}},$$

とする。

3.2 提案法における AHP のモデル化

3.2.1 階層化

問題を総合目的、評価基準、代替案に分解し、階層図に書き表す。図 1 のように問題を階層化する。ここで、各層をレベルと呼び、上の層からレベル 1, 2, … とする。レベル 1 の

* 龍谷大学 理工学部 電子情報学科

† 龍谷大学 理工学部 電子情報学科

‡ 室蘭工業大学大学院 工学研究科

構成要素を総合目的, 最下層を代替案, その間を評価基準とする。

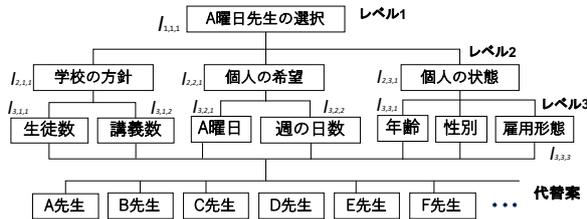


図 1: 階層構造

評価基準とは、総合的に照らし合わせて代替案を評価する指標である。ある基準 A, B, C があつた時、その重要度を求めると、 $A > B$, $B > C$, $C > A$ と言うような矛盾した関係が生じることがある。このように、同一レベルに多くの評価基準を配置すると評価結果に基づく選好順序に矛盾が生じやすいといった問題点が見られるため、本研究ではレベル 2 に概念的な内容を配置し、レベル 3 に具体的な内容を配置するモデルを構築する。

3.2.2 評価基準の重要度の指針

本研究での評価基準を生徒数、講義数、A 曜日の希望回数、週の日数、年齢、性別(男、女)、雇用形態(教授、准教授、講師)とし、その内、生徒数、講義数、A 曜日の希望回数、年齢は大きいものや高いもの程重要で、1 週間で何日講義を行うかを表す、週の日数は希望日数が少ない程重要と考える。また、性別は女性の方が重要度が高いとし、雇用形態は教授、准教授、講師の順で重要度が高いと定義する。

3.2.3 一対比較

階層構造に基づき、一つ上のレベルの関係要素のもとで一対比較を行う。レベル 1 から 3 までの各項目を $I_{i,j,k}$ で表し、 i レベルの j 組目の k 番目とする。例えば、学校の方針は $I_{2,1,1}$ 、講義数は $I_{3,1,2}$ となる。各レベルにおける評価項目の比較は、列に対する評価を表 1 の重要性の尺度で評価する¹。

表 1: AHP の一対比較の基準尺度

一対比較値	重要度
1	同程度重要
3	若干重要
5	重要
7	かなり重要
9	絶対的に重要

表 2 に総合目的の結果を示す。この値はユーザーの経験則によって定めることができる。[学校の方針] は [個人の希望] に関して同程度に重要であると考えられるため [1] とし、[学校の方針] と [個人の状態] では [学校の方針] の方が若干重要と考えるため [3] とする。また、[個人の状態] と [学校の

方針] は逆数の [1/3] とする。このように全ての項目で一対比較を行う。

表 2: レベル 2 の一対比較結果

レベル 2	学校の方針	個人の希望	個人の状態
学校の方針	1	1	1/3
個人の希望	1	1	1/3
個人の状態	3	3	1

表 3: レベル 2 の $j = 3$ における一対比較結果

個人の状態	年齢	性別	雇用形態
年齢	1	4	5
性別	1/4	1	2
雇用形態	1/5	1/2	1

紙面の都合上、全ての一対比較結果を載せることができないが、表 4 に評価のばらつきが一番大きい年齢に関する一対比較の結果を示す。

表 4: 代替案の年齢に関する一対比較結果

年齢	A 先生	B 先生	C 先生	D 先生	...
A 先生	1	1/7	2	1/5	...
B 先生	7	1	9	3	
C 先生	1/2	1/9	1	1/6	
D 先生	5	1/3	6	1	
...	...				1

3.2.4 総合評価

3.2.3 節で生成した各一対比較結果をもとに、総合評価を算出する。まず、一対比較結果から幾何平均を算出し、それらの総和が 1 となるように正規化して重みを決定する。 $I_{i,j,k}$ の一対比較結果の n 行 m 列のカラムを $a_{n,m}$ 、項目数を N とする。この時、 $I_{i,j,k}$ の項目 m の重みは、

$$w_m(I_{i,j,k}) = \frac{g_m}{\sum_{m=1}^N g_m} \quad (m = 1, 2, \dots, N),$$

$$g_m = \sqrt[N]{\prod_{n=1}^N a_{n,m}},$$

と定める。また、評価基準は上階層の影響を受けるため、評価項目の重みは各項目に関する上階層の重みとの積となる。

$$w_m(I_{i,j,k}) = w_m(I_{i,j,k}) * w_j(I_{i-1,j,1}),$$

となる。例えば、生徒数 $I_{3,1,1}$ は学校の方針 $I_{2,1,1}$ の影響を受け、 $w_1(I_{3,1,1}) = w_1(I_{3,1,1}) * w_1(I_{2,1,1})$ となる。表 5 に代替案の年齢に関する重みを示す。代替案はその層のみで重みを算出する。

表 5: 代替案の年齢に関する重み

年齢	A 先生	B 先生	C 先生	D 先生	...
A 先生	1	1/7	2	1/5	...
B 先生	7	1	9	3	
C 先生	1/2	1/9	1	1/6	
D 先生	5	1/3	6	1	
...	...				1
幾何平均	0.49	3.71	0.31	1.78	...
重み	0.08	0.59	0.05	0.28	...

教員 x ($x = 1, \dots, X$) の総合評価 S_x は、評価基準の重み $w_m(I_{i,j,k})$ と代替案の重みから、算出する。レベル 3 の項目数

¹表 1 では値を奇数としているが、間の値を用いて細かく基準を定めることも可能である。

を L とすると,

$$S_x = \sum_{l=1}^L (\text{各評価基準の重み} \times \text{代替案の重み}).$$

表 6 に月曜日の総合評価を示す. ここで, 年齢の重みは表 2,3 から算出した重みであり, 各教員の代替案の重みは表 5 から導出している. これらをもとに教員 i の総合評価を求めると. 表 6 の A 先生の場合では, $S_1 = (0.11 \times 0.15) + (0.32 \times 0.13) + \dots + (0.05 \times 0.31) = 0.2$ である.

表 6: 月曜日の総合評価

評価基準の重み	代替案の重み			
	A 先生	B 先生	C 先生	...
生徒数	0.11	0.15	0.16	0.39
講義数	0.32	0.13	0.16	0.35
月曜日	0.32	0.3	0.1	0.3
週の回数	0.11	0.15	0.63	0.15
性別	0.01	0.3	0.3	0.3
年齢	0.08	0.08	0.59	0.05
雇用形態	0.05	0.31	0.31	0.06
総合評価 (S_x)	0.2	0.24	0.28	...

3.3 時間割作成問題に対する具体的な実装

本研究では 2017 年度の龍谷大学理工学部 の 6 学科 4 学年 の時間割を対象とし, 講義の時間割表への配置と各講義で使用する教室の割り当ての双方を扱う.

エリート保存を行いながら, 各学科・学年の時間割の中で交叉を行う. 交叉とはある区間の 2 つの講義を選択し, それらを交換することを示す. 図 2 に交叉のイメージ図を示す.

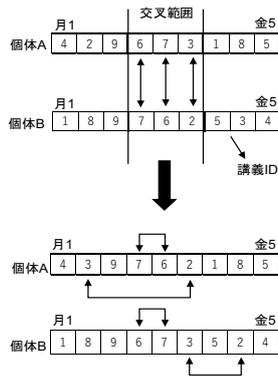


図 2: 交叉イメージ

この交叉では講義の複製や消滅を回避しているが, 複数学科の合同講義が選択された時に時間割が成り立たなくなるため, 合同講義が選択された時は修復処理を行う. 修復処理は選択された合同講義に対応するように他学科でも配置を変更し, その時に消滅した講義を配置可能な場所にランダムで配置する. また, 多様性を向上させるために, 島モデルを適用し移住を行う.

4 性能評価

提案法を用いて教員の希望を考慮する時間割が作成できるか性能を評価する. まず, ハード制約を満たした上で探索と共に性能が向上するか, 探索履歴に基づき考察する. 次に, 教員の希望が満たされる時間割が提案する AHP モデルで実現できているかを考察する. 最後に, レベル 2 における評価基準の重要度を変化させた場合, それに伴って, 時間割が変更され, 様々な基準で運用可能であることを示す.

4.1 実験設定

提案法の性能を評価するため, 代替案を 1 学科の教員 6 人 (A,B,...F 先生) として実験を行う. 表 7 に教員の情報, 図 1 の階層図に基づいた評価基準の重みを表 8 に, 教員の希望曜日を表 9 に示す. これらに基づき算出した各先生の月曜日から金曜日までの総合評価を表 10 に示す. ここで, 表 8 の評価基準の項目名の横の【】は重要度を示す. この重要度で表 1 から一対比較値を取得する.

表 7: 教員に関する情報

教員名	生徒数	講義数	年齢	性別	雇用形態
A 先生	750	6	50	男	准教授
B 先生	300	5	40	男	教授
C 先生	550	5	40	男	講師
D 先生	200	3	50	男	講師
E 先生	250	2	57	男	教授
F 先生	250	2	44	女	准教授

表 8: 評価基準の重み

	評価基準の重み		重み		
	レベル 2	レベル 3			
学校の方針 【0.4】	0.429	生徒数 【0.4】	0.25	生徒数	0.107
		講義数 【0.6】	0.75	講義数	0.321
個人の希望 【0.4】	0.429	A 曜日 【0.6】	0.75	A 曜日	0.321
		週の回数 【0.4】	0.25	講義数	0.321
個人の状態 【0.2】	0.143	性別 【0.1】	0.01	性別	0.014
		年齢 【0.5】	0.57	年齢	0.081
		雇用形態 【0.4】	0.33	雇用形態	0.048
合計	1.000		3.000		1.000

表 9: 教員の希望曜日

希望回数	月	火	水	木	金
A 先生	2	0	0	4	0
B 先生	1	1	0	2	1
C 先生	3	1	1	0	0
D 先生	1	0	1	0	1
E 先生	0	0	0	1	1
F 先生	0	0	0	0	2

表 10: 各教員の総合評価

希望回数	月	火	水	木	金
A 先生	0.08	0.15	0.15	0.06	0.19
B 先生	0.19	0.16	0.23	0.15	0.18
C 先生	0.1	0.12	0.12	0.21	0.23
D 先生	0.14	0.18	0.11	0.2	0.13
E 先生	0.21	0.16	0.16	0.11	0.11
F 先生	0.23	0.18	0.18	0.2	0.1

4.2 実験結果

GA の個体数を 20, 島数 5, 世代数を 10000 としてシミュレーションする。以下に適応度の推移と作成された時間割における代替案の結果を示す。

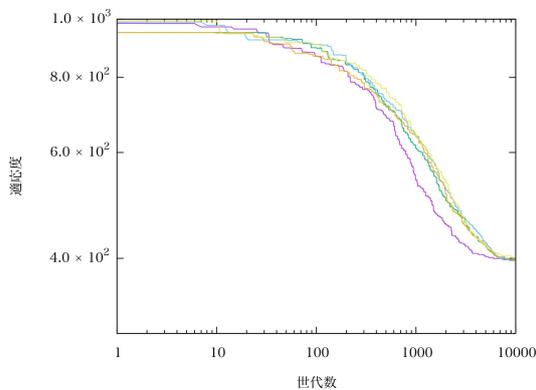


図 3: 適応度の推移

表 11: 希望を重視した時の結果

	月	火	水	木	金
1 限				A/C	
2 限	C	E	C	B/D	D
3 限	B/F	B		A	B
4 限	A	E	D	A	F
5 限	A/B/C	C		A	

図 3 より適応度が世代とともに改善していることがわかる。また、表 11 に時間割の結果を示す。ここで、図中のアルファベットは表 7 の教員名を示している。表 11 と図 3 より大部分の教員の希望を満足に満たした時間割の作成ができたことが分かる。

例えば、全講義、23 個中 17 の希望が満たされた。その中でも学校方針の重要度が高いので、講義数が多く優先度の高い A, B, C 先生の希望だけを見れば 16 個中 14 の希望を満たすことができた。

4.3 比較実験

図 8 の評価項目の重要度の値を学校の方針が [0.2], 個人の状態が [0.5] となるように入れ替え, 6.2 と同じ条件で

シミュレーションする。以下に作成された時間割における代替案の結果を示す。

表 12: 個人の希望を重視した時の結果

	月	火	水	木	金
1 限	A		D/F	B	A/D
2 限		C		C	A/F
3 限	D		B	E	
4 限	C		B	A	B/E
5 限				A/B/C	A/C

図 9 の個人の状態の中の重要度の大きい、年齢の重みが大きくなったことで、D 先生と E 先生の希望が満たされた時間割が作成できた。この時、全体では、23 個中 14 の希望が満たされており、先ほど優先度の高かった A, B, C 先生では 16 個中 8 個の希望しか満たすことができなかった。

以上の結果より、上位のレベルの評価基準を変えた場合、それに順ずる時間割を作成できることが確認できた。この結果は、提案法の有効性を示している。

5 まとめ

本研究では時間割作成問題において、教員の希望を考慮した有効な時間割の作成を従来法に基づき遺伝的アルゴリズム (GA) によって最適化を行い、教員の希望に対して階層的意思決定手法 (AHP) を適用した。

個人の希望は種々異なり、また競合することが多いため、それらを総合的に扱うことが難しい。また、個人の希望は組織の意向など上のレベルによって左右される。本研究では、AHP を時間割作成問題のためにモデル化し、複雑に関係する希望や制約など陽にモデルに組み込むことが難しい、個人的な要望や希望を妥当な形で最適な時間割作成が可能な手法を提案した。数値実験では、最適化法として GA を適用することで、局所解に陥らず探索が進むこと、実現可能な時間割が作成できていることを確認した。また、提案法はユーザーの経験則に基づき簡単に重要度を変化させることが可能であり、実応用の際、結果に応じて重みを修正、考察にも役立つと考える。

参考文献

- [1] Nelishia Pillay, "An overview of school timetabling research, Proceedings of the 8th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling (PATAT 2010), pp.321-335, 2010.
- [2] T.L. Saaty, "Axiomatic Foundation of the Analytic Hierarchy Process", Management Science 32, pp.841-855, 1986.
- [3] T.L. Saaty, "Absolute and Relative Measurement with the AHP: The Most Livable Cities in the United States", Socio-Economic Planning Science 20, pp.327-331, 1986.
- [4] Ihab Sbeity, et al, "Combining The Analytical Hierarchy Process And The Genetic Algorithm To Solve The Timetable Problem" IJSEA, Vol.5, No.4, July 2014.
- [5] Mohammed Fahmy Aly, "Integrating AHP and Genetic Algorithm Model Adopted for Personal Selection" IJETT, Vol.6, No.5, Dec 2013.